

doi: 10.7690/bgzdh.2014.09.011

一种新的电磁轨道炮电感梯度计算方法

武昊然¹, 王志恒¹, 李小将²

(1. 装备学院研究生管理大队, 北京 101416; 2. 装备学院航天装备系, 北京 101416)

摘要: 针对现有文献对速度趋肤效应影响下的电磁轨道炮电感梯度研究不足的问题, 从毕奥-萨伐尔定律出发, 提出一种新的电感梯度计算方法。指出文献给出的 4 种电感梯度计算方法的缺点与不足, 将轨道中电流假设为均匀分布于轨道的内表面及上、下表面, 采用文中方法与文献给出 4 种计算方法对电感梯度进行分析, 并将其计算值与 ANSYS 仿真及实验得到的电感梯度值进行对比。结果表明: 该方法与文献给出 4 种计算方法所得计算值的变化趋势较为一致, 但方法得到的电感梯度值较为接近, 具有形式简单、计算准确的优点。

关键词: 电磁轨道炮; 速度趋肤效应; 电感梯度

中图分类号: TJ302 **文献标志码:** A

A New Method for Calculating the Inductance Gradient of Railgun

Wu Haoran¹, Wang Zhiheng¹, Li Xiaojiang²(1. *Administrant Brigade of Postgraduate, Academy of Equipment, Beijing 101416, China;*2. *Department of Spaceflight Equipment, Academy of Equipment, Beijing 101416, China*)

Abstract: In view of the limitations of studying on railgun inductance gradient under the influenced by the velocity skin effect, this paper proposed a new method to calculate inductance gradient of railgun based on the Biot-Savart law. Disadvantages and shortcomings of four calculation methods presented in other papers were pointed out, and this paper assumed that current was on the inner, upper and lower surfaces of rails uniformly, then analyzed inductance gradient with new method and other four methods respectively, and compared the calculated values of them with the ones obtained from ANSYS and experiments. The results show that, the change trend of calculated values of the new method and other four methods is relatively consistent, and calculated values of the new method are closer to the real ones so that the new method has the advantages of simpleness and accuracy.

Keywords: railgun; velocity skin effect; inductance gradient

0 引言

电感梯度是电磁轨道炮的重要参数之一, 其大小直接关系到电枢受力的大小, 并对电磁轨道炮的出口动能和发射效率有着重要影响^[1]。

当导体中通入交变电流时, 导体内部电流分布不均匀, 且电流集中在导体表面的现象称为电流趋肤效应。当电枢以某一速度运动, 使得电流趋向接触表面流动的现象, 称为速度趋肤效应^[2]。轨道中的电流分布情况对电感梯度的计算有着重要影响, 而在电磁轨道炮工作过程中, 通入轨道中的电流具有较高频率, 且电枢具有较高速度, 因此在计算电感梯度时不仅要考虑到电流趋肤效应的影响, 还要考虑到速度趋肤效应的影响。文献[3-6]分别提出了不同的电感梯度计算方法, 其中文献[3]和文献[4]中的方法只考虑了轨道中电流均匀分布的情况, 文献[5]中方法考虑了电流趋肤效应的影响, 但没有考虑速度趋肤效应的影响, 文献[6]中方法没有考虑轨

道宽度对电感梯度的影响。笔者考虑了电流趋肤效应及速度趋肤效应对轨道中电流分布的影响, 推导出了一种新的电感梯度计算方法。

1 4 种电感梯度计算方法

文献[3]假设轨道中电流为低频电流, 并基于此假设条件给出了电感梯度 L' ($\mu\text{H}/\text{m}$) 计算方法:

$$L' = 0.4 \left(\ln \left(\frac{s+w}{h+w} \right) + 1.5 + \ln(k) \right) \quad (1)$$

式中: s 、 w 、 h 分别为轨道间距、宽度及高度, m ; $\ln(k)$ 值可在文献[1]中查表获得。

文献[4]假设电流在轨道内均匀分布, 并且以电枢中心点处的磁感应强度替代了整个电枢位置处的磁感应强度, 依据毕奥-萨伐尔定律推导出电感梯度计算方法如下:

$$L' = \frac{2s\mu_0}{\pi wh} \int_{0.5s}^{0.5s+w} \tan^{-1} \frac{xh}{y\sqrt{4y^2 + 4x^2 + h^2}} dy \quad (2)$$

收稿日期: 2014-05-05; 修回日期: 2014-06-16

作者简介: 武昊然(1989—), 男, 黑龙江人, 蒙古族, 硕士, 从事武器系统与运用工程研究。

观察以上2种计算表达式可以看出：文献[3]中方法形式较简单，但是在计算时需要查表，且无法得到连续解；文献[4]中方法无需查表，且可求得电枢在不同位置时的电感梯度，但是计算较为复杂。

当导体中通入高频交流电流时，电流近似分布在趋肤深度内。趋肤深度与通入电流频率有直接关系，目前电磁轨道炮中常见的电容储能型电源所输出的电流频率约为1~1.5 kHz^[7]，由文献[1]可知轨道中电流的趋肤深度一般小于0.5 mm，因此可以将电流看作近似分布于轨道表面下的薄层中。文献[5]将轨道表面电流层假设为无厚度的平面电流，即电流均匀分布在轨道的4个表面，并根据毕奥-萨伐尔定律推导出了电感梯度的计算表达式：

$$L' = L'_I + L'_{II} + L'_{III} + L'_{IV} \quad (3)$$

$$\text{式中： } L'_I = \frac{2C_1}{5h_a(h+w)} (s^2(f(X_{13}) - f(X_{23}))) ;$$

$$L'_{II} = \frac{2C_2}{5h_a(h+w)} ((s+w)^2(f(X_{11}) - f(X_{21})) - w^2(f(X_{12}) - f(X_{22}))) ;$$

$$L'_{III} = \frac{1}{5h_a(h+w)} ((s+w)^2(g(X_{11}) - g(X_{21})) - w^2(g(X_{12}) - g(X_{22})) - s^2(g(X_{13}) - g(X_{23})) + K) ;$$

$$L'_{IV} = L'_{III}。$$

$$\text{其中： } K = 2h_a((s+w)\ln(s+w) - w\ln w - s\ln s) ;$$

$$f(X) = X \tan^{-1} X + \frac{1}{4} X^2 \ln(1 + \frac{1}{X^2}) - \frac{1}{4} \ln(1 + X^2) ;$$

$$g(X) = X^2 \tan^{-1} \frac{1}{X} + \tan^{-1} X + X(\ln(z^2) + \ln(1 + X^2) + 1) ;$$

$$X_{ij} = \frac{y_i}{z_j} ; \quad y_1 = \frac{h+h_a}{2} ; \quad y_2 = \frac{h-h_a}{2} ; \quad z_1 = s+w ;$$

$$z_2 = w ; \quad z_3 = s ; \quad C_1 \text{ 与 } C_2 \text{ 为电流分布系数，} C_1 + C_2 = 2。$$

文献[6]假设电流集中分布于轨道内侧表面，并给出了基于此假设的电感梯度计算表达式如下：

$$L' = 0.8 \frac{s^2}{hh_a} (f(X_1) - f(X_2)) \quad (4)$$

$$\text{式中： } f(X) = X \tan^{-1} X + \frac{1}{4} X^2 \ln(1 + \frac{1}{X^2}) - \frac{1}{4} \ln(1 +$$

$$X^2) ; \quad X_1 = \frac{h+h_a}{2s} ; \quad X_2 = \frac{h-h_a}{2s}。$$

观察以上2种方法的表达式可以看出：2种方法都考虑了电枢高度对电感梯度的影响；文献[5]中方法假设条件较为严格，但表达式非常复杂，计算过程繁琐，并且存在无意义项 $\ln(z^2)$ ；文献[6]中方法表达式较为简单，但是仅适于轨道宽度相对于轨道间距、轨道高度很小的情况。

2 考虑速度趋肤效应的电感梯度计算

在电磁轨道炮的实际工作过程中，电枢受到电磁力作用而向前高速运动，此时轨道中的电流分布除受电流趋肤效应影响外还会受到速度趋肤效应的影响。速度趋肤效应使得轨道中的电流趋于流向电枢-轨道接触表面，并且电枢速度越大其影响越明显^[8]。文献[2]指出，在速度趋肤效应作用下轨道中电流分布情况为：轨道内表面电流密度最大，上、下表面次之，外侧表面最小。此外，在强电流的激励下电枢在很短时间内便获得很高速度，因此速度趋肤效应从发射初始阶段作用明显。基于上述分析并为了简化计算，笔者对电感梯度计算表达式的推导过程做出如下假设：

1) 忽略轨道外侧表面电流，将电流视为均匀分布在轨道的内表面及上、下表面，如图1所示；

2) 电枢高度与轨道高度相同，即电枢横截面积等于炮口面积。

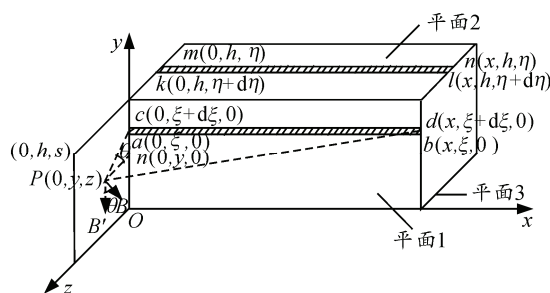


图1 轨道中电流分布

由毕奥-萨伐尔定律可知电流大小为 I 的有限长度通电直导线对空间内任意一点处所产生的磁感应强度在 y 方向上的分量为：

$$B' = [\mu_0 I (\cos \alpha + \cos \beta) / 4\pi r_0] \cos \theta \quad (5)$$

式中：真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ； α 和 β 为任意一点和导线两端连线与导线的夹角； r_0 为任意一点到导线的距离。由式(5)可计算得到平面1上的电流元在 P 点处产生的磁感应强度，将其在平面1

内沿 y 方向进行积分, 并考虑轨道长度 $l \gg w$ 、 h 、 s , 则得到平面 1 的面电流在 P 点处产生的磁感应强度为:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi(2w+h)} \left(\tan^{-1} \left(\frac{h-y}{z} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{y}{z} \right) \right) \quad (6)$$

同理得到平面 2 和平面 3 的面电流在 P 点处产生的磁感应强度为:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{8\pi(2w+h)} \left(\ln((z+w)^2 + (h-y)^2) - \ln(z^2 + (h-y)^2) \right) \quad (7)$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{8\pi(2w+h)} \left(\ln(y^2 + (z+w)^2) - \ln(y^2 + z^2) \right) \quad (8)$$

通过坐标变换, 可求得另一轨道上的对应平面在 P 点处产生的磁感应强度:

$$B_1' = \frac{\mu_0 I}{4\pi(2w+h)} \left(\tan^{-1} \left(\frac{h-y}{s-z} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{y}{s-z} \right) \right) \quad (9)$$

$$B_2' = \frac{\mu_0 I}{8\pi(2w+h)} \left(\ln((s-z+w)^2 + (h-y)^2) - \ln((s-z)^2 + (h-y)^2) \right) \quad (10)$$

$$B_3' = \frac{\mu_0 I}{8\pi(2w+h)} \left(\ln(y^2 + (s-z+w)^2) - \ln(y^2 + (s-z)^2) \right) \quad (11)$$

由安培定律可知磁场中电流元所受安培力为 $dF = I(dl \times B)$, 将其在电枢截面上进行面积分, 可得作用于电枢上的电磁力为

$$F = \int_0^s \int_0^h \sum_{i=1}^3 (B_i + B_i') \frac{I}{h} dy dz \quad (12)$$

文献[9]根据能量守恒关系推导得出另一种电枢受电磁力表达式:

$$F = \frac{1}{2} L' I^2 \quad (13)$$

将式 (6) ~ 式 (11) 代入式 (12) 中, 并将所得表达式与式 (13) 联立, 整理得到速度趋肤效应影响下的矩形截面轨道电感梯度计算表达式:

$$L' = \frac{\mu_0}{\pi h(2w+h)} (A + B + C + D) \quad (14)$$

$$A = h^2 \left(\tan^{-1} \frac{s+w}{h} - \tan^{-1} \frac{w}{h} - \tan^{-1} \frac{s}{h} \right);$$

$$B = (s+w)^2 \tan^{-1} \frac{h}{w+s} - w^2 \tan^{-1} \frac{h}{w} - s^2 \tan^{-1} \frac{h}{s} + 2hs \tan^{-1} \frac{h}{s};$$

$$C = h((s+w) \ln((s+w)^2 + h^2) - w \ln(w^2 + h^2) - s \ln(s^2 + h^2));$$

$$D = \frac{1}{2} (h^2 - s^2) \ln(s^2 + h^2) + s^2 \ln(s) - h^2 \ln(h)。$$

观察得出式 (14) 与式 (3) 的形式较为相似, 但是式 (14) 中不含无意义项 $\ln(z^2)$, 表达式较为简洁。

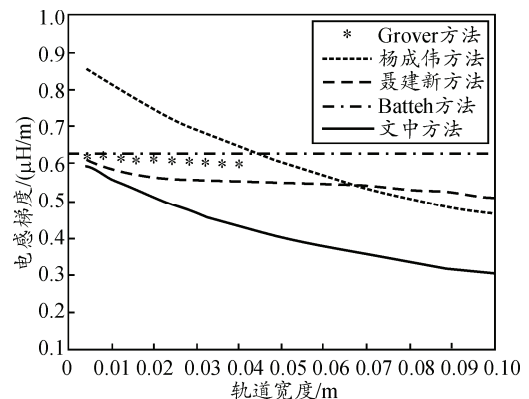
3 电感梯度计算方法仿真对比分析

采用文中方法及文献给出的 4 种方法对电感梯度进行分析, 具体对比方法为在一定范围内分别改变轨道的宽度、高度及间距, 并对电感梯度值进行计算, 设各尺寸变化范围如表 1。

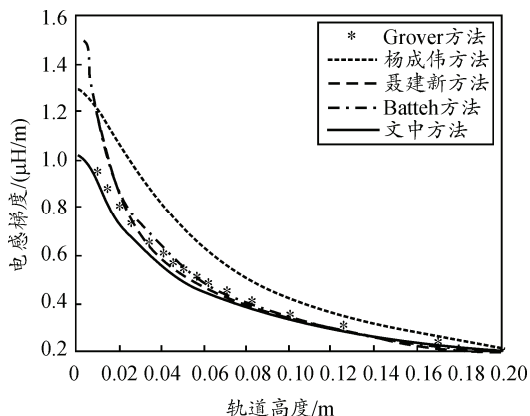
表 1 各尺寸变化范围 m

方案	轨道宽度	轨道高度	轨道间距
1	[0,0.1]	0.04	0.04
2	0.01	[0,0.1]	0.04
3	0.01	0.04	[0,0.1]

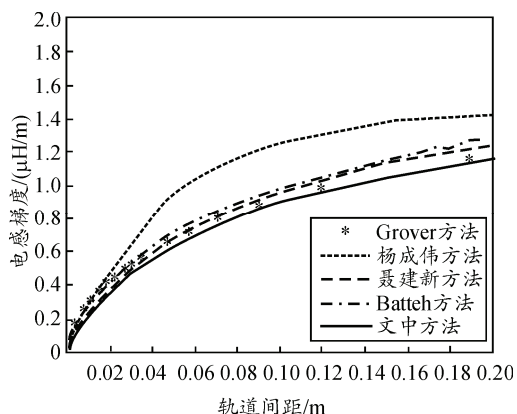
分别采用 5 种计算方法对电感梯度进行计算, 对于聂建新方法设 $C_1 = C_2 = 1$, 并消除无意义项 $\ln(z^2)$, 分别得到轨道宽度、轨道高度和轨道间距变化时电感梯度的变化曲线, 如图 2 所示。



(a) 电感梯度随轨道宽度变化情况



(b) 电感梯度随轨道高度变化情况



(c) 电感梯度随轨道间距变化情况

图2 对比分析结果

文献[10]利用有限元软件 ANSYS 建立了典型封装下电磁轨道炮二维仿真模型，并计算得到了轨道宽度、高度及间距分别为 0.01、0.02、0.02 时的电感梯度，其值与上述 5 种方法计算值对比如表 2。

表2 计算值与 ANSYS 仿真结果对比 μH/m

方法	电感梯度	方法	电感梯度
文献[3]	0.610 6	文献[6]	0.628 3
文献[4]	0.745 0	文中	0.505 7
文献[5]	0.563 9	ANSYS 仿真	0.512 5

文献[11]通过实验方法求得轨道宽度、高度及间距分别为 0.01、0.04、0.03 时的电感梯度，其值与上述 5 种方法计算值对比如表 3。

表3 计算值与实验结果对比 μH/m

方法	电感梯度	方法	电感梯度
文献[3]	0.537 5	文献[6]	0.530 7
文献[4]	0.664 3	文中	0.466 1
文献[5]	0.483 0	实验	0.461 5

由表 2、表 3 可知，与文献[3-6]中方法相比，文中方法所得电感梯度与 ANSYS 仿真及实验所得电感梯度较为接近。

4 结论

笔者从毕奥-萨伐尔定律出发推导得到了一种新电感梯度计算方法，将文中方法与 4 种方法进行对比，并将计算结果与 ANSYS 仿真和实验得到结果进行比较，得知文中方法具有形式简单、计算准确的优点。文中方法的不足之处在于：未考虑速度趋肤效应作用下轨道内表面电流与上、下表面电流的差别。下一步，还将针对速度趋肤效应对电流分布产生的影响作更深入的研究。

参考文献：

- [1] R. A. Marshall, Wang Ying. Railguns: Their technology[M]. Beijing: China Machine Press, 2004: 10-30.
- [2] 王莹, 肖锋. 电炮原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995: 372-376.
- [3] Grover F W. Inductance calculations: working formulas and tables[M]. New York, USA: Dover Publications, 1962: 22-66.
- [4] 杨成伟, 李小将, 武昊然. 矩形截面轨道发射器电感梯度影响因素研究[J]. 兵工自动化, 2013, 32(11): 16-19.
- [5] 聂建新, 韩晶晶, 焦清介, 等. 电磁轨道发射器的几何尺寸对电感梯度的影响[J]. 高电压技术, 2010, 36(3): 728-732.
- [6] Batteh J H. Momentum equation for arc-driven railguns[J]. Journal of Applied Physics, 1984, 56(11): 3182-3186.
- [7] 孙立强, 袁伟群, 严萍. 基于时频分析的电磁轨道发射电感梯度研究[J]. 电工电能新技术, 2008, 27(2): 38-41.
- [8] 杨玉东, 王建新, 薛文. 轨道炮速度趋肤效应的分析与仿真[J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(7): 1965-1968.
- [9] 王莹, 肖锋. 电炮原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995: 18-20.
- [10] 刘守豹, 阮江军, 黄道春, 等. 封装对轨道炮电感梯度的影响[J]. 电工电能新技术, 2009, 28(4): 42-45.
- [11] 陈立学. 电磁轨道炮电气负载特性的理论与实验研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007: 6.