

doi: 10.7690/bgzd.2015.11.011

基于迭代学习算法的转台精确定位控制研究

赵建抒¹, 宋艳丽², 刘锡鹏¹

(1. 中国兵器工业第五八研究所弹药自动装药研究应用中心, 四川 绵阳 621000;

2. 成都航空职业技术学院工程实训中心, 成都 610100)

摘要: 针对某小口径炮弹底火拧紧设备的物流装置—六工位旋转工作台的定位过程存在快速性、稳态精度与稳定性相互制约的问题, 提出了一种基于闭环 PID 型迭代学习算法的六工位转台定位控制方法。该方法基于某小口径炮弹底火拧紧设备, 对其六工位转台被控对象进行了系统辨识, 结合辨识的结果, 具体设计了一种基于闭环 PID 迭代学习算法的转台定位控制方法, 并进行了转台定位控制试验。试验结果表明: 该方法实现了转台的快速准确定位, 已成功使用该小口径炮弹底火拧紧设备的转台定位过程中。

关键词: 系统辨识; 转台定位控制; 迭代学习控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Study on Turntable Precise Positioning Control Based on Iterative Learning Strategy

Zhao Jianshu¹, Song Yanli², Liu Xipeng¹(1. Research & Application Center for Ammunition Automatic Charging & Assembly,
No. 58 Research Institute of China Ordnance Industry, Mianyang 621000, China;

2. Engineering Training Center, Chengdu Aeronautic Polytechnic, Chengdu 610100, China)

Abstract: Aiming at the positioning of a certain type six station turntable which is used as a logistics system of a primer tightening device existing the problem of rapid, steady precision and stability mutual restraint, the author proposed a turntable positioning control method based on the closed-loop PID iterative learning control strategy. The method based on a primer tightening device, completed the system identification of the turntable system controlled object, combined with the system identification results, designed a turntable control strategy which is based on the closed-loop PID iterative learning control algorithm, and completed the turntable positioning control test. The results showed that the method in this paper has achieved fast and accurate positioning of the turntable, and has been successfully used in the positioning of a six station turntable of the primer tightening device.

Keywords: system identification; turntable positioning control; iterative learning control

0 引言

一种小口径炮弹底火自动拧紧设备研制的目的是为了实现在小口径炮弹旋入式底火的非接触式的、无损的底火自动装配^[1], 作为该设备的一个关重部件, 其物流装置—六工位旋转工作台定位过程的快速性、稳态精度与稳定性通常是相互制约的, 传统的控制策略无法满足其快速高精度的定位控制要求。基于此, 笔者从理论分析和实际验证 2 方面对其动态性能和稳态精度进行了定性分析和定量计算, 并设计了一个合适的控制器, 使得转台定位控制能够全面满足设备的技术要求。

1 设备简介

为了使得该设备尽可能紧凑, 缩小占用空间, 该小口径炮弹的底火自动拧紧设备采用了旋转工作台式的结构, 其机械结构如图 1 所示。

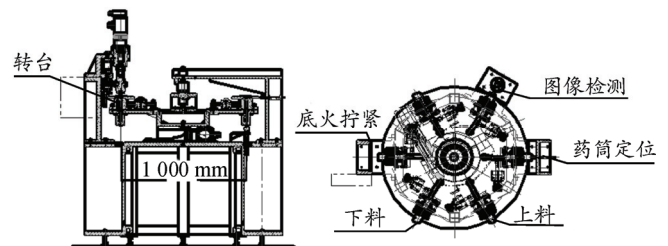


图 1 某小口径炮弹底火拧紧设备结构图

在该设备工作时, 转台由伺服系统驱动并带动预拧了底火的炮弹在各功能工位间移动, 完成底火拧紧的相应工序。转台作为该设备的物料传输机构, 其快速精确定位是保证设备功能实现的基础。根据设计要求, 转台定位时间 ≤ 3 s, 定位误差应保证 500 mm 半径圆上的弧长偏差 ≤ 0.1 mm, 使用 16 位单圈码值 65536 的绝对值编码器, 定位偏差码值 ≤ 2 。

2 六工位转台被控对象的系统辨识

用数学模型来表示真实的系统, 可以用更实用

收稿日期: 2015-07-21; 修回日期: 2015-08-18

作者简介: 赵建抒(1990—), 男, 内蒙古人, 硕士, 从事计算机控制技术研究。

的方式表达系统所包含的信息，以便于对被控系统开展控制策略研究。系统辨识是系统建模方法中工程应用最广泛的一种，辨识过程包括模型结构辨识和模型参数辨识 2 个方面^[2]。

2.1 模型结构辨识

对于转台定位控制，可根据实际经验分析：

该六工位转台的转动使用减速机、齿轮轴承等传动方式，自带有较大的间隙，导致了转台动作较电机启动而言存在一定的滞后，具有延迟环节特性。转盘半径较大、盘面较厚且安装有多套定位装置、夹具、电磁阀等，整体质量较大，表现出一定的惯性，通过实验观察其阶跃响应曲线动态部分呈 S 形，

具有过阻尼二阶系统特性。因此采用过阻尼二阶响应环节和一个延迟环节来近似描述其输入输出变量的直接传递函数关系，如下式所示：

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}e^{-\tau s} \quad (1)$$

式中对象的特性用过程参数 T_1 、 T_2 ，纯滞后时间 τ ，广义放大系数 K 来描述。

2.2 模型参数辨识

使用阶跃响应试验法实现六工位台定位过程动态特性的测定。人为给转台伺服系统输入 10 000 个脉冲，观察并记录转台位置码值的变化情况，测定的数据如表 1 所示。

表 1 转台阶跃响应采样数据

序号	采样值	序号	采样值	序号	采样值	序号	采样值	序号	采样值
1	1 063	7	1 627	13	4 642	19	8 501	25	10 821
2	1 066	8	1 938	14	5 211	20	9 078	26	10 936
3	1 096	9	2 346	15	5 880	21	9 600	27	10 997
4	1 152	10	2 835	16	6 552	22	10 052	28	11 027
5	1 249	11	3 391	17	7 219	23	10 398	29	11 051
6	1 401	12	4 000	18	7 875	24	10 648	30	—

上表中，采样周期 $T=100$ ms。结合表 1 中的数据，采用一种基于最小二乘法的二阶加滞后传递函数模型的直接辨识方法^[3]，完成上述二阶模型的阶跃响应辨识，方法具体内容如下。

2.3 模型参数辨识

针对式 (1) 所定义的二阶加纯滞后对象模型，假设在 $t=0$ 时刻对零初始状态的被测系统加入幅值为 α 的阶跃扰动输入 $\mu(t)$ ，则在 t 时刻输出量的阶跃响应为

$$y(t) = \begin{cases} \omega(t) & (t < \tau) \\ \alpha K \left[1 + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t-\tau}{T_2}} + \frac{T_1}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t-\tau}{T_1}} \right] + \omega(t) & (t \geq \tau) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\omega(t)$ 为测量中的随机噪声。令 $T_1 = \beta T_2$ ，则得到

$$y(t) = \begin{cases} \omega(t) & (t < \tau) \\ \alpha K \left[1 + \frac{1}{\beta - 1} e^{-\frac{t-\tau}{T_2}} + \frac{\beta}{1 - \beta} e^{-\frac{t-\tau}{\beta T_2}} \right] + \omega(t) & (t \geq \tau) \end{cases} \quad (3)$$

在 $0 \leq t \leq \delta$ 的时间区间内 (要求 $\delta \geq \tau$)，分别对 $y(t)$ 、 $y(t) \cdot t$ 取积分，如下式：

$$\int_0^\sigma y(t) dt = \int_0^\tau \omega(t) dt + \int_\tau^\sigma y(t) dt = \alpha K (\sigma - \tau) + \frac{\alpha K T_2}{\beta - 1} (\beta^2 e^{-\frac{\sigma-\tau}{\beta T_2}} - \beta^2 - e^{-\frac{\sigma-\tau}{T_2}} + 1) \dots + \int_0^\tau \omega(t) dt \quad (\sigma \geq \tau); \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\sigma y(t) dt &= \int_0^\tau \omega(t) dt + \int_\tau^\sigma y(t) dt = \frac{1}{2} \alpha K (\sigma^2 - \tau^2) + \\ &\frac{\alpha K (-\beta)}{\beta - 1} \int_\tau^\sigma t d(-\beta T_2) e^{-\frac{t-\tau}{\beta T_2}} + \frac{\alpha K}{\beta - 1} \int_\tau^\sigma t d(-T_2) e^{-\frac{t-\tau}{T_2}} + \int_0^\tau \omega(t) dt = \\ &\frac{1}{2} \alpha K (\sigma^2 - \tau^2) + \frac{\alpha K T_2^2}{\beta - 1} (\beta^3 e^{-\frac{\sigma-\tau}{\beta T_2}} - e^{-\frac{\sigma-\tau}{T_2}}) + \frac{\alpha K T_2 \sigma}{\beta - 1} (\beta^2 e^{-\frac{\sigma-\tau}{\beta T_2}} - e^{-\frac{\sigma-\tau}{T_2}}) \dots - \\ &\alpha K [(\beta^2 + \beta + 1) T_2^2 + (\beta + 1) T_2 \tau] + \int_0^\tau \omega(t) dt \quad (\sigma \geq \tau). \end{aligned} \quad (5)$$

将式 (4) 与式 (5) 进行合并，则得到

$$\begin{aligned} \int_0^\sigma y(t) dt &= \frac{1}{2} \alpha K (\sigma^2 - \tau^2) + \\ &\sigma \left[\int_0^\sigma y(t) dt - \alpha K (\sigma - \tau) + \alpha K T_2 (\beta + 1) - \int_0^\tau \omega(t) dt \right] + \\ &T_2 (\beta + 1) \left[\int_0^\sigma y(t) dt - \alpha K (\sigma - \tau) + \alpha K T_2 (\beta + 1) - \int_0^\tau \omega(t) dt \right] + \\ &T_2^2 \beta [y(\sigma) - \alpha K - \omega(\sigma)] - \alpha K [(\beta + 1) T_2 \tau + (\beta^2 + \beta + 1) T_2^2] + \\ &\int_0^\tau \omega(t) dt \quad (\sigma \geq \tau). \end{aligned} \quad (6)$$

令： $A(\sigma) = \int_0^\sigma y(t) dt$ ， $B(\sigma) = \int_0^\sigma y(t) t dt$ ， $\Omega(\sigma) = \int_0^\tau \omega(t) dt - \sigma \int_0^\sigma \omega(t) dt - T_2 (\beta + 1) \int_0^\sigma \omega(t) dt - T_2^2 \beta \omega(\sigma)$ ，则式 (6) 可以简化为

$$\begin{aligned} B(\sigma) - \sigma A(\sigma) - \Omega(\sigma) &= \\ &[y(\sigma) \quad A(\sigma) \quad -\frac{\alpha}{2} \sigma^2 \quad \alpha \sigma \quad -\frac{\alpha}{2}] \times \\ &[T_2^2 \beta \quad T_2 (\beta + 1) \quad K \quad K \tau \quad K \tau^2]^T \quad (\sigma \geq \tau). \end{aligned} \quad (7)$$

对式 (7) 进行最小二乘运算，根据具体试验确定一系列的采样点 $\delta = [T_s, 2T_s, \dots, nT_s]$ ，其中 T_s 为采样

周期，将采样点处采集的输入输入数据代入到上式中，构成线性方程组，并简化为最小二乘的标准形式，如下式：

$$\Psi(\Theta) = \Gamma + \Delta. \quad (8)$$

其中： $\Theta = [T_s^2 \beta \quad T_s(\beta+1) \quad K \quad K\tau \quad K\tau^2]^T$ ；

$$\Psi = \begin{bmatrix} y(T_s) & A(T_s) & -\frac{\alpha}{2}(T_s)^2 & \alpha T_s & -\frac{\alpha}{2} \\ y(2T_s) & A(2T_s) & -\frac{\alpha}{2}(2T_s)^2 & \alpha(2T_s) & -\frac{\alpha}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(nT_s) & A(nT_s) & -\frac{\alpha}{2}(nT_s)^2 & \alpha(nT_s) & -\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix};$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} B(T_s) - T_s A(T_s) \\ B(2T_s) - (2T_s) A(2T_s) \\ \vdots \\ B(nT_s) - (nT_s) A(nT_s) \end{bmatrix}; \quad \Delta = \begin{bmatrix} -\Omega(T_s) \\ -\Omega(2T_s) \\ \vdots \\ -\Omega(nT_s) \end{bmatrix}.$$

由式 (8) 可得参数 Θ 的最小二乘估计为

$$\hat{\Theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \Gamma. \quad (9)$$

为了获得渐进无偏的参数估计，对式 (9) 进行简单的改进，使其变为辅助变量最小二乘法^[4]。辅助变量矩阵 Z 的选择，应满足下面 2 个条件：

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} Z^T \Psi$ 矩阵为非奇异阵；
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} Z^T (\Psi \Theta - \Gamma) = 0$ 。

Z 矩阵有多种计算方法，笔者使用的方法是首

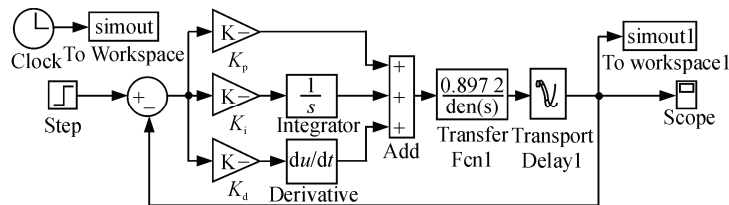


图 2 闭环 PID 控制系统结构

控制器的参数整定采用 Z-N 法^[6]，经过反复细调后得到控制器 PID 参数分别为： K_p 为 0.65， K_i 为 0.8， K_d 为 0.25。经过上述方法得到的参数虽然不能保证是控制器的最佳参数，但是非常实用而且控制效果也较好。系统阶跃响应曲线如图 3 所示。

从仿真结果可以看出：系统的稳态特性良好，控制精度较高，但是动态过程存在较大超调，稳定时间较长，远远大于系统规定的 3 s。在参数整定过程中，无论如何调节，始终无法解决上述矛盾，该矛盾也是常规 PID 控制特征缺陷的具体体现。由于被控对象本身具有较大惯性以及纯滞后的特点，再加之人为对其控制品质提出较高要求，使得经典

先使用式 (9) 求得模型参数估计值 $\hat{\Theta}$ 的初始解，然后用相同的阶跃信号作用于该初始解的模型并计算其输出 $\tilde{y}(t)$ 以及 $\tilde{A}(t)$ ，其中 $\tilde{A}(t)$ 由 $\tilde{y}(t)$ 求得，如下式：

$$\tilde{A}(t) = \int_0^t \tilde{y}(t_1) dt_1. \quad (10)$$

然后用 $\tilde{y}(t)$ 和 $\tilde{A}(t)$ 按照矩阵 Ψ 的形式构成辅助变量矩阵 Z ，则具有渐进无偏估计性质的模型参数 $\hat{\Theta}$ 可由下式计算得到

$$\hat{\Theta} = (Z^T \Psi)^{-1} Z^T \Gamma. \quad (11)$$

将表 1 中实验数据按照上述辨识方法进行处理，得到参数辨识的结果为

$$G(S) = \frac{0.8972}{0.5103s^2 + 0.7850s + 1} e^{-0.3379s}.$$

3 转台快速精确定位的闭环 PID 控制研究

PID 控制器问世至今已有近 80 a 历史，具有算法简单、鲁棒性好、可靠性高等优点，被广泛应用于过程控制和运动控制等领域。在控制理论已发展到智能控制理论这个阶段，PID 控制仍然作为工业控制的主要控制策略被广泛应用^[5]。

以伺服驱动器输出脉冲数作为系统输入，转盘位置变化作为系统输出，根据系统辨识得到的被控对象的传递函数，加入定值的阶跃扰动信号，在 Simulink 环境下建立图 2 所示的 PID 控制系统模型。

PID 控制无法满足六工位转台定位的控制要求。

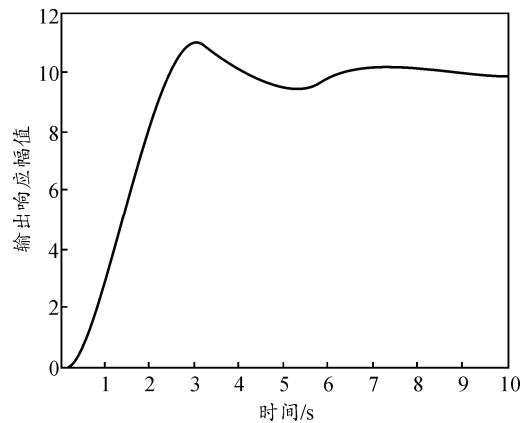


图 3 闭环 PID 控制阶跃响应曲线

4 转台快速精确定位的迭代学习控制研究

4.1 迭代学习控制的基本原理

迭代学习控制(Iterative learning strategy)的基本原理是在动态过程中通过对被控对象的不断学习,根据当前学习过程的控制输入及误差信息经过一定的关系(即学习律)对下一次控制输入 $u_{k+1}(t)$ 进行修正使其接近理想控制输入 $u_d(t)$,从而达到对理想输出 $y_d(t)$ 的准确跟踪^[7]。和鲁棒控制相比:迭代学习控制不但能处理实际系统中的不确定性,还能实现完全跟踪;因此,对具有重复运动特性的被控对象来说是一个几近完美的控制策略。目前迭代学习控制策略已成功应用于机械手臂运动轨迹的高精度跟踪,间歇生产过程控制等领域。

文献[8-10]中分别详细说明了迭代学习控制算法的起源、发展、原理和实际应用的可行性。通过对以上文献的学习,总结出了迭代学习控制算法应用时的几个关键点,具体内容^[8-10]如下:

1) 被控对象应具有动力学可重复特性;

2) 控制目标是对于一个具有动力学可重复特性的被控系统,给定时间区间 $t \in [0, T]$ 上可达的期望输出轨迹 $y_d(t)$ 及期望初态 $x_d(0)$, 寻找控制输入 $u(t)$, 使得在该控制输入作用下,系统的输出 $y(t)$ 在给定时间区间上尽可能地逼近期望轨迹 $y_d(t)$;

3) 与被控系统相适应的迭代学习控制律;

4) 合适的迭代学习控制停止条件。

综合上述 4 点,迭代学习控制算法流程可总结为以下步骤:

1) 置 $k = 0$, 给定并存储期望输出轨迹 $y_d(t)$ 以及初始控制输入 $u_0(t) (t \in [0, T])$;

2) 对被控对象施加存储器内当前存储的控制输入 $u_k(t) (t \in [0, T])$, 被控对象动作, 采样并存储 $y_k(t) (t \in [0, T])$;

3) 被控对象动作结束时, 计算输出误差 $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t) (t \in [0, T])$ 。根据学习律计算并存储新的控制输入 $u_{k+1}(t) (t \in [0, T])$;

4) 检验迭代停止条件。若条件满足则停止运行, 否则置 $k = k + 1$, 并跳转到 2) 继续后面的操作。

4.2 转台定位过程迭代学习控制设计

4.2.1 被控对象运动特征分析

根据系统辨识的结果, 得到系统模型的传递函

数为

$$G(s) = \frac{0.8972}{0.5103s^2 + 0.7850s + 1} e^{-0.3379s} \quad (12)$$

根据泰勒级数展开公式, 将传递函数中的指数项展开如下式:

$$e^{-0.3379s} \approx \frac{1}{1 + 0.3379s + 0.0575s^2} \quad (13)$$

将式 (13) 代入到式 (12) 中, 得到变换后的传递函数为

$$G_1(s) = \frac{0.8972}{0.029s^4 + 0.2171s^3 + 0.8326s^2 + 1.1229s + 1} \quad (14)$$

根据系统传递函数与状态方程间的对应关系, 得到被控对象的状态方程为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -34.4828 & -38.7207 & -28.7103 & -7.4826 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 30.9379 \end{bmatrix}; C = [1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

从上式可知: 六工位转台被控系统可近似于线性时不变(LTI)连续系统, 当系统在有限时间区间 $t \in [0, T]$ 上重复运行时, 系统状态方程的结构和参数不变, 系统动力学特性具有可重复性, 满足迭代学习控制的要求。

4.2.2 控制系统搭建与算法设计

4.2.2.1 迭代周期选择

该底火拧紧设备正常生产工作时, 转台上 6 个药筒固定装置分别装有待装配的药筒, 由转台转动带动药筒完成其在不同工位间的传递, 依次完成上料、定位、图像检测、底火拧紧、下料等工序。以 1 号固定装置为例, 当其上料工位处出发开始, 期间依次完成相应的功能性动作, 最终回到出发点, 整个过程需要转台完成 6 次启停并刚好走完 1 圈。则转台转动 1 圈就是其定位过程的最小周期, 因此可选择转台转动 1 周的时间作为系统的迭代周期。

4.2.2.2 迭代学习控制律选择

迭代学习律研究的是确定如何用当前的输入和

输出误差来构造下次迭代过程的控制输入，是迭代学习控制的基础。目前研究比较成熟的主要是 PID 型学习律，该种学习控制律十分简洁，具有较好的实时性，并且对干扰和系统模型的变换具有一定的鲁棒性。从结构上又可以分为开环 PID 型和闭环 PID 型控制算法。2 种结构各有优缺点，从控制效果上来看，开环迭代学习控制过程中即使学习律满足收敛条件也可能产生较大的跟踪误差，而采用适当的反馈作用可以降低系统的跟踪误差，使其不易过大，保证了系统的稳定性，进而加快学习收敛速度，同时还可利用反馈能抑制干扰影响的内在优点，增强学习控制的鲁棒性^[11]。

基于上述分析，最终确定采用闭环 PID 型迭代学习算法作为系统的控制律。其数学表达式如下：

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma_p e_k(t) + \Gamma_i \int_0^t e_k(\tau) d\tau + \Gamma_d \frac{de_k(t)}{dt} \quad (16)$$

一般闭环 PID 迭代学习控制的系统框图如图 4。

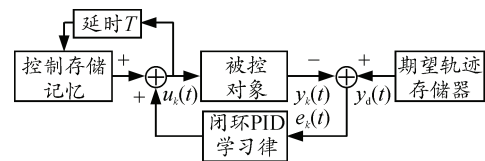


图 4 闭环 PID 迭代学习控制方框图

4.2.2.3 控制器的具体设计与实现

根据之前讨论的迭代学习控制算法的原理和系统框图，为了在 PLC 中实现上述控制器的设计，建立六工位转台定位控制过程的离散控制框图，如图 5 所示。

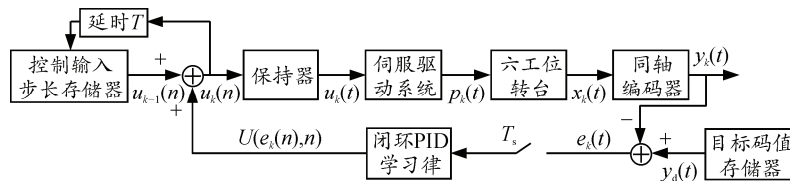


图 5 六工位转台迭代学习控制离散系统方框图

图 5 中， T_s 为采样周期， $u_{k-1}(n) (k \geq 2)$ 、 $u_k(n)$ 为第 $k-1$ 及 k 次迭代学习的第 $nT_s (n \geq 1)$ 采样点处的控制输入步长值， $U(e_k(n), n) (n \geq 2)$ 为第 k 次迭代时第 nT_s 采样点处经 PID 运算后获得的有效信息。结合离散化处理后的系统框图，对于之前总结的迭代学习控制算法流程可以换下面这种方式表述。

迭代学习轨迹跟踪控制的目标是获得一个控制输入序列 $u_d(n)$ ，使得系统实际输出序列 $y(n)$ 能够精确跟踪理想输出 $y_d(n) (n=1, 2, \dots, N, NT_s = T, T$ 为系统的一个工作周期， T_s 表示系统的采样周期)。闭环迭代学习的基本原理是利用当前工作周期内的误差 $e_k(n)$ ，对控制输入 $u_k(n)$ 进行修正，经过多个工作周期的迭代学习，逐渐使实际输出 $y(n)$ 收敛于期望输出 $y_d(n)$ 或满足停止条件^[12]。

在转台定位控制过程中，由于其一个周期内要经过 6 次启停，选择单次启停间隙作为迭代控制的采样周期 T_s ，进而有 $N=6$ 。具体设计步骤如下：

第 1 步：确定初次工作周期 ($k=1$) 的控制输入序列 $\{u_1(n)\}$ 。

迭代学习的过程本质上是可以任意给定初始控制输入的，如果算法具有收敛性的话，最终控制输入总会收敛于理想控制输入；但是，初始控制输入

的差异会导致收敛速度的不同，若初始输入靠近理想输入自然收敛速度就快，反之，则收敛速度较慢。所以，为了使转台控制过程具有较快的收敛速度，必须选择一个充分接近理想输入的控制输入序列。

转台初始控制输入序列的确定采用边转动边计算的方式。转台转动一圈的 6 个定位码值已知，假定转台初始位置码值 (第一个工位处) 为 x_1 ，下一工位的定位目标码值为 y_1 ，计算得到初始控制输入序列 $\{u_1(n)\}$ 的第一个元素 $u_1(1) = y_1 - x_1$ ，将 $u_1(1)$ 作为转台定位过程的设定步长值输入，控制转台动作，记录转台停止处的位置码值并将其作为下一次定位过程的初始位置码值。重复上述操作，转台转动一圈即可得到完整的初始控制输入序列 $\{u_1(n) = y_n - x_n, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$ 。

通过这种方法计算得到的初始控制输入，序列中每一个元素的计算都隐含了对其前面一个元素控制结果的修正项，从而提高了对于期望轨迹的跟踪精度。同时，这种方式计算简单，易于实现，是一种比较理想的初始控制输入序列选择方法。

第 2 步：得到当前工作周期 ($k \geq 2$) 的输出序列 $y_k(n)$ 、误差序列 $e_k(n)$ 及控制输入 $u_k(n+1)$ 。

记录当前工作周期的输出序列 $y_k(n)$ ，计算并存储误差序列 $e_k(n) = y_d(n) - y_k(n)$ 。

根据离散 PID 控制律可以得到控制输入 $u_k(n+1)$ 的计算方法如下式：

$$u_k(n+1) = u_{k-1}(n+1) + k_p e_k(n) + k_i \sum_{i=1}^n e_k(i) \cdot T_s \cdots + k_d \frac{e_k(n) - e_k(n-1)}{T_s} \quad (17)$$

但是上式存在一个明显的问题，在求取工作周期内的 $u_k(1)$ 、 $u_k(2)$ 2 个控制输入时，公式中会出现无定义项（如 $e_k(0)$ ），如果只是简单的将这些无定义项归零处理，会出现下面这种情况，如

$$u_k(1) = u_{k-1}(1), \quad (18)$$

使得控制输入 $u_k(1)$ 无法通过迭代学习逐渐逼近于理想输入 $u_d(1)$ 。因此必须对式 (17) 进行其他可行的处理。

仍然从转台定位过程的运动特性出发。设备正常运行时转台运动的周期性是一种具有“重叠”的周期性，具体表现为其运动既可以按照 1、2、3、4、5、6 的顺序构成一个运动周期（数字为转台定位过程的 6 个位置），也可以按照 2、3、4、5、6、1 的顺序构成一个运动周期，有多种不同的表示方法，相互之间具有时间上的“重叠性”。针对这种特性，设计了一种新的计算控制输入 $u_k(n+1)$ 的方法，如下式所示：

$$u_k(n+1) = \begin{cases} u_{k-1}(n+1) + k_p e_{k-1}(6) + k_i \sum_{i=5}^6 e_{k-1}(i) \cdot T_s + k_d \frac{e_{k-1}(6) - e_{k-1}(5)}{T_s} & (n=0) \\ u_{k-1}(n+1) + k_p e_k(n) + k_i \sum_{i=1}^n e_k(i) \cdot T_s + k_d \frac{e_k(n) - e_{k-1}(6)}{T_s} & (n=1) \\ u_{k-1}(n+1) + k_p e_k(n) + k_i \sum_{i=1}^n e_k(i) \cdot T_s + k_d \frac{e_k(n) - e_k(n-1)}{T_s} & (n \geq 2) \end{cases} \quad (19)$$

第 3 步：根据目标准则（停止条件）得到判定结果，转入第 2 步。

在转台定位控制中，确定其迭代停止条件，需要重点考虑一下 2 个方面：

1) 停止条件必须能够反映一个周期内转台每一次的定位误差；

2) 转台定位控制过程中，由于转台每个周期的初始位置是有一定的差异的，导致前一周期的控制输入不一定满足当前系统要求，从而要求每个周期都要重新进行迭代停止条件的判定。

基于上述分析，在一般思路的基础上进行了一定的改进，使其能够适用于转台定位控制过程。判定准则如下式：

$$|e_k(n)| \leq \varepsilon, \quad n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (20)$$

根据转台定位精度要求，取允许跟踪误差 $\varepsilon = 2$ 。转台在一个工作周期内，需单独完成 6 次判定，并将每一次的判定结果存储于序列 $\{R_k(n)\}$ 中，若满足准则取 $R_k(n) = 1$ ，否则取 $R_k(n) = 0$ 。判定结果序列 $\{R_k(n)\}$ 同时作为底火拧紧工位拧紧头可插入性的判决条件，完成对拧紧头下压动作的控制。迭代学习控制在转台定位过程中始终存在，即便一个周期内的判定结果全部满足要求，也不停止迭代学习。换言之，式 (20) 只是迭代学习的判别条件而不是停止条件。这种处理保证了拧紧设备正常运行期间内转台定位控制的稳定性。

以上 3 步详细说明了闭环 PID 迭代学习算法在转台定位控制过程中的具体实现方法，算法的工作流程清晰，运算简单。

5 方法的试验验证

按照闭环 PID 迭代学习算法的设计思路完成了 PLC 控制器内的编程，并应用于转台定位控制过程中，得到如表 2 所示的实验数据。

表 2 基于迭代学习算法的转台定位控制实验数据

序号	目标码值	参数 1						参数 2					
		2 500/(r/min)			3 000/(r/min)			2 500/(r/min)			3 000/(r/min)		
		实时码值	步长	误差	实时码值	步长	误差	实时码值	步长	误差	实时码值	步长	误差
1	5 659	5 659	—	—	5 658	—	—	5 659	—	—	5 658	—	—
2	16 584	16 583	10 929	-1	16 584	10 923	0	16 584	10 919	0	16 584	10 917	0
3	27 513	27 514	10 931	1	27 512	10 927	-1	27 514	10 924	1	27 514	10 919	1
4	38 444	38 444	10 920	0	38 445	10 915	1	38 445	10 912	1	38 444	10 909	0
5	49 383	49 383	10 931	0	49 383	10 926	0	49 383	10 923	0	49 383	10 919	0
6	60 265	60 264	10 890	-1	60 263	10 885	-2	60 264	10 882	-1	60 263	10 880	-2
7	5 659	5 658	10 940	-1	5 658	10 936	-1	5 659	10 933	-1	5 658	10 938	-1
8	16 584	16 584	10 931	0	16 584	10 926	0	16 584	10 921	0	16 584	10 922	0
9	27 513	27 512	10 930	-1	27 514	10 928	1	27 513	10 924	0	27 513	10 920	0
10	38 444	38 443	10 922	-1	38 445	10 919	1	38 445	10 915	1	38 443	10 911	-1
11	49 383	49 381	10 931	-2	49 383	10 928	0	49 382	10 926	-1	49 383	10 921	0
12	60 265	60 266	10 892	1	60 265	10 885	0	60 265	10 882	0	60 266	10 882	1