

doi: 10.7690/bgzd.2015.09.014

基于反馈线性化的无人机盘旋控制器设计

张奕烜^{1,2}, 宋科璞^{1,2}, 张翔伦^{1,2}

(1. 中国航空工业集团西安飞行自动控制研究所, 西安 710065;

2. 飞行器控制一体化技术重点实验室, 西安 710065)

摘要: 针对经典 PD 算法无法保证闭环系统在大范围内的稳定性的问题, 提出一种基于反馈线性化的无人机盘旋控制器设计方法。在考虑滚转角响应特性的条件下建立了无人机盘旋飞行的非线性动力学模型, 在此基础上基于反馈线性化方法设计了非线性盘旋控制器, 以保证闭环系统的全局渐进稳定, 并通过 Matlab/Simulink 中将盘旋控制器加入模型进行仿真。仿真结果证明: 相比于线性盘旋控制器, 非线性盘旋控制器可得到更好的动态响应特性, 其抵抗风干扰的能力也明显优于线性盘旋控制器。

关键词: 无人机; 反馈线性化; 盘旋控制器; 抗风扰

中图分类号: TJ85 **文献标志码:** A

Design of Controller for UAV Circling Flight Based on Feedback Linearization

Zhang Yixuan^{1,2}, Song Kepu^{1,2}, Zhang Xianglun^{1,2}

(1. Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Xi'an 710065, China;

2. Key Laboratory on Aircraft Control, Xi'an 710065, China)

Abstract: Because the classical PD algorithm can not ensure stability of close loop system in large area, put forwards a UAV circling flight controller based on feedback linearization. Considering roll angle response feature, establish UAV circling flight nonlinear dynamic model. Based on this, design nonlinear circling controller based on feedback linear method to ensure close loop system global asymptotical stability, then add circling controller into model for simulation by Matlab/Simulink. The simulation results show that: comparing with linear circling controller, nonlinear circling controller can acquire better dynamic response feature, its anti-wind disturbance ability is better than linear circling controller.

Keywords: UAV; feedback linearization; circling flight controller; wind disturbance resistance

0 引言

盘旋是指飞行器在水平面内连续转弯 360° 以上的机动飞行, 它是飞行器最常见的水平机动动作^[1]。在有人机中, 盘旋机动通常依靠驾驶员操纵飞行器保持某一滚转角实现, 其对应的航迹回路为开环控制, 无法精确跟踪圆形航迹。在无人机中, 一般通过反馈圆心径向距离偏差及其变化率, 使用经典 PD 算法实现盘旋航迹的闭环控制。该方法所得到的线性盘旋控制器可实现圆形航迹跟踪, 但无法保证闭环系统在大范围内的稳定性, 且其受风干扰影响较大。

基于此, 笔者在对无人机盘旋机动动力学建模的基础上提出了一种基于反馈线性化的无人机盘旋控制器设计方法。相比于常规的线性盘旋控制算法, 该方法在改善系统动态特性的同时可提高其抗风扰的能力。该方法既可用于无人机对地目标监视时的盘旋飞行, 又可用于无人机进场着陆时的精确转弯航迹控制。

1 无人机盘旋动力学建模

设无人机以原点为圆心进行盘旋, 建立图 1 所示的极坐标系。其中, ρ 为矢径, φ 为方位角, ψ 为其航向角, v_0 为其飞行地速。通常无人机盘旋飞行时处于协调转弯状态, 即无侧滑角, 侧力 F_y 由下式^[2-3]计算:

$$F_y = mg \tan \phi. \quad (1)$$

其中: m 为无人机的质量; ϕ 为其滚转角。

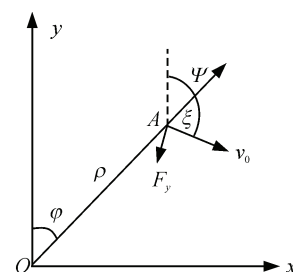


图 1 无人机盘旋动力学模型

从图中可知径向速度 v_ρ 与横向速度 v_φ 满足^[4]:

收稿日期: 2015-04-27; 修回日期: 2015-06-11

作者简介: 张奕烜(1989—), 男, 山西人, 硕士, 从事导航、制导与控制研究。

$$\left. \begin{aligned} v_\rho &= \dot{\rho} = v_0 \cos \xi \\ v_\phi &= \rho \dot{\phi} = v_0 \sin \xi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

根据运动学关系有：

$$\left. \begin{aligned} a_\rho &= \ddot{\rho} - \rho \dot{\phi}^2 \\ a_\phi &= 2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中： a_ρ 为径向加速度，沿矢径方向，向外为正； a_ϕ 为横向加速度，垂直于矢径，向右为正。由图中几何关系可知二者满足：

$$\left. \begin{aligned} a_\rho &= -\frac{F_y \sin \xi}{m} \\ a_\phi &= \frac{F_y \cos \xi}{m} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由式(2)~式(4)可得：

$$\ddot{\rho} - \frac{v^2 - \dot{\rho}^2}{\rho} + \frac{F_y}{m} \sqrt{1 - \frac{\dot{\rho}^2}{v^2}} = 0 \quad (5)$$

设期望的无人机盘旋半径为 R_0 ，额定飞行地速为 v_0 ，额定滚转角为 ϕ_0 。则三者满足如下关系：

$$\frac{v_0^2}{R_0} = g \tan(\phi_0) \quad (6)$$

假设无人机始终保持额定地速 v_0 。取盘旋径向距离误差为 $\delta r = \rho - R_0$ ，滚转角增量为 $\delta\phi = \phi - \phi_0$ 。根据式(1)、式(5)有：

$$\delta\ddot{r} - \frac{v_0^2 - \delta r^2}{R_0 + \delta r} + g \tan(\phi_0 + \delta\phi) \sqrt{1 - \frac{\delta r^2}{v_0^2}} = 0 \quad (7)$$

在姿态控制回路基础上，无人机的滚转角响应特性可以使用一阶惯性环节近似，即滚转角增量 $\delta\phi$ 满足：

$$\delta\dot{\phi} = \frac{1}{T_0}(\phi_c - \delta\phi) \quad (8)$$

其中 ϕ_c 为滚转角增量指令(滚转角指令为 $\phi_0 + \phi_c$)。

取状态变量 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [\delta r \ \delta\dot{r} \ \delta\phi]^T$ ；输入变量 ϕ_c ；输出变量 $y = x_1$ 。根据式(7)、式(8)有：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{v_0^2 - x_2^2}{R_0 + x_1} - g \tan(\phi_0 + x_3) \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{v_0^2}} \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{T_0}(\phi_c - x_3) \\ y &= x_1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

上式即为无人机盘旋飞行的动力学模型。需要说明的是，根据物理意义，各状态量有约束条件：

$$\left. \begin{aligned} x_1 &\in [-R_0, +\infty) \\ x_2 &\in [-v_0, v_0] \\ x_3 &\in (-90^\circ - \phi_0, 90^\circ - \phi_0) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

2 盘旋控制器设计

2.1 线性盘旋控制器设计

无人机线性盘旋控制器设计基于小扰动理论，即首先需要将模型在平衡点处线性化，从而得到输入 ϕ_c 与输出 y 之间的近似线性模型。根据式(9)有：

$$x_3 = \arctan \left[\frac{1}{g \sqrt{1 - \dot{y}^2/v_0^2}} \left(\frac{v_0^2 - \dot{y}^2}{R_0 + y} - \ddot{y} \right) \right] - \phi_0 \quad (11)$$

上式两侧对时间求导有：

$$\dot{x}_3 = \frac{g^2 (v_0^2 - \dot{y}^2)}{v_0^2 \left(\frac{v_0^2 - \dot{y}^2}{R_0 + y} - \ddot{y} \right)^2 + g^2 (v_0^2 - \dot{y}^2)} \cdot \left[\frac{\ddot{y}\dot{y}}{g v_0^2} \left(1 - \frac{\dot{y}^2}{v_0^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{v_0^2 - \dot{y}^2}{R_0 + y} - \ddot{y} \right) + \frac{1}{g \sqrt{1 - \dot{y}^2/v_0^2}} \left(\frac{\dot{y}^3 - 2\dot{y}(R_0 + y)\ddot{y} - v_0^2\dot{y}}{(R_0 + y)^2} - \ddot{y} \right) \right] \quad (12)$$

根据式(8)，令

$$f(\dot{x}_3(\ddot{y}, \dot{y}, \dot{y}, y), x_3(\ddot{y}, \dot{y}, \dot{y}, y), \phi_c) = T_0 \dot{x}_3 + x_3 - \phi_c = 0 \quad (13)$$

在平衡点 $\dot{y} = \dot{y} = y = 0$ ， $\phi_c = 0$ 处对上式进行线性化有：

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{y}} \ddot{y} + \frac{\partial f}{\partial \dot{y}} \dot{y} + \frac{\partial f}{\partial y} y + \frac{\partial f}{\partial \phi_c} \phi_c = 0 \quad (14)$$

其中：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \ddot{y}} \Big|_{\dot{y}=y=0} &= -T_0 \frac{g R_0^2}{v_0^4 + g^2 R_0^2}, & \frac{\partial f}{\partial \dot{y}} \Big|_{\dot{y}=y=0} &= -\frac{g R_0^2}{v_0^4 + g^2 R_0^2}, \\ \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{\dot{y}=y=0} &= -T_0 \frac{g v_0^2}{v_0^4 + g^2 R_0^2}, & \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{\dot{y}=y=0} &= -\frac{g v_0^2}{v_0^4 + g^2 R_0^2}, \\ \frac{\partial f}{\partial \phi_c} \Big|_{\dot{y}=y=0} &= -1, \end{aligned} \right\}$$

则有

$$\frac{g}{v_0^4 + g^2 R_0^2} (T_0 R_0^2 \ddot{y} + R_0^2 \dot{y} + T_0 v_0^2 \dot{y} + v_0^2 y) = -\phi_c \quad (15)$$

上式即为无人机稳定盘旋状态附近的近似线性模型。

以某小型无人机为例设计盘旋控制器，其滚转时间常数 T_0 为0.95 s，飞行地速 v_0 为55 m/s，使用

25°额定滚转角 ϕ_0 进行盘旋, g 取 9.81 m/s^2 , 则其理论盘旋半径 R_0 为 661.3 m 。带入式 (15) 有(其中 ϕ_c 单位为 rad):

$$\ddot{y} + 1.053\dot{y} + 6.918 \times 10^{-3}y + 7.282 \times 10^{-3}y = -12.57\phi_c. \quad (16)$$

线性盘旋控制器使用径向距离误差 y 及其变化率 \dot{y} 作为反馈量实现 PD 控制, 即

$$\phi_c = k_p y + k_d \dot{y}. \quad (17)$$

笔者选取 $k_p = 0.1/57.3 = 1.745 \times 10^{-3}$, $k_d = 1.1/57.3 = 1.920 \times 10^{-2}$ 。此时的闭环系统为

$$\ddot{y} + 1.053\dot{y} + 2.483 \times 10^{-1}\dot{y} + 2.922 \times 10^{-2}y = 0. \quad (18)$$

其对应的极点为

$$s_1 = -0.7833, \quad s_{2,3} = -0.1347 \pm 0.1385i. \quad (19)$$

可以看出: 极点 s_1 的实部为极点 $s_{2,3}$ 实部的 6 倍左右, 可认为 $s_{2,3}$ 为系统的主导极点, 即系统的时域响应主要由这一对极点确定。按照二阶系统的形式计算 $s_{2,3}$ 的阻尼比为 $\xi = 0.697$, 自振角频率为 $\omega_n = 0.193$ 。

2.2 基于反馈线性化的非线性盘旋控制器设计

从上节可以看出: 基于线性化模型设计的线性盘旋控制器无法保证系统大范围内的稳定性, 且无法保证远离平衡点处的动态响应特性。基于反馈线性化的非线性控制器设计方法则可避免上述缺陷。

反馈线性化的基本思路是在非线性系统前串联一个它的逆系统, 从而使二者构成一个伪线性系统, 进而使用线性系统的综合方法对其设计控制器。具体设计步骤^[5]如下:

设单输入单输出系统由如下方程所表示:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= f(\mathbf{x}, u) & \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \\ y &= h(\mathbf{x}, u) \end{aligned} \right\}. \quad (20)$$

其中: $\mathbf{x} \in R^n$ 为状态变量; $u \in R^1$ 为输入量; $y \in R^1$ 为输出量。

若 $h(\mathbf{x}, u)$ 中不显含 u , 则对 $y(t)$ 进行求导:

$$y^{(1)}(t) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \cdot \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \cdot f(\mathbf{x}, u) \cdot h_1(\mathbf{x}, u). \quad (21)$$

若 $y^{(i-1)}$ 中不显含 u , 则继续对其求导, 直至下式中显含 u :

$$y^{(i)}(t) = \frac{\partial h_{i-1}(\mathbf{x}, u)}{\partial \mathbf{x}} \cdot f(\mathbf{x}, u) \cdot h_i(\mathbf{x}, u). \quad (22)$$

令 $\alpha = i$, 根据隐函数定理可知, 方程 $y^{(\alpha)}(t) = h_\alpha(\mathbf{x}, u)$ 将存在:

$$u = h_\alpha^{-1}[\mathbf{x}, y^{(\alpha)}(t)]. \quad (23)$$

将 u 、 \mathbf{x} 、 $y^{(\alpha)}$ 分别替换为 w 、 \mathbf{z} 、 η , 可构成如下系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= f[\mathbf{z}, h_\alpha^{-1}(\mathbf{z}, \eta)] & \mathbf{z}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \\ w &= h_\alpha^{-1}[\mathbf{z}, \eta] \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

其中 $\eta(t)$ 为输入, $w(t)$ 为输出, $\mathbf{z}(t)$ 为状态变量。则式 (24) 构成了式 (23) 的一个 α 阶积分逆系统。将二者串联, 即令 $u(t) = w(t)$, 则可构成如下 α 阶伪线性系统:

$$y^{(\alpha)}(t) = \eta(t). \quad (25)$$

需要说明的是, 串联后由于 $u = w = h_\alpha^{-1}(\mathbf{z}, \eta)$, 因此有 $\dot{\mathbf{z}} = f(\mathbf{z}, u)$ 。故 $\mathbf{z}(t)$ 与 $\mathbf{x}(t)$ 满足相同的状态方程, 又因为有相同的初值 $\mathbf{x}(0)$, 从而有 $\mathbf{z}(t) = \mathbf{x}(t)$ 。因此, 伪线性系统中 $\mathbf{z}(t)$ 可由状态反馈 $\mathbf{x}(t)$ 代替。

在得到伪线性系统后即可使用线性系统综合方法对其设计控制器。

针对文中所研究的问题, 具体控制器设计步骤如下:

显然 $y = x_1$, $\dot{y} = x_2$, $\ddot{y} = \dot{x}_2$ 中均不显含 ϕ_c 。则由式 (9) 可得:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \frac{g}{T_0} \frac{x_3}{\cos^2(\phi_0 + x_3)} \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{v_0^2}} + \\ &\frac{3x_2 g \tan(\phi_0 + x_3) \sqrt{1 - x_2^2/v_0^2}}{R_0 + x_1} + \frac{3x_2(x_2^2 - v_0^2)}{(R_0 + x_1)^2} - \\ &g^2 \tan^2(\phi_0 + x_3) \frac{x_2}{v_0^2} - \frac{g}{T_0} \frac{1}{\cos^2(\phi_0 + x_3)} \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{v_0^2}} \phi_c. \end{aligned} \quad (26)$$

\ddot{y} 中显含 ϕ_c 。取虚拟输入 $\eta = \ddot{y}$, 则其与 ϕ_c 之间的关系如下:

$$\begin{aligned} \phi_c &= -\frac{T_0 \cos^2(\phi_0 + x_3)}{g \sqrt{1 - x_2^2/v_0^2}} \left[\eta - \frac{g}{T_0} \frac{x_3}{\cos^2(\phi_0 + x_3)} \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{v_0^2}} - \right. \\ &\frac{3x_2 g \tan(\phi_0 + x_3) \sqrt{1 - x_2^2/v_0^2}}{R_0 + x_1} - \\ &\left. \frac{3x_2(x_2^2 - v_0^2)}{(R_0 + x_1)^2} + g^2 \tan^2(\phi_0 + x_3) \frac{x_2}{v_0^2} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

将式 (27) 所示的系统与原系统 (9) 进行串联, 即得到了如下 3 阶积分系统:

$$\ddot{y} = \eta. \quad (28)$$

接着针对上式设计控制器。为了与 2.1 节中的线性控制器进行比较, 这里将上述 3 阶积分系统的

极点也配置至式 (19) 所示的位置, 即保证 2 种控制器在平衡点附近有相同的动态特性。得到:

$$\eta = -(1.053\ddot{y} + 2.483 \times 10^{-1} \dot{y} + 2.922 \times 10^{-2} y)。 \quad (29)$$

将上式带入式 (27) 即得到如下非线性控制器:

$$\phi_c = \frac{T_0 \cos^2(\phi_0 + x_3)}{g\sqrt{1-x_2^2/v_0^2}} \left[\frac{g}{T_0 \cos^2(\phi_0 + x_3)} \sqrt{1-\frac{x_2^2}{v_0^2}} + \frac{3x_2 g \tan(\phi_0 + x_3) \sqrt{1-x_2^2/v_0^2}}{R_0 + x_1} + \frac{3x_2(x_2^2 - v_0^2)}{(R_0 + x_1)^2} - g^2 \tan^2(\phi_0 + x_3) \frac{x_2}{v_0^2} + (1.053\ddot{y} + 2.483 \times 10^{-1} \dot{y} + 2.922 \times 10^{-2} y) \right]。 \quad (30)$$

上式中 x_1 、 x_2 、 x_3 分别为盘旋径向距离误差, 径向速度与滚转角增量, 均为可测量量。而 $y = x_1$, $\dot{y} = x_2$, $\ddot{y} = \dot{x}_2$ 均可通过式 (9) 计算得到, 因此上式所表示的控制器可实现。需要说明的是, 控制器实现时, v_0 使用实际速度反馈, 而不是额定值。

另外, 容易看出上述设计的反馈线性化方法式 (27) 在式 (10) 所确定的系统工作范围内严格成立, 因此式 (9) 与式 (30) 所组成的闭环系统的稳定性等价于式 (18) 所示线性系统的稳定性, 故式 (30) 所示的控制器可保证闭环系统全局渐进稳定^[6]。

3 仿真结果分析

在 Matlab/Simulink 中搭建无人机的 6 自由度模型并设计姿态控制回路、高度保持模式、地速保持模式。在此基础上将式 (17) 与式 (30) 所示的盘旋控制器加入模型进行仿真。仿真条件如 2.1 节所述, 无人机控制系统如图 2。

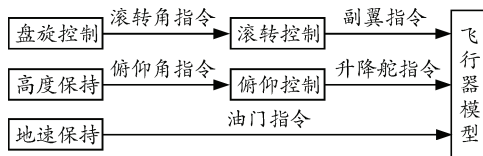


图 2 无人机控制系统

3.1 2 种盘旋控制器动态响应特性比较

为验证 2 种盘旋控制器的动态特性, 选择一个远离平衡点 ($\delta r = 0 \text{ m}$, $\delta \dot{r} = 0 \text{ m/s}$, $\phi = 25^\circ$) 的初始状态切入盘旋控制, 进而分析闭环系统的动态响应特性。具体选择为: 初始盘旋径向距离误差 $\delta r = 200 \text{ m}$; 初始径向速度 $\delta \dot{r} = 20 \text{ m/s}$; 初始滚转角 $\phi = 0^\circ$ 。

分别使用第 2 节所设计的线性控制器与非线性控制器进行仿真, 得到的飞行轨迹与径向距离误差响应曲线分别如图 3、图 4 所示。可以看出, 2 种控

制器的响应时间均为 36.4 s (进入 $\pm 10 \text{ m}$ 径向距离误差带内的时间), 但非线性控制器所产生的 -21.4 m 的径向距离误差超调量明显小于线性控制器 -36.8 m 的超调量。由此可以看出: 使用反馈线性化方法设计非线性盘旋控制器, 可以明显地改善闭环系统的动态特性。图 5 为非线性控制器仿真中生成的滚转角指令与滚转角的响应曲线。

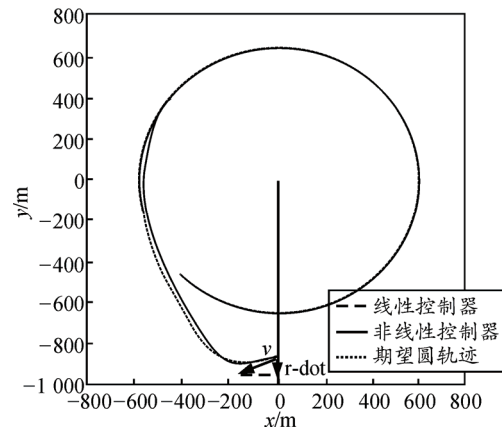


图 3 初始状态进入盘旋状态的过渡轨迹

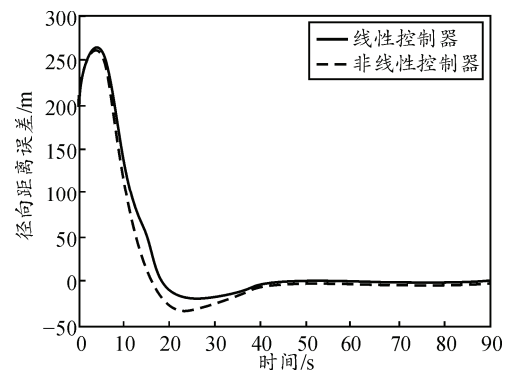


图 4 径向距离误差响应曲线

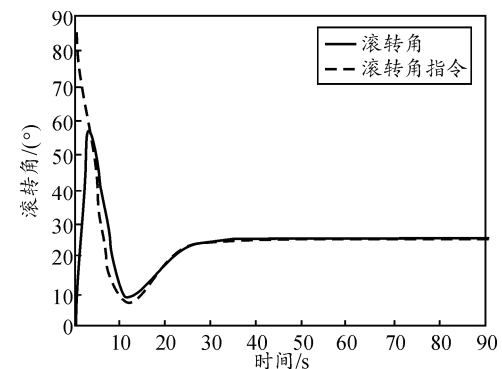


图 5 非线性控制器滚转角指令与滚转角响应曲线

3.2 2 种盘旋控制器抗风扰能力比较

为验证盘旋控制器的抗风扰能力, 在进入稳定盘旋后加入 8 m/s 的常值风进行仿真。2 种控制器的仿真结果如图 6、图 7 所示。