doi: 10.7690/bgzdh.2013.06.020

# 基于低通滤波技术的 GPS/INS 组合导航

汪坤1, 严发宝2

(1. 中电科航空电子有限公司通信导航监视事业部,四川 成都 611731;2. 中国兵器工业第五八研究所特种电子技术部,四川 绵阳 621000)

摘要:针对 GPS/INS 组合导航系统中的惯性导航系统 (inertial navigation system, INS) 存在的随机误差的问题, 研究了一种通过低通滤波器减弱或消除 GPS/INS 组合导航系统高频噪声的方法。分析了陀螺仪与加速度计在三轴方 向上的误差源及其相关性,给出无人机组合导航系统中 GPS/INS 组合导航误差模型,针对 INS 数据中所含的高频误 差,构造了低通滤波器以消除其对导航精度的影响;并通过实测 Matlab/Simulink 仿真与实测 GPS/INS 导航数据验 证该低通滤波器性能。试验结果表明:采用低通滤波处理 INS 高频误差显著改善了位置精度,三轴方向上精度分别 提高了 25%、22%和 21%。

关键词: INS 误差模型; 低通滤波器; 卡尔曼滤波; GPS/INS 组合导航 中图分类号: TJ86 文献标志码: A

## Low-Pass Filter Technique Based GPS/INS Integrated Navigation

Wang Kun<sup>1</sup>, Yan Fabao<sup>2</sup>

(1. Department of Communications Navigation & Surveillance, China Electronics Technology Group Avionics Corporation, Chengdu 611731, China; 2. Departmen of Special Electronics Technology, No. 58 Research Institute of China Ordnance Industries, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** Aiming at the random error of inertial navigation system (INS) in GPS/INS integrated navigation system, research a method using a low-pass filter to attenuate or eliminate high-frequency noise in the GPS/INS integrated navigation system. Error sources and their correlations in all three axial directions of the gyroscope and the accelerometer are analyzed. An error model of the GPS/INS integrated navigation is presented for a UAV integrated navigation system. A low-pass filter is developed to eliminate the influence of the high-frequency noise in the INS data to the navigation accuracy. The performance of this low-pass filter is verified by MatLab/Simulink simulations and real GPS/INS navigation tests. The test result shows that adopt low-pass filter to deal with INS high frequency and improve position accuracy effectively. The 3 axis accuracy increase 25%, 22% and 21% separately.

Key words: INS error model; low-pass filter; Kalman filter; GPS/INS integrated navigation

## 0 引言

GPS/INS 组合导航系统是飞行器精确、可靠、 稳定、安全飞行的关键载荷<sup>[1]</sup>。GPS 具有长周期稳 定性,但信号易受遮挡、干扰,而 INS 具有短期高 精度,但其惯性元器件的误差累积影响了 INS 的长 周期稳定性。GPS/INS 具有高可靠性、高稳定性、 自主性、低成本、高精度等优点,实现了 GPS 和 INS 的优势互补,是目前最有效、应用范围最广的组合 导航方式。作为 GPS/INS 组合导航系统中的重要组 成部分,当 GPS 信号失锁、被建筑物遮挡等不可用 时,惯性导航系统(INS)不仅可以保证导航的连续 性,还可辅助 GPS 捕获卫星,提高接收机的抗干扰 性和动态特性。此时,INS 元器件误差决定了导航 精度。因此减弱 INS 误差对于提高 GPS/INS 组合 导航精度具有重要意义<sup>[2-3]</sup>。INS 原始观测数据主要 包含了惯性元器件零偏误差、安装误差、刻度系数 误差、舍入误差、随机误差等。尤其对于随机误差, 主要表现为噪声的高频特性,也决定了短周期惯性 元器件的精度。Weidong Ding 等对载体运动信息分 析<sup>[4]</sup>,提出了带有频率特性的消噪方法,消除 INS 原始数据高频噪声; Nassar 运用不同的统计模型对 INS 误差建模<sup>[5]</sup>,将 AR 模型引入 INS 偏心误差中, INS/GPS 松组合导航精度提高了 40%~60%;钟晓 春等为提高高速列车导航精度<sup>[6]</sup>,提出了一种基于 SINS/GPS 的组合导航系统,设计了 SINS/GPS 高 速列车组合导航系统的特性,将低通滤波引入到 GPS/INS 组合导航系统,通过低通滤波器减弱或消 除惯性组件导航输出的高频噪声。

1 INS 元器件误差模型

#### 1.1 陀螺仪误差模型

陀螺仪的设计方法决定了陀螺仪硬件特性,进

收稿日期: 2012-12-13; 修回日期: 2013-01-07

作者简介: 汪坤(1984—),男,四川人,硕士,助理工程师,从事民用航空通信导航系统设计、数据融合及组合导航研究。

而影响陀螺仪输出中所含误差的特性。典型陀螺误 差模型为

$$\tilde{\omega}_z = (1 + S_z)\omega_z + M_x\omega_x + M_y\omega_y + B_f + n_z \tag{1}$$

其中: $\tilde{\omega}_z$ 为角速率观测值; $\omega_z$ 为角速率真值; $S_z$ 为刻度系数; $M_x, M_y$ 为交叉耦合系数; $B_f$ 为陀螺仪零偏; $n_z$ 为随机噪声。

类似加速度计,对于小型无人机惯性组件中的 陀螺仪误差模型可简化如下:

$$\tilde{\omega}_z = \omega_z + S_z \omega_z + B_f + n_z \tag{2}$$

从上式可以看出,刻度系数误差、陀螺仪零偏 误差、随机噪声是误差源的主要部分。X 方向及 Y 方向的误差模型表达式和 Z 方向相似。

## 1.2 加速度计误差模型

加速度计的输出中包含多种误差信息,误差信 息会因不同类型的加速度计而存在一定差异,在 X 方向上的加速度真值与三轴方向的加速度观测值都 存在相关性,公式<sup>[8]</sup>如下:

 $\tilde{\alpha}_x = (1+S_x)\alpha_x + M_y\alpha_y + M_z\alpha_z + B_f + B_y\alpha_x\alpha_y + n_x$  (3) 式中:  $\tilde{\alpha}_x$ 为加速度观测值;  $S_x$ 为刻度系数;  $\alpha_x$ 为加 速度真值;  $M_y, M_z$ 为交叉耦合系数;  $B_f$ 为加速度计 零偏;  $B_y$ 为垂悬震动系数;  $n_y$ 为随机噪声。

对于小型无人机惯性组件中的加速度计来说, 根据加速度计的无垂悬震动设计原理,加速度计误 差模型可以进行如下简化:

$$\tilde{\alpha}_x = \alpha_x + S_x \alpha_x + B_f + n_x \tag{4}$$

从式 (4) 可以看出,刻度系数误差、加速度计 零偏误差、随机噪声是误差源的主要部分。Y 方向 及垂直 Z 方向的误差模型表达式和 X 方向相似。

## 2 低通滤波器

低通滤波器已广泛应用于工业控制、语音处理、 数据采集等领域。同时,低通滤波器也是信号处理 过程中的重要环节,主要用于过滤带外噪声以及干 扰引入的混叠误差。理想的低通滤波器要求低于某 个频率的信号以恒定的增益通过<sup>[9-10]</sup>,而高于该频 率的信号完全衰减。其传输函数的幅值可表示为:

$$H(\omega) = |H(j\omega)| = \begin{cases} 1, & 0 \le \omega \le \omega_0 \\ 0, & \omega_0 \le \omega \le \infty \end{cases}$$
(5)

式中, [0,∞<sub>0</sub>)表示通带, 相应地[ω<sub>0</sub>,∞)表示阻带。 由卷积定理,

$$G(u) = H(u)F(u) \tag{6}$$

式中: G(u)是平滑后信号的傅里叶变换; H(u)是低 通滤波器传递函数; F(u)是含噪声信号的傅里叶变 换。利用 H(u)使 F(u)的高频分量得到衰减,得到 G(u)后再经过逆变换即可获得高频消噪后的 INS 观 测信号 f(x)。

## 3 GPS/INS 组合导航模型

#### 3.1 INS 误差状态模型

在 GP/INS 组合导航系统的状态建模时,状态 参数应与参照坐标系对应。笔者选取 18 维状态参 数,包括三轴位置误差、速度误差、姿态误差、三 轴陀螺常值漂移、三轴加速计零偏误差。需要指出 的是,惯性元器件的误差模型均假设服从一阶马尔 科夫过程<sup>[9]</sup>。则 INS 误差状态方程为:

$$\dot{X}_{i}(t) = \mathbf{F}_{i}(t)X_{i}(t) + \mathbf{G}_{i}(t)W_{i}(t)$$

$$X_{i} = [\delta\psi_{\rm E}, \delta\psi_{\rm N}, \delta\psi_{\rm U}, \delta\nu_{\rm N}, \delta\nu_{\rm E}, \delta\nu_{\rm U}, \delta L, \delta\lambda, \delta H,$$

$$\varepsilon_{\rm bx}, \varepsilon_{\rm by}, \varepsilon_{\rm bz}, \varepsilon_{\rm rx}, \varepsilon_{\rm ry}, \varepsilon_{\rm rz}, \nabla_{\rm x}, \nabla_{\rm y}, \nabla_{\rm z}]^{\rm T}$$

$$W_{i}(t) = \begin{bmatrix} W_{\rm gx}, W_{\rm gy}, W_{\rm gz}, W_{\rm bx}, W_{\rm bx}, W_{\rm bx}, W_{\rm ax}, W_{\rm ax} \end{bmatrix}^{\rm T}$$

$$G_{i}(t) = \begin{bmatrix} C_{b}^{n} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 1_{3\times3} \end{bmatrix}_{18\times9} F_{i}(t) = \begin{bmatrix} F_{\rm N} & F_{\rm S} \\ 0_{9\times9} & F_{\rm M} \end{bmatrix}_{18\times18}$$

$$(7)$$

其中: F<sub>i</sub>(t) 为动态矩阵; G<sub>i</sub>(t) 为噪声驱动矩阵; W<sub>i</sub>(t) 为系统噪声。状态转移矩阵中 F<sub>N</sub> 各元素展开如式 (8) 所示。

$$f_{1,2} = \omega_{ie} \sin L + \frac{V_E}{R_n + h} \tan L; f_{1,5} = -\frac{1}{R_M + h};$$

$$f_{1,3} = -(\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_n + h}); f_{2,3} = -\frac{V_N}{R_M + h};$$

$$f_{2,1} = -(\omega_{ie} \sin L + \frac{V_E}{R_n + h} \tan L); f_{2,4} = \frac{1}{R_N + h};$$

$$f_{2,7} = -\omega_{ie} \sin L; f_{3,1} = -f_{1,3}; f_{3,4} = f_{2,4} \tan L;$$

$$f_{3,2} = -f_{2,3}; f_{4,2} = -f_u; f_{4,5} = f_{1,2} + \omega_{ie} \sin L;$$

$$f_{3,7} = \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_n + h} \sec^2 L; f_{9,6} = 1; f_{4,3} = f_u;$$

$$f_{4,4} = \frac{V_E}{R_n + h} \tan L - \frac{V_u}{R_M + h};$$

$$f_{4,7} = 2\omega_{ie}V_N \cos L + \frac{V_NV_E}{R_M + h} \sec^2 L + 2\omega_{ie}V_U \sin L;$$

$$f_{5,1} = f_u; f_{4,6} = f_{1,3} - \omega_{ie} \cos L; f_{5,3} = -f_E;$$
(8)

$$f_{5,4} = f_{1,2} + \omega_{ie} \sin L; f_{5,5} = -\frac{V_U}{R_M + h}; f_{5,6} = f_{2,3};$$

$$f_{6,1} = -f_N; f_{5,7} = -(2\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N + h} \sec^2 L)V_E;$$

$$f_{6,2} = f_E; f_{6,4} = 2\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N + h}; f_{6,5} = \frac{2V_N}{R_M + h};$$

$$f_{6,7} = -2\omega_{ie}V_E \sin L; f_{7,5} = \frac{1}{R_M + h}; f_{8,4} = \frac{\sec L}{R_M + h};$$

$$f_{8,7} = \frac{V_E}{R_N + h} \sec L \tan L; F_S = \begin{bmatrix} C_b^n & C_b^n & 0_{3\times 3} \\ 0_{3\times 3} & 0_{3\times 3} & C_n^b \\ 0_{3\times 3} & 0_{3\times 3} & 0_{3\times 3} \end{bmatrix}_{9\times 9};$$

$$F_M = \text{diag}[0, 0, 0, -1/T_{g_X}, -1/T_{g_Y}, -1/T_{g_Y}, -1/T_{g_Y}, -1/T_{g_Y}, -1/T_{g_Y}, -1/T_{g_Y}, -1/T_{g_Y}, -1/T_{g_Y}]$$

式中,过程噪声*W*(*t*)为零均值高斯白噪声。相应的 离散化形式的误差状态模型可表示为式 (9):

$$X_k = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1} X_{k-1} + w_k \tag{9}$$

其中状态转移矩阵为 $\boldsymbol{\Phi}_{k,k-1} = I + \Delta t F_k$ 。

## 3.2 系统量测模型

以 GPS 与 INS 的位置信息、速度信息之差作为 观测向量 z, 如式 (10):

$$z(t) = \begin{bmatrix} r_{\text{GPS}}(t) - r_{\text{INS}}(t) \\ v_{\text{GPS}}(t) - v_{\text{INS}}(t) \end{bmatrix}$$
(10)

其中,

$$v_{\rm INS}(t) = v_{\rm INS}(t_0) + \int_{t_0}^t \alpha(t)_{\rm INS} dt$$
 (11)

$$r_{\rm INS}(t) = r_{\rm INS}(t_0) + \int_{t_0}^t v_{\rm INS}(t) dt + \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \alpha(t) dt \quad (12)$$

 $r_{GPS}(t)$ 为 GPS 的位置观测值;  $r_{INS}(t_0)$ 与 $v_{INS}(t_0)$ 分别 为 INS 于  $t_0$ 时刻的位置和速度;  $\alpha$  为 INS 加速度观 测值。重新整理式 (10) 为矩阵形式,则历元 k 的量 测模型为:

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{X}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k \tag{13}$$

$$\boldsymbol{H}_{k} = \begin{bmatrix} I_{6\times 6} & \boldsymbol{0}_{6\times 12} \end{bmatrix}$$
(14)

式中 $\varepsilon_k$ 为服从高斯分布的观测噪声; H为观测设计 矩阵。

#### 3.3 GPS/INS 误差状态滤波

若假设 $_{W_k} \sim (0, \Sigma_{w_k})$ ,  $\varepsilon_k \sim (0, R_k)$ , GPS/INS 误差状态的 Kalman 滤波递推公式为

$$\bar{X}_{k} = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1} \hat{X}_{k-1}$$

$$\Sigma_{\bar{X}_{k}} = \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1} \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}^{\mathrm{T}} + \Sigma_{w_{k}}$$

$$\hat{X}_{k} = \bar{X}_{k} + K_{k} \left( \boldsymbol{z}_{k} - A \bar{X}_{k} \right)$$
(15)

$$\Sigma_{\hat{X}_{k}} = (I - K_{k} \boldsymbol{H}_{k}) \Sigma_{\overline{X}_{k}}$$
$$K_{k} = \Sigma_{\overline{X}_{k}} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} (H_{k} \Sigma_{\overline{X}_{k}} \boldsymbol{H}_{k}^{\mathrm{T}} + R_{k})^{-1}$$

## 4 基于低通滤波的 GPS/INS 组合导航架构

在 GPS/INS 组合导航系统中引入低通滤波器, 系统工作原理如图 1 所示。首先采用低通滤波器对 INS 原始观测数据的高频噪声部分进行消噪处理, 再将处理后的惯性数据进行力学编排,该结果可用 以辅助 GPS 跟踪以及卫星捕获。最后将 INS 与 GPS 组合建立状态误差模型与量测模型,采用 Kalman 滤波方式递推计算从而实现精确、可靠的组合导航。



#### 5 实例分析

### 5.1 仿真算例

采用 Matlab/Simulink 工具箱进行 INS 数据仿 真,模拟载体的运动轨迹,并产生相应的 INS 陀螺 与加速度计数据。仿真时间 80 s,惯性传感器工作 频率为 100 Hz,加速度零偏误差 8 mg,尺度因子稳 定性为 1 000 ppm,随机游走噪声为 100 μg/root-Hz; 陀螺漂移误差为 100 (°)/hr,尺度因子稳定性为 1 000 ppm,随机游走噪声为 0.05 (°)/root-Hz,参考 轨迹如图 2 所示。



图 2 模拟载体运动轨迹

为验证笔者所提出的低通滤波在 INS 导航中的 有效性,在惯性传感器的陀螺与加速度计各分量上 均模拟高频噪声部分。图 3 为无低通滤波器时 INS 导航定位误差,图 4 为加入低通滤波器 (LP)处理后 的 INS 导航定位误差。表 1 为采用低通滤波器前后 的 INS 导航定位误差统计结果。由表 1 可知,是否 低通滤波器的 INS 导航误差统计结果差异不明显, 但比较图 2 与图 3 可知,采用低通滤波器可显著限 制较大的位置误差影响,因此经低通滤波后的 INS 导航误差较无低通滤波导航误差小,在一定程度上 提高了导航的精度。



图 3 模拟高频噪声后 INS 导航定位误差(无低通滤波器)



+4		
力问	均方根/m	均方根/m
Х	1.952	1.1967
Y	6.280	6.910 0
Z	0.285	0.359 0

#### 5.2 实测数据分析

为验证笔者所提出模型在实际导航应用中的效 果, 笔者于 2012 年采用 CIMIGITS-INS 与 GPS-NOVATEL 接收机采集进行车载试验,行驶区 域位于成都市高新西区城市道路。为便于验证模型 精度, GPS 数据对 INS 修正周期为 3 s, GPS 输出 数据方差为 2 m, INS 采样频率为 100 Hz, 加速度 零偏误差 4 mg, 尺度因子稳定性为 400 ppm,随机 游走噪声为 80 μg/root-Hz; 陀螺漂移误差为 30 (°)/hr,尺度因子稳定性为 500 ppm,随机游走噪 声为 0.03 (°)/root-Hz。表 2 是采用低通滤波器前后 的 GPS/INS 组合导航精度统计结果,比较两者的均 方根误差可以看出,采用低通滤波的 GPS/INS 组合 导航精度要优于无低通滤波器的 GPS/INS 导航精 度,在X、Y、Z3个方向上导航精度分别提高了 25%、22%、21%。在残差最大值的比较上,3个方 向上都有所减小,说明对 INS数据低通滤波处理后, 可以提高 GPS/INS 导航精度。图5为三轴导航残差 (参考值为 NOVATEL 双频载波相位解算结果)。由 图5可知,相比较于仿真算例中 INS 独立导航残差 序列,当采用 GPS 辅助 INS 导航时,可修正 INS 的漂移误差,显著抑制了三轴残差发散。



テム	OI D/IIIO PL MAL	
力回	均方根/m	均方根/m
Х	2.037	1.526
Y	1.686	1.319
Z	2.356	1.854

#### 6 结论

笔者在分析 INS 陀螺与加速度计观测数据的误 差模型基础上,通过低通滤波器的引入以实现 INS 观测数据所含高频噪声的降噪处理,将处理后的 INS 数据与 GPS 观测数据组合建立相应的 GPS/INS 误差状态模型与量测模型,最后通过 Matlab/Simulink 仿真与实测 GPS/INS 导航数据, 对笔者所提出的算法进行验证,结果表明: INS 陀 螺与加速度计观测数据含尺度因子、偏心、高斯白 噪声等多种误差,就频率角度而言可分为高频部分 (白噪声)和低频部分(尺度因子、零偏误差、漂移误 差);对于高频噪声,建议先采用低通滤波器进行消 噪处理。对于 GPS/INS 组合导航,采用误差状态的 松组合导航模式不仅可简单地实现 INS 误差修正还 可显著提高导航精度;通过仿真数据与实测车载数 据的验证计算,表明了低通滤波有效抑制了 INS 高 频误差的影响,且在 GPS 辅助 INS 条件下,导航精 度显著改善。

#### (下转第 81 页)