

doi: 10.7690/bgzdh.2015.07.017

窄角扇束 CT 仿真投影计算方法

周源¹, 陈庆贵², 周红梅¹

(1. 海军航空工程学院七系, 山东 烟台 264001; 2. 海军航空工程学院研究生管理大队, 山东 烟台 264001)

摘要: 窄角扇束 CT 已在工业领域广泛应用。为了研究窄角扇束 CT 的图像重建算法, 节省扫描检测成本, 对其进行仿真研究很有必要。在分析窄角扇束 CT 扫描特点的基础上, 推导建立窄角扇束 CT 仿真投影计算公式。为了验证仿真投影计算的准确性, 对 Shepp-Logan 头部模型进行仿真投影计算和图像重建, 重建结果验证了仿真投影计算公式的有效性和准确性。该方法还可以应用到广角扇束 CT 的仿真投影计算中。

关键词: 窄角扇束 CT; 仿真投影; 滤波反投影**中图分类号:** TP302 **文献标志码:** A

Algorithm for Computation of Narrow Fan Beam CT Projections

Zhou Yuan¹, Chen Qinggui², Zhou Hongmei¹

(1. No. 7 Department, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China;

2. Administrant Brigade of Postgraduate, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: Narrow fan-beam CT is widely used in industrial field. To study the narrow fan beam computed tomography (CT) reconstruction algorithm and save scanning cost, there needs to carry out simulation of narrow fan-beam CT projection. On the basis of the characteristic of narrow fan-beam CT, we establish formula of narrow fan-beam CT simulation projections. In order to prove the effectiveness of formula of simulation projections, Shepp-Logan model was chosen to conduct simulation and image reconstruction. Results show that the formula of simulation projections is effective and accurate. The method can also be applied to the computation of wide fan beam CT projections.

Keywords: narrow fan-beam CT; simulation projections; filtered back projection

0 引言

窄角扇束 CT 属于二代 CT, 目前在工业无损检测中应用较为广泛^[1-2]。工业 CT 检测成本较高, 为了对窄角扇束 CT 的图像重建算法进行研究, 需要开展计算机仿真研究。目前对 CT 进行的仿真研究包括平行束 CT、广角扇束 CT, 锥束 CT。笔者以窄角扇束 CT 为研究对象, 结合窄角扇束 CT 扫描方式的特点, 推导建立了窄角扇束 CT 仿真投影公式, 并利用滤波反投影算法对其进行图像重建。

1 角扇束 CT 扫描方式简介

如图 1 所示, 窄角扇束 CT 采用单射线源多探测器平移/旋转的扫描方式。扫描被测物体时, 射线源和探测器从被测物体一侧以某一固定步长平移扫描至物体另一侧, 完成一次投影数据的采集。然后, 被测物体绕其旋转中心旋转某一固定角度, 射线源和探测器回到起始扫描位置再次对物体进行检测, 直至完成 180°范围内投影数据的采集为止。

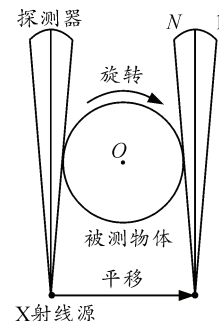


图 1 窄角扇束 CT 扫描方式

2 真投影计算

这里, 假设 X 射线源为理想的单能射线源, 在这种情况下, 投影数据的值等于物体密度分布函数沿射线路径的线积分^[3-4]。设离散像素模型的维数为 $M \times M$ 维, 对于每个像素来说, 其内部密度值是均匀分布的, 设为 $f(i, j)$, $1 \leq i, j \leq M$ 。则像素模型的仿真投影值 P 可以通过下式计算

$$P = \int_L f(i, j) dl = \sum_{i,j=1}^M f(i, j) l(i, j) \quad (1)$$

收稿日期: 2015-03-04; 修回日期: 2015-04-15

作者简介: 周源(1979—), 男, 安徽人, 博士, 讲师, 从事兵器发射理论与技术研究。

式中： L 为积分路径； $l(i, j)$ 为射线与像素 (i, j) 的相交长度。

以重建像素模型的中心为坐标原点建立如图2所示直角坐标系，设像素边长为 ξ ，其左下角顶点坐标为 (x_0, y_0) ，任一像素索引 (i, j) 自左至右为 $i=1, 2, \dots, M$ ，自上而下为 $j=1, 2, \dots, M$ ，用 $a(i, j)$ ($i, j=1, 2, \dots, M$)表示像素 (i, j) 的像素值。假设射线的方程表达式为 $y=kx+b$ ，这里笔者考虑 $\theta \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ 范围内的情况， θ 为射线与 x 轴正方向的夹角。

当 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 时，射线与像素模型的左边界或底边界相交， $k = \tan \theta$ 。当射线与像素模型的左边界相交时， $kx_0 + b \geq y_0$ ，如图2中直线 L_1 所示。

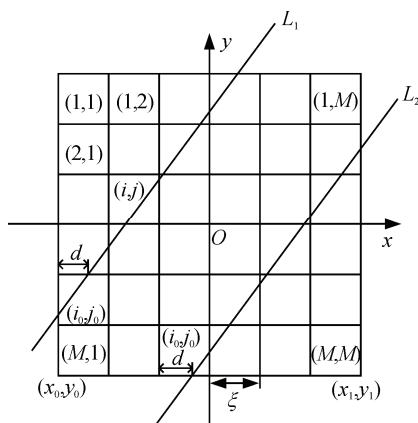


图2 $\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ 时计算示意图

起始像素 (i_0, j_0) 的索引表达式为

$$\begin{cases} i_0 = \lceil [-y_0 - (kx_0 + b)] / \xi \rceil + 1 \\ j_0 = 1 \end{cases} \quad (2)$$

此时，射线与像素 (i_0, j_0) 的相交长度为

$$l(i_0, j_0) = [-y_0 - (kx_0 + b) - (i_0 - 1)\xi] \sqrt{k^2 + 1} / k \quad (3)$$

然后将像素 $(i_0 - 1, j_0)$ 作为新的起始像素，射线与该像素左下角顶点的横向距离 d 为

$$d = [(y_0 - b) / k - x_0] + [-2y_0 - (i_0 - 1)\xi] / k \quad (4)$$

当射线与像素模型的底边界相交时， $kx_0 + b < y_0$ ，如图3中 L_2 所示。则起始像素 (i_0, j_0) 的索引表达式为

$$\begin{cases} i_0 = L \\ j_0 = \lceil [(y_0 - b) / k - x_0] / \xi \rceil + 1 \end{cases} \quad (5)$$

此时，射线与像素 (i_0, j_0) 左下角顶点的横向距离为

$$d = (y_0 - b) / k - [(j_0 - 1)\xi + x_0] \quad (6)$$

根据起始像素索引 (i_0, j_0) 和横向距离 d 来依次确定与射线相交的像素索引 (i, j) 及相交长度 $l(i, j)$ 。假设目前计算到了像素 (i, j) ，射线与其左下角顶点的横向距离为 d ，考虑如下3种情况：

1) $d > \xi$ 。

此种情况下，射线依次穿过像素 (i, j) 和 $(i, j+1)$ ，其相交长度分别为：

$$l(i, j) = \sqrt{k^2 + 1} (\xi - d + \xi / k) \quad (7)$$

$$l(i, j+1) = \sqrt{k^2 + 1} \xi / k - l(i, j) \quad (8)$$

下一个要计算的像素为 $(i-1, j+1)$ ，射线与其左下角顶点的横向距离为 $d = d - \xi$ 。

2) $d < \xi$ 。

此时，射线穿过像素 (i, j) ，其相交长度为

$$l(i, j) = \sqrt{k^2 + 1} / k \xi \quad (9)$$

下一个要计算的像素为 $(i-1, j)$ ，射线与其左下角顶点的横向距离为 $d = d + \xi / k$ 。

3) $d = \xi$ 。

此时射线穿过像素 (i, j) ，其相交长度为

$$l(i, j) = \sqrt{k^2 + 1} / k \xi \quad (10)$$

下一个要计算的像素为 $(i-1, j+1)$ ，射线与其左下角顶点的横向距离为 $d = 0$ 。

对于射线 L_1 ，其仿真投影值 $\text{proj}(L_1)$ 可以通过下式计算得到

$$\text{proj}(L_1) = \sum a(i, j) l(i, j) \quad (11)$$

式中 (i, j) 为射线 L_1 所经过的像素的索引编号。

对于其他角度下射线仿真投影值的计算，可以参照上述计算公式得到，此处不再详细介绍。

3 仿真与实验验证

为了验证仿真投影计算公式的有效性，选取Shepp-Logan标准头颅模型^[5]作为研究对象，对其进行仿真投影的计算，并利用滤波反投影算法^[6-8]对获得的仿真投影数据进行图像重建。这里选用Matlab作为工具，利用Matlab中的Phantom命令生成标准头颅模型，设生成 128×128 的图形，仿真结果如图3所示。

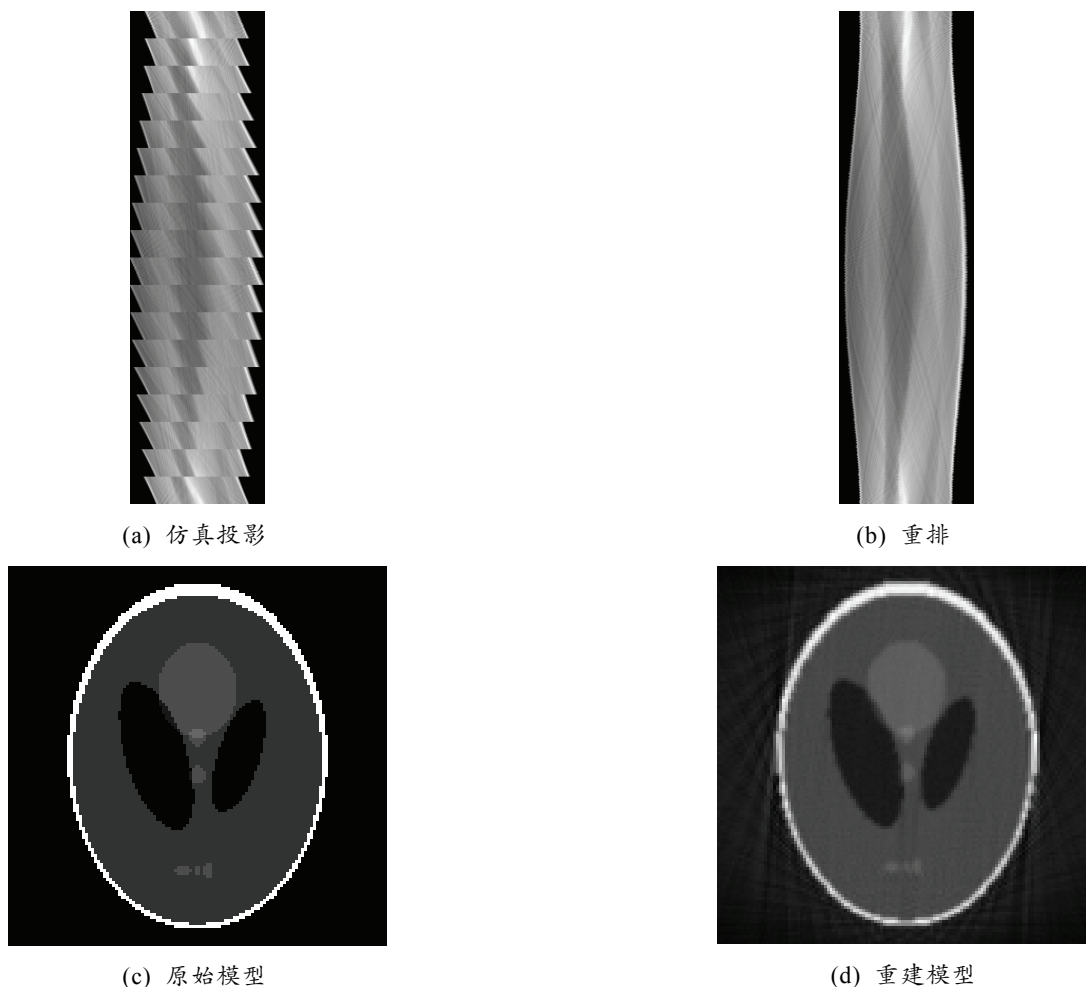


图 3 Shepp-Logan 模型仿真计算结果

4 结束语

实验结果证明了窄角扇束 CT 仿真投影计算方法的有效性和准确性。该仿真方法对研究二代 CT 图像重建算法奠定了基础。此外，该方法还可以应用到广角扇束 CT 的仿真投影计算中。

参考文献:

[1] 张顺利, 张定华, 程云勇, 等. 基于像素模型的 CT 仿真投影快速计算[J]. 计算机科学, 2011, 38(7): 290-293.

[2] 张顺利, 张定华, 赵歆波, 等. 一种射束与像素的快速遍历和求交算法[J]. 中国图像图形学报, 2009, 14(10): 1961-1965.

[3] 张顺利, 张定华, 赵歆波. 代数重建法中的一种快速投

影系数计算方法[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(5): 38-40.

[4] Shepp L A, Logan B F. 1974. The fourier reconstruction of a head section. IEEE Trans Nucl Sci. 21, 21-43.

[5] Shepp L A, Logan B F, Reconstructing interior head tissue from x-ray transmissions[J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1974(21): 228-236.

[6] 高伟雁, 孙毅刚. 滤波反投影算法在 CT 检测中的应用[C]. 计算机技术与应用进展: 2007-全国第 18 届计算机技术与应用(CACIS)学术会议论文集, 宁波, 2007: 1143-1146.

[7] 马晨欣, 胡君杰, 闫镔. CT 扇形束滤波反投影图像重建算法优化[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 46(9): 1-6.

[8] 傅健, 路宏年. 扇束工业 CT 滤波反投影重构算法的快速实现[J]. 计算机应用研究, 2002(3): 51-53.