

doi: 10.7690/bgzdh.2015.09.022

基于角速率的低配置小型无人机高度控制律设计

金波, 陈伟, 胡羲

(中航工业成都飞机工业(集团)有限责任公司技术中心, 成都 610092)

摘要: 采用鲁棒伺服最优控制方法(robust servo linear quadratic regulator, RSLQR)设计了基于角速率的某小型无人机高度控制律。该方法将鲁棒指标和时域控制品质相融合, 将跟踪误差扩展到系统动态模型中, 利用线性二次型最优控制理论, 设计了控制律结构和参数, 实现了高度的无静差控制, 保障了控制器的鲁棒性能。与常规控制器对比结果表明: 基于角速率的控制器具有良好的高度跟踪效果和抗干扰能力, 满足了小型低配置无人机的飞行控制要求。

关键词: 控制律; 鲁棒伺服; 角速率

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Altitude Control Based on Angular Rate for Small UAV with Low Sensor Configuration

Jin Bo, Chen Wei, Hu Xi

(Aeronautic Technology Center, AVIC Chengdu Aircraft Industrial (Group) Co., Ltd., Chengdu 610092, China)

Abstract: The altitude controller based angular rate is developed by optimization theory of robust servo linear quadratic regulator (RSLQR) for a small UAV. The method combines robust index with time zone control quality, expands tracking error to system dynamic model, use linear quadratic form optimal control principle, design control principle structure and parameter, realize height zero steady-state error control, and protect controller robust performance. Compared it with regular controller, the results show that controller, which based on angular rate, has great height tracking ability and anti-disturbance ability. It can satisfy the flight control requirements of mini low configuration UAV.

Keywords: control law; robust servo; angular rate

0 引言

随着小型无人机在军事和民用各个领域的广泛应用, 国内外针对小型无人机的控制展开了深入的研究^[1-4], 张治生等提出了使用角速率和高度信息的纵向控制律结构, 与传统控制律结构相比, 减少了姿态反馈回路, 控制品质良好。M. Sadraey 等基于动态逆和 H_∞ 回路成型的方法, 设计了小型无人机全包线控制律, 并与线性二次型(linear quadratic regulator, LQR)最优控制、经典比例-积分-微分(proportional-integral-differential, PID)2种线性控制器仿真结果作了比较, 结果表明: 3种控制器均能取得较好的控制品质, 该方法具有很强的消除不确定性、抗干扰及噪声等能力, 但方法较复杂, 在工程上实现受到限制。

考虑样例无人机转动惯量较小, 操纵敏感度较高的特点, 文中选用角速率为主控变量, 结合鲁棒伺服 LQR 现代控制律设计方法, 给出了以角速率为控制内回路, 高度为外回路的控制方案。与常规 PID

控制方法相比, 该方案不需要姿态反馈, 仅采用角速率就能够达到高度跟踪的目标, 且具有良好的鲁棒品质。

1 问题提出

无人机动力学和运动学特性, 可用十二阶非线性微分方程来描述:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, u) \\ y &= cx \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

状态量 $x=[u, v, w, \phi, \theta, \psi, p, q, r, x_e, y_e, h]^T$ 分别为机体轴系轴向速度、侧向速度、法向速度、滚转角、俯仰角、航向角、滚转角速率、俯仰角速率、偏航角速率、北向距离、东向距离、高度。输入 $u=[\delta_T, \delta_e, \delta_a, \delta_r]^T$ 分别为油门、升降舵、副翼舵、方向舵。在迎角 2° 处, 对样例无人机配平线性化后, 得到样例无人机纵向运动的线性方程为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu_1 \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

收稿日期: 2015-04-22; 修回日期: 2015-06-18

作者简介: 金波(1981—), 男, 陕西人, 工程硕士, 工程师, 从事飞行控制与系统仿真研究。

其中： $u_1=[\delta_e \ \delta_T]$ ； $x=[\theta \ u \ w \ h \ q]$ ； $y=[\theta \ \alpha \ h \ q \ \dot{h}]$ 。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -9.79 & -0.10 & 0.24 & 0 & -0.87 \\ -0.28 & -0.58 & -2.4 & 0.01 & 29.98 \\ -30 & -0.02 & 0.99 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & -0.62 & -0.3 & -4.13 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.01 & 0.09 \\ -0.13 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0.53 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 57.29 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.05 & 1.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 57.29 \\ 29.99 & 0.02 & -0.99 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

式中 \dot{h} 为高度变化率。

从状态矩阵 A 可以得到 $\dot{q} = -4.13 \times q$ ， q 自身的衰减率较大，反映出样例无人机纵向转动惯量较小的特性；从控制矩阵 B 中可以看出 $\dot{q} = -0.53 \times 57.3 \times \delta_e$ ， \dot{q} 与 δ_e 的上述关系表明样例无人机操纵敏感度高。

2 角速率控制律

与一般线性二次型方法相比，鲁棒伺服 LQR 将积分控制引入状态反馈中，提高了系统跟踪控制指令和抑制扰动的能力^[5-6]。针对样例无人机，提取状态量 $x = q$ 组成新的线性模型，如下式所示：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= A_a x + B_b u_2 \\ y_c &= C_c x + D_d u_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

控制输出 y_c 取 q ，由式 (2) 得到 $A_a = -4.13$ ， $B_b = -0.53$ ， $C_c = 57.29$ ， $D_d = 0$ 。定义控制指令为 q_g ，则控制指令误差可表示为

$$e = q - q_g \quad (4)$$

系统对控制指令 q_g 的跟踪可转化为对控制指令误差 e 的调节。将指令跟踪误差 e 增广为系统的状态量，得到新的状态空间方程^[7]：

$$\dot{z} = \bar{A}z + \bar{B}\mu \quad (5)$$

上式各变量定义如下：

$$z = \begin{bmatrix} e \\ \dot{x} \end{bmatrix}, \quad \mu = \dot{u}_2, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & C_c \\ 0 & A_a \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} D_c \\ B_b \end{bmatrix},$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 57.2958 \\ 0 & -4.1367 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.5363 \end{bmatrix}.$$

选取性能指标函数

$$J = \int_0^{\infty} (z^T Q_J z + \mu^T R \mu) d\tau \quad (6)$$

确定性能加权矩阵 $Q_J = \text{diag} \{Q_1, Q_2\}$ 和控制加权矩阵 R ，使得性能指标函数最小。由于两者的相对比例关系，将 R 设置为 I 。根据系统时频域的控制品质可确定性能加权矩阵 Q_J 。性能加权函数的选取流程如图 1^[5]所示。

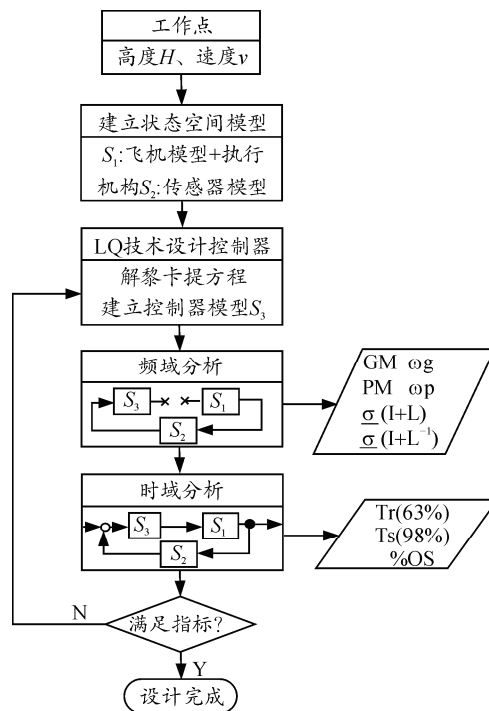


图 1 性能加权函数选取流程

Q_1, Q_2 与时频域指标的关系如图 2~图 4 所示。根据图 2~图 4 所示的性能指标与 Q_J 的关系，最终得到

$$Q_J = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

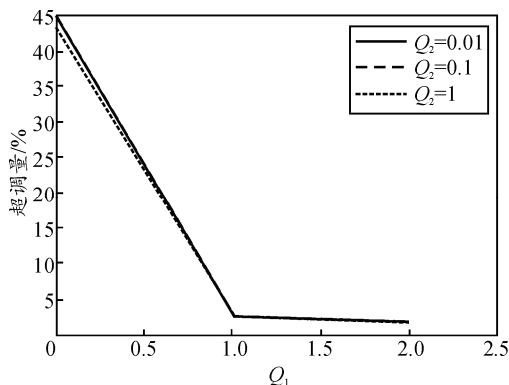


图 2 超调量与 Q_1 曲线

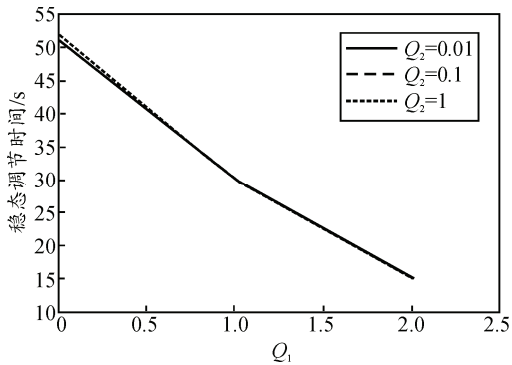


图 3 调节时间与 Q_1 曲线

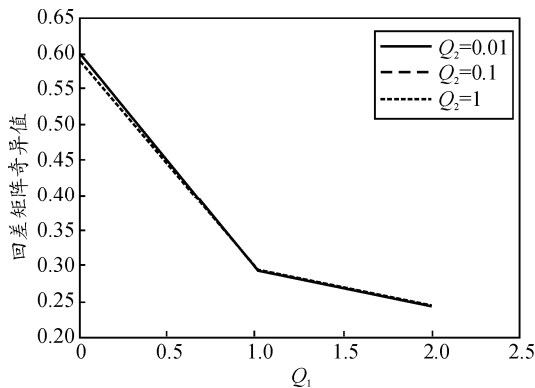


图 4 回差矩阵奇异值与 Q_1 曲线

解黎卡提方程：

$$\overline{PA} + \overline{A}^T \overline{P} - \overline{PB}R^{-1}\overline{B}^T \overline{P} + \overline{Q}_j = 0. \quad (7)$$

矩阵 \overline{P} 为 2×2 对称非负矩阵。得到最优解：

$$u^* = -R^{-1}\overline{BP}z.$$

从而得到控制增益 $K = -R^{-1}\overline{BP}$ 。根据 $K = [K_y, K_x]$ ，于是有 $K_e^Q = -K_x = 0.2$ ， $K_e^{IQ} = -K_y = 0.8$ ，

$$u = \int \mu d\tau = -K \int z d\tau = -K_y \int e d\tau - K_x x. \quad (8)$$

由式 (3)~式 (8) 得到的鲁棒伺服 LQR 控制结构，如图 5 所示。

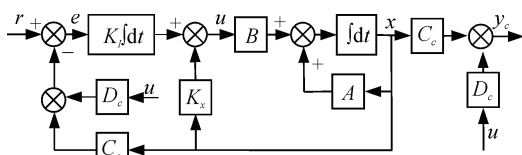


图 5 鲁棒伺服 LQR 控制结构

由式 (8) 得到的俯仰角速率控制器结构如下式

$$\delta_e = K_e^Q Q + K_e^{IQ} \int (Q - Q_g) dt. \quad (9)$$

3 高度控制器

高度变化率控制器以俯仰角速率为内回路，结构为：

$$\left. \begin{aligned} \delta_e &= K_e^Q Q + K_e^{IQ} \int (Q - Q_g) dt \\ Q_g &= K_q^H (\dot{H} - \dot{H}_g) + K_q^{DH} s(\dot{H} - \dot{H}_g) + K_q^{IH} \int (\dot{H} - \dot{H}_g) dt \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

控制增益 $K_q^H = 0.5$ ， $K_q^{DH} = 0.25$ ， $K_q^{IH} = 0.1$ 时，系统的幅值裕度大于 6 dB，相位余度大于 45° ^[8-9]，满足控制国军标对控制器的品质要求。高度变化率回路^[6]频域响应见图 6，时域的阶跃响应见图 7。

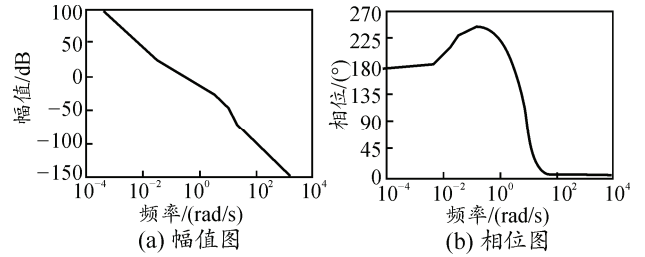


图 6 高度变化率控制器根轨迹

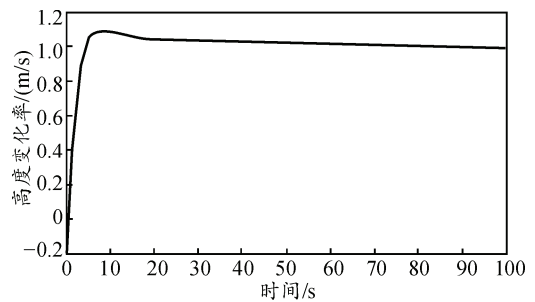


图 7 高度变化率控制器阶跃响应

高度控制律是将高度误差通过比例环节输出到高度变化率回路，实现高度跟踪和控制，结构见式 (11) 和图 8。高度回路控制增益取 $K_e^H = 0.1$ 时，频域的品质见图 9、图 10 和表 1。

$$\left. \begin{aligned} \delta_e &= K_e^Q Q + K_e^{IQ} \int (Q - Q_g) dt \\ Q_g &= K_q^H (\dot{H} - \dot{H}_g) + K_q^{DH} s(\dot{H} - \dot{H}_g) + K_q^{IH} \int (\dot{H} - \dot{H}_g) dt \\ \dot{H}_g &= K_e^H (H - H_g) \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

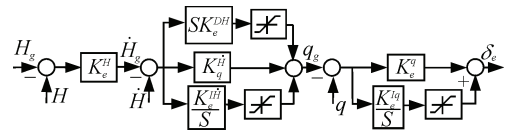


图 8 高度控制器结构

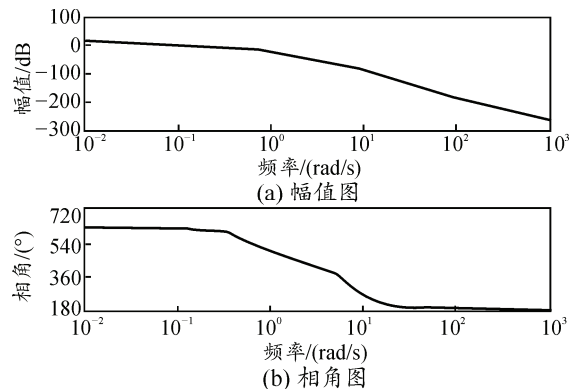


图 9 角速率高度控制器波特

表 1 角速率高度跟踪控制器时频域控制品质

阶跃特性			频域特性			奇异值		
上升时间/s	调节时间/s	超调量/%	相位裕度/(°)	截止频率/(rad/s)	幅值裕度/dB	min/(L ⁻¹ (s))	min/(I+L(s))	min/(I+L ⁻¹ (s))
17.098 3	37.700 0	0	82.2	0.106 8	16.454 0	0.099 6	0.816 7	1.004 9

表 1 中, min(I+L(s))和 min(I+L⁻¹(s))分别为回差矩阵奇异值的最小值、逆回差矩阵奇异值的最小值, min(I+L(s))和 min(I+L⁻¹(s))越大系统越稳定^[10]。

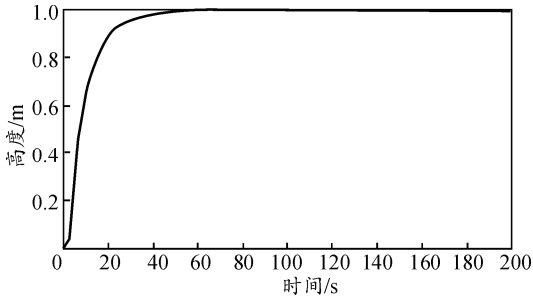


图 10 角速率高度控制器阶跃响应

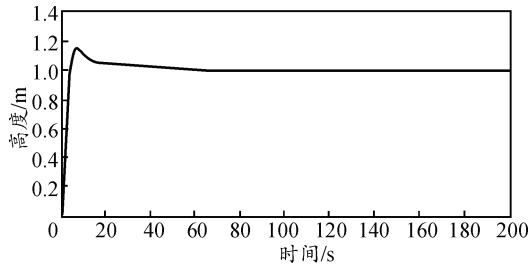
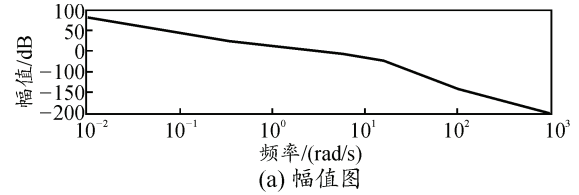


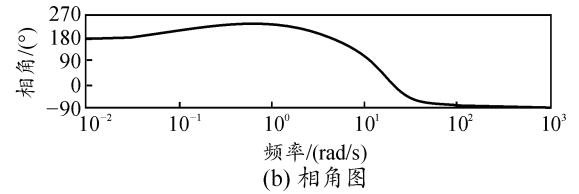
图 11 常规高度控制器阶跃响应

常规 PID 高度控制器如式 (12), 图 11、图 12 和表 2 给出了 PID 高度控制器的阶跃响应和控制品质。

$$\delta_e = K_e^Q Q + K_e^\theta (\theta - \theta_g) + K_e^H (H - H_g) + K_e^{IH} \int (H - H_g) dt \quad (12)$$



(a) 幅值图



(b) 相角图

图 12 常规高度控制器波特

比较表 1 和表 2 可知: 角速率高度控制器调节时间短, 且无超调。在其他指标方面, 2 种控制器品质基本相同。

表 2 常规高度跟踪控制时频域控制品质

阶跃特性			频域特性			奇异值		
上升时间/s	调节时间/s	超调量/%	相位裕度/(°)	截止频率/(rad/s)	幅值裕度/dB	min/(L ⁻¹ (s))	min/(I+L(s))	min/(I+L ⁻¹ (s))
4.164 3	44.100 0	14.646 8	56.774 8	0.257 6	17.899 8	0.876 4	0.702 7	0.904 8

4 仿真验证

在样例无人机非线性六自由度模型中, 对基于角速率的纵向高度保持控制律进行仿真验证。平飞指令 H_g 分别为 1 030 m 和 980 m, 高度和高度变化

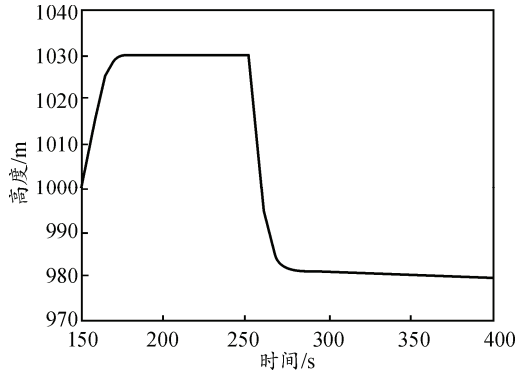


图 13 高度仿真曲线

率变化趋势如图 13、图 14 所示。高度曲线表明高度控制器满足控制品质要求, 调节时间和超调量均在指标要求之内。图 14 为高度变化率曲线, 作为高度控制内回路, 高度变化率均在合理限幅范围之内。

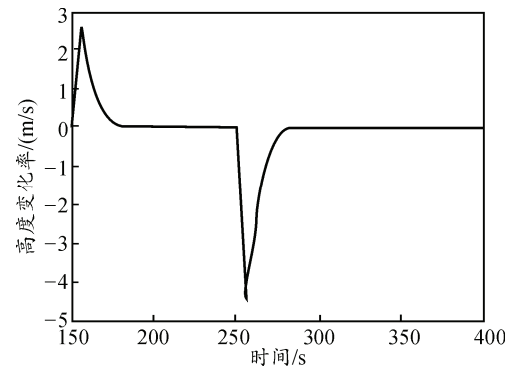


图 14 高度变化率仿真曲线

为了验证该控制律结构对噪声和干扰的抑制能力, 在模型中增加俯仰角速率 Q 测量误差 (常值-2

(°/s) 以及俯仰干扰力矩 M (常值-5 N·m), 高度响应如图 15 所示。

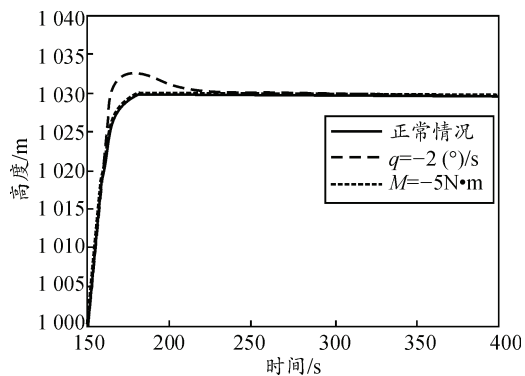


图15 高度抗干扰曲线

由图15可以看出: 俯仰角速率 Q 测量误差存在的情况下, 高度控制器仍具有良好的高度跟踪能力, 但存在一定的超调, 这与采用的控制结构有关。 Q 存在误差 (-2 (°)/s), 需要 Q_g 减小来抵消, 而 Q_g 由高度变化率回路解算得到, 则 $\dot{H} - \dot{H}_g$ 需要减小, 相应的 \dot{H}_g 增大, 又 $\dot{H}_g = K_e^H (H - H_g)$, 则 H 增大, 就会产生一定的超调。存在俯仰力矩干扰 M 的情况下, 高度控制器品质基本无影响, 这是因为克服干扰力矩只需升降舵偏转一定的角度, 不会对控制品质如超调等产生影响。

5 结束语

笔者着重研究了基于角速率的无人机纵向控制律设计, 使用鲁棒伺服 LQR 方法设计了角速率回路的控制参数, 并与常规 PID 控制器进行了比较。仿真结果表明: 基于角速率的控制器有良好的控制效果, 且具有较好的抗干扰和抑制噪声的能力。该控

制器已经应用于工程中, 并取得了满意的结果。

参考文献:

- [1] 张治生, 陈怀民. 一种新的小型无人机飞行控制策略研究[J]. 飞行力学, 2009, 27(4): 43-49.
- [2] Sadraey M, Colgren R. Two DOF Robust Nonlinear Autopilot Design for a Small Uav Using a Combination of Dynamic Inversion and H_∞ Loop Shaping[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, 2005: 15-18.
- [3] 吴春英, 卢京潮. 基于 LQR 技术的无人机纵向控制律设计[J]. 飞行力学, 2006, 24(3): 33-36.
- [4] 唐一萌, 唐永哲. 基于过程引导的飞机纵向控制律设计[J]. 计算机测量与控制, 2010, 18(5): 1061-1064.
- [5] Wise K. Linear and Nonlinear Flight Control for the AIAA Control Design Challenge[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Hilton Head Island: 1992: 10-12.
- [6] Wise K. A Bank-To-Turn Missile Autopilot Design Approach Using LQG/LTR Control Theory[C]//AIAA 26th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, 1988: 11-14.
- [7] Joseph S. Brinker, Autonomous Steering of the Joint Unmanned Combat Air Systems(X-45A)[C]//AIAA 3rd "Unmanned Unlimited" Technical Conference, Workshop and Exhibit, Chicago, Illinois, 2004: 20-23.
- [8] 张明廉. 飞行控制系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994: 46-49.
- [9] 吴森堂, 费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005: 258-266.
- [10] Wise K. Singular Value Robustness Tests for Missile Autopilot Uncertainties[J]. Journal of Guidance, 1991, 14(3): 597-606.