

doi: 10.7690/bgzdh.2015.08.002

多模自适应递推最小二乘滤波在机动目标跟踪中的应用

樊 鹏, 李文才, 董琦昕

(中国兵器工业第五八研究所军品部, 四川 绵阳 621000)

摘要: 针对火控系统设计卡尔曼滤波器存在的不足, 在机动目标跟踪中应用最小二乘滤波方法。基于最小二乘法基本原理, 推导递推格式最小二乘滤波公式系, 详细论述其工程实现方法, 并通过模拟航路仿真及实装动飞进行试验验证。结果表明: 该方法的多模自适应递推最小二乘滤波能满足某火控系统相关要求, 对类似系统具有一定的工程参考意义。

关键词: 递推最小二乘; 滤波; 目标跟踪

中图分类号: TJ02 **文献标志码:** A

Application of Multi-model Adaptive Recursive Least Square Filter in Maneuvering Target Tracking

Fan Peng, Li Wencai, Dong Qixin

(Department of Military Products, No. 58 Research Institute of China Ordnance Industry, Mianyang 621000, China)

Abstract: In view of existing problems of Kalman filter in designing fire control system, using the least square (LS) filtering algorithm in maneuvering target tracking. Based on the basic principle of LS method, recursive LS (RLS) filtering formula was deduced, and its engineering realization method was also discussed in detail, the algorithm was verified by both computer simulation and equipment experiment. The results show that, the method of multi-model adaptive RLS filter can meet the requirements of fire control system, and can supply reference to engineering of similar system.

Keywords: recursive least square; filter; target tracking

0 引言

卡尔曼滤波器是滤波稳定、滤波质量高和适应各种不同条件的最理想的滤波器。但它需要事先掌握确切的统计资料, 如目标运动, 特别是目标加速度统计特性、系统及量测标准等统计特性, 这些知识一般很难获得^[1]。在设计火控系统时, 如果不能掌握卡尔曼滤波所需的先验知识, 那么即使采用了卡尔曼滤波, 也只能是计算复杂而效果欠佳。最小二乘法滤波所求的估计值和各观测值之间的误差平方和达到最小, 不需相关先验知识, 在工程实践上具有一定优势^[2]。因此, 笔者对其在机动目标跟踪中的应用进行研究。

1 最小二乘法基本原理

设目标坐标的真实值为 $x(t)$, 在时刻 t_1, t_2, \dots, t_n 得到目标的观测值为 z_1, z_2, \dots, z_n 。设 $x(t)$ 随时间按多项式变化, 即设

$$x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_m t^m \quad (1)$$

式 (1) 即为目标运动数学模型。为了确定 $a_0 \sim a_m$ 的数值, 先给出观测值与之差, 即残差

$$\varepsilon_i = \sum_{j=0}^m a_j t_i^j - z_i \quad (2)$$

残差的平方和为

$$\sum_{i=0}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=0}^n (\sum_{j=0}^m a_j t_i^j - z_i)^2 = Q \quad (3)$$

为使 Q 最小, 对 a_k 求偏导并令为零, 即

$$\frac{\partial Q}{\partial a_k} = 2 \sum_{i=0}^n (\sum_{j=0}^m a_j t_i^j - z_i) t_i^k = 0 \quad (4)$$

令 $k = 0, 1, 2, 3, \dots, m$ 便得 $m+1$ 个方程式, 可求得 a_0, a_1, \dots, a_m 共 $m+1$ 个未知数, 当 $n \geq m+1$ 时有唯一解。求出参数 a_0, a_1, \dots, a_m 后即可得到 $x(t)$ 的表达式。

2 递推最小二乘滤波的工程实现方法

2.1 滤波模型选择

建立机动目标跟踪模型是进行机动目标跟踪的基本要素之一, 也是一个关键而又棘手的问题。模型建立的好坏将直接影响目标跟踪的性能^[3]。

常见的模型有匀速直线运动模型 CV(constant velocity)、匀加速直线运动模型 CA(constant acceleration, 辛格模型(singer)和“当前”统计模型 CS(current statistical)等。建立模型的一般原则是既要符合目标的实际情况, 又要便于数学处理。综合分析各模型的跟踪性能^[4-5], 结合实际工程经验, 选

收稿日期: 2015-03-06; 修回日期: 2015-04-08

作者简介: 樊 鹏(1984—), 男, 湖北人, 硕士, 工程师, 从事火力指挥与控制系统研究与开发研究。

定 CV 和 CA 模型作为最小二乘法滤波的运动模型。

2.2 公式系推导

以 CA 模型为例推导递推最小二乘法滤波公式系。设目标运动为

$$x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (5)$$

按固定周期 Δt 对目标进行测量，得到观测值 z_1, z_2, \dots, z_n ，则各时刻残差为

$$\varepsilon_i = a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 - z_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

残差平方和为

$$Q = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 - z_i)^2 \quad (7)$$

分别对 a_0, a_1 和 a_2 求偏导并令其等于零，即

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 - z_i) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 - z_i) t_i = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 - z_i) t_i^2 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

令 $t_i = i\Delta t$ ，整理得：

$$\begin{cases} na_0 + S_1 a_1 + S_2 a_2 = \sum_{i=1}^n z_i \\ S_1 a_0 + S_2 a_1 + S_3 a_2 = \sum_{i=1}^n iz_i \\ S_2 a_0 + S_3 a_1 + S_4 a_2 = \sum_{i=1}^n i^2 z_i \end{cases} \quad (9)$$

其中：

$$\begin{cases} \hat{x}_n = \frac{3}{n} \sum_{i=1}^n z_i - \frac{6(4n+3)}{n(n+1)(n+2)} \sum_{i=1}^n iz_i + \frac{30}{n(n+1)(n+2)} \sum_{i=1}^n i^2 z_i \\ \hat{\dot{x}}_n = \frac{6(4n-3)}{n(n-1)(n-2)\Delta t} \sum_{i=1}^n z_i + \frac{12(11-14n^2)}{n(n^2-1)(n^2-4)\Delta t} \sum_{i=1}^n iz_i + \frac{180}{n(n+1)(n^2-4)\Delta t} \sum_{i=1}^n i^2 z_i \\ \hat{\ddot{x}}_n = \frac{60}{n(n-2)(n-1)\Delta t^2} \sum_{i=1}^n z_i - \frac{360}{n(n-2)(n-1)(n+2)\Delta t^2} \sum_{i=1}^n iz_i + \frac{360}{n(n+1)(n-2)(n-1)(n+2)\Delta t^2} \sum_{i=1}^n i^2 z_i \end{cases} \quad (18)$$

式 (18) 以观测值的累加和形式得到滤波估值，称之为累加格式的最小二乘法滤波。可以看出：累加格式的最小二乘法滤波计算较为复杂，且需要记忆大量数据，不利于工程实现。而递推格式的滤波公式，可以从累加格式的公式导出，以下仅作简要说明。令

$$\hat{x}_{n/n-1} = \hat{x}_{n-1} + \Delta t \hat{\dot{x}}_{n-1} + \frac{\Delta t^2}{2} \hat{\ddot{x}}_{n-1} \quad (19)$$

$$\hat{\dot{x}}_{n/n-1} = \hat{\dot{x}}_{n-1} + \Delta t \hat{\ddot{x}}_{n-1} \quad (20)$$

$$S_1 = \sum_{i=1}^n i, S_2 = \sum_{i=1}^n i^2, S_3 = \sum_{i=1}^n i^3, S_4 = \sum_{i=1}^n i^4 \quad (10)$$

$$a_1' = a_1 \Delta t, a_2' = a_2 \Delta t^2 \quad (11)$$

令

$$\sum_{i=1}^n z_i = b_1, \sum_{i=1}^n iz_i = b_2, \sum_{i=1}^n i^2 z_i = b_3 \quad (12)$$

则方程 (9) 的解可表示为：

$$a_0 = \frac{D_0}{D}, a_1' = \frac{D_1}{D}, a_2' = \frac{D_2}{D} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} D = \begin{vmatrix} n & S_1 & S_2 \\ S_1 & S_2 & S_3 \\ S_2 & S_3 & S_4 \end{vmatrix} & D_0 = \begin{vmatrix} b_1 & S_1 & S_2 \\ b_2 & S_2 & S_3 \\ b_3 & S_3 & S_4 \end{vmatrix} \\ D_1 = \begin{vmatrix} n & b_1 & S_2 \\ S_1 & b_2 & S_3 \\ S_2 & b_3 & S_4 \end{vmatrix} & D_2 = \begin{vmatrix} n & S_1 & b_1 \\ S_1 & S_2 & b_2 \\ S_2 & S_3 & b_3 \end{vmatrix} \end{cases} \quad (14)$$

由式 (5)、式 (11) 和式 (13) 得 $t_n = n\Delta t$ 时刻的坐标估值：

$$\hat{x}_n = \frac{D_0 + nD_1 + n^2 D_2}{D} \quad (15)$$

同理可得速度估值及加速度估值：

$$\hat{\dot{x}}_n = \left. \frac{d(x(t))}{dt} \right|_{t=t_n} = a_1 + 2a_2 t_n = \frac{D_1 + 2nD_2}{D\Delta t} \quad (16)$$

$$\hat{\ddot{x}}_n = \left. \frac{d^2(x(t))}{dt^2} \right|_{t=t_n} = 2a_2 = \frac{2D_2}{D\Delta t^2} \quad (17)$$

将式 (14) 按行列式展开，并将式 (10) 的值带入，经计算整理可得：

它们表示在 t_{n-1} 时刻，根据目标运动规律对 t_n 时刻的坐标及速度预测。

将式 (19)~(20) 代入式 (18) 整理可得：

$$\begin{cases} \hat{x}_n = \hat{x}_{n/n-1} + \frac{3(3n^2 - 3n + 2)}{n(n+1)(n+2)} (z_n - \hat{x}_{n/n-1}) \\ \hat{\dot{x}}_n = \hat{\dot{x}}_{n/n-1} + \frac{18(2n-1)}{n(n+1)(n+2)\Delta t} (z_n - \hat{x}_{n/n-1}) \\ \hat{\ddot{x}}_n = \hat{\ddot{x}}_{n-1} + \frac{60}{n(n+1)(n+2)\Delta t^2} (z_n - \hat{x}_{n/n-1}) \end{cases} \quad (21)$$

同理,将目标运动设为 $x(t) = a_0 + a_1t$ 可得 CV 模型对应的公式系:

$$\begin{cases} \hat{x}_n = \hat{x}_{n/n-1} + \frac{2(2n-1)}{n(n+1)}(z_n - \hat{x}_{n/n-1}) \\ \hat{\dot{x}}_n = \hat{\dot{x}}_{n-1} + \frac{6}{n(n+1)\Delta t}(z_n - \hat{x}_{n/n-1}) \end{cases} \quad (22)$$

式 (21)、式 (22) 即为 CA、CV 模型对应的递推最小二乘滤波公式。

2.3 多模自适应策略

多模自适应的关键是目标机动的检测,但由于观测噪声的存在,直接通过速度和加速度很难判断,特别是目标作弱机动时,噪声的影响远大于目标机动引起的变化,机动检测难度大。采用一种通过比较一阶拟合和二阶拟合残差差值的办法来进行机动检测^[6],其原理:如果目标发生机动,则一阶拟合的误差肯定会大于二阶拟合的误差。具体方法如下。

设观测值序列

$$\{(x_1, y_1, h_1), (x_2, y_2, h_2), \dots, (x_k, y_k, h_k)\} \quad (23)$$

按第一节给出的最小二乘法分别对观测值序列作一阶、二阶拟合,拟合结果表示为

$$\begin{cases} (\hat{x}_i^{(1)}, \hat{y}_i^{(1)}, \hat{h}_i^{(1)}) \\ (\hat{x}_i^{(2)}, \hat{y}_i^{(2)}, \hat{h}_i^{(2)}) \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (24)$$

则一阶、二阶拟合残差以及其差值可表示为:

$$\begin{aligned} d_k^{(1)} &= \sum_{i=1}^k [(\hat{x}_i^{(1)} - x_i)^2 + (\hat{y}_i^{(1)} - y_i)^2 + (\hat{h}_i^{(1)} - h_i)^2] \\ d_k^{(2)} &= \sum_{i=1}^k [(\hat{x}_i^{(2)} - x_i)^2 + (\hat{y}_i^{(2)} - y_i)^2 + (\hat{h}_i^{(2)} - h_i)^2] \\ d_k &= d_k^{(1)} - d_k^{(2)} \end{aligned} \quad (25)$$

这样,每次得到新的观测值后进行滑窗处理,从而得到残差差值序列。判断差值序列迅速增大到大于阈值则认为目标发生机动,将 CA 模型滤波结果作为滤波输出,反之则将 CV 模型滤波结果作为滤波输出。

3 仿真与实际应用情况

3.1 模拟航路仿真

1) 航路 1: 匀速直线航路。

航捷 500 m, 航高 1 000 m, X 方向航速 250 m/s, 采样周期 20 ms。经仿真分析, X 方向测量误差标准差为 15.085, 滤波误差标准差为 5.167, 误差曲线如图 1。

2) 航路 2: 匀加速直线航路。

X 方向初始航速 10 m/s, 加速度 5 m/s², 航高

1 000 m, 航捷 500 m。经仿真分析, X 方向测量误差标准差为 15.085, 滤波误差标准差为 6.167, 误差曲线如图 2。

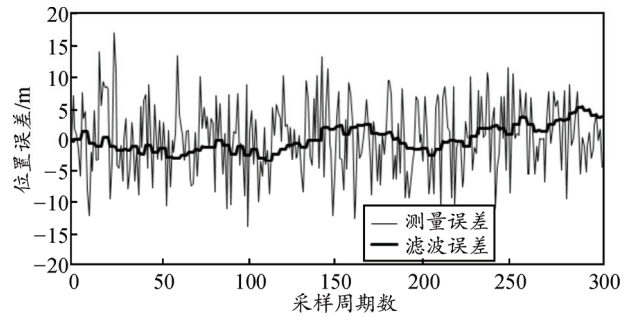


图 1 匀速直线航路: X 方向误差曲线(局部)

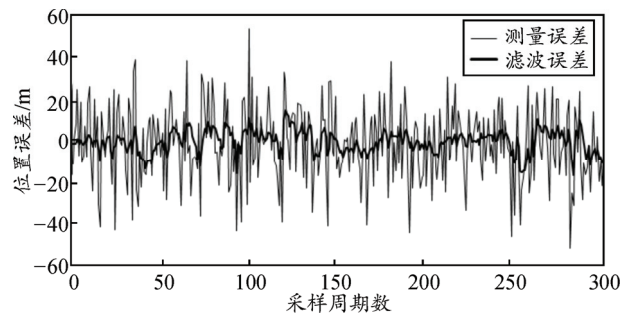


图 2 圆周航路: X 方向误差曲线(局部)

3) 航路 3: 圆周航路。

运动速率 150 m/s, 运动半径 1 500 m, 航高 1 000 m。经仿真分析, X 方向测量误差标准差为 13.869, 滤波误差标准差为 6.349; Y 方向测量误差标准差为 12.130, 滤波误差标准差为 5.436; H 方向测量误差标准差为 12.804, 滤波误差标准差为 6.842; 误差曲线如图 3~图 5。

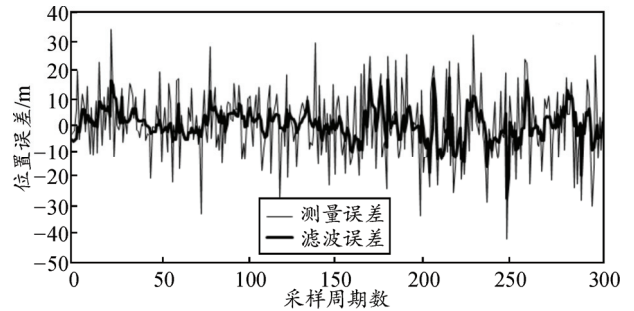


图 3 圆周航路: X 方向误差曲线(局部)

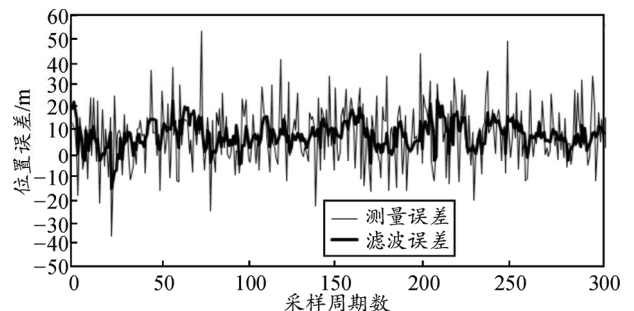


图 4 圆周航路: Y 方向误差曲线(局部)

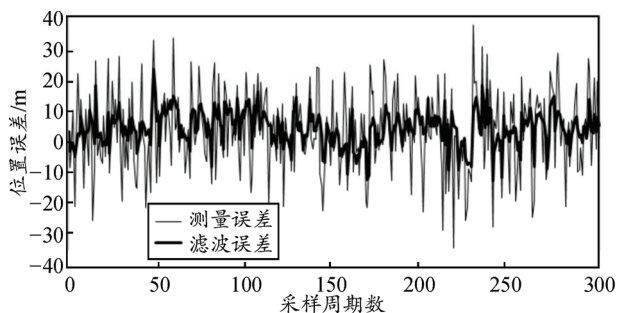


图 5 圆周航路：H 方向误差曲线(局部)

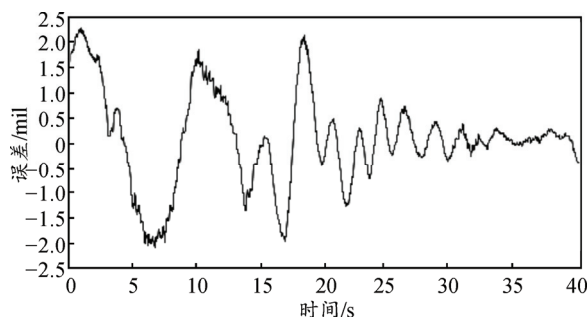


图 7 高低角误差

3.2 实装动飞航路

航路为某武器系统动飞试验数据，将光电跟踪系统对目标的观测值作为滤波输入，经滤波后作为目标真值参与逆解。某典型航路：靶机速度 150 m/s，高度约 500 m，航路捷径 500 m。经逆解统计分析，方位角系统误差 0.06 mil，随机误差 0.56 mil，如图 6；高低角系统误差 0.07 mil，随机误差 0.94 mil，如图 7。

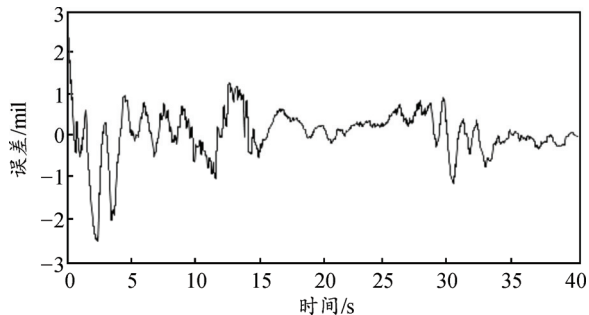


图 6 方位角误差

(上接第 3 页)

3.2 提升装甲机械化部队战法演练水平

结合装甲兵主要作战方向和任务，开发具体装甲兵作战效能评估的应用案例，按照装甲兵部队的战术训练内容体系要求，制定相应的作战方案和想定，将作战全过程的作战原则、战术运用和指挥控制等更直观、更完整和更全面的多维度“可视化”表达，实现装甲兵部队战术推演和“战法”演练等功能，满足装甲兵部队指挥员“战法”演练需求，促进部队“战法”演练水平提升。

3.3 提高装甲机械化部队指挥员指挥决策能力

装甲兵作战方案推演系统、数据采集和作战效能评估系统，满足指挥员利用方案推演系统进行指挥谋略训练，通过实时采集数据，从定量的角度分析指挥员了解任务、判断情况和下决心的能力，客观评估指挥员作战方案制定的训练质量与效益，提高了装甲兵中级指挥员的指挥谋略能力和水平^[5]。

4 结束语

从仿真及应用情况看：笔者设计的多模自适应递推最小二乘滤波满足火控系统相关要求，对类似系统具有一定参考意义。下一步将研究冗余高频测角信息与最小二乘滤波的结合，以提高滤波精度。

参考文献：

- [1] 李相民, 孙瑾, 谢晓芳, 等. 火力控制原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 46-49.
- [2] 薄煜明, 郭治, 钱龙军, 等. 现代火控理论与应用基础[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 77-78.
- [3] 周宏仁, 敬忠良, 王培德, 等. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991: 10-11.
- [4] 潘平俊, 冯新喜, 赵晓明. 机动目标模型研究与发展综述[J]. 指挥控制与仿真, 2006, 28(3): 12-15.
- [5] 肖雷, 刘高峰, 魏建仁. 几种机动目标运动模型的跟踪性能对比[J]. 火力与指挥控制, 2007, 32(5): 106-109.
- [6] 张远, 曲成华. 一种最小二乘与自适应 Kalman 联合滤波算法[J]. 火控雷达技术, 2008, 37(4): 20-21.

4 结束语

作战效能评估实验室建设是解决当前装甲兵部(分)队作战能力评估的迫切举措。笔者主要从实验室的功能需求、体系结构和应用效益等方面简要阐述，为效能评估实验室建设提供了基本框架。有关装甲兵实验如何融入体系实验室、与其他兵种实验室的对接等问题，都将是下一步研究的重点问题。

参考文献：

- [1] 龙卫国. 装甲机械化部队体系作战能力评估研究[D]. 蚌埠: 装甲兵学院, 2013: 14-17.
- [2] 张春晓. 通信指挥作战实验室建设研究[J]. 信息通信, 2014(1): 169-170.
- [3] 蔡延曦, 孙淡, 张卓. 武器装备体系作战效能评估方法分析[J]. 先进制造与管理, 2008(10): 24-26.
- [4] 缪刚. 通信装备作战实验效能评估方法分析[J]. 舰船电子工程, 2013 (3): 100-104.
- [5] 孙文纪, 屈洋, 陈艳彪. 基于 SEA 的装甲兵海上进攻作战效能评估[J]. 兵工自动化, 2014, 33(8): 44-47.