doi: 10.7690/bgzdh.2013.02.007

小子样条件下导弹装备零部组件可靠性评估

王连锋，宋建社，曹继平，朱昱
（第二炮兵工程大学七系，西安 710025）

摘要：为解决导弹装备零部组件的可靠性评估问题，提出一种用小子样试验数据进行装备零部组件的可靠性评估方法。通过将 Bootstrap 进行改进得到 Bayes Bootstrap，采用验前信息弥补现场试验子样的不足，利用先验信息的 Bootstrap 进行可靠性评估，并给出一种具有双参数 Weibull 分布特征的零部组件可靠性评估实例。实验结果表明：该方法可有效解决小子样条件下的导弹装备零部组件的可靠性评估问题，可为实现信息化战争中的精确保障、满足战时高效保障的需求提供参考。

关键词：小子样；Bootstrap 方法；可靠性评估；一致性检验；重要度抽样
中图分类号：TJ760.6 **文献标志码**：A

Reliability Assessment of Missile Equipment Components Under Small Sample Conditions

Wang Lianfeng, Song Jianshe, Cao Jiping, Zhu Yu
(*No.* 7 *Department, Second Artillery Engineering University, Xi'an* 710025, *China*)

Abstract: In order to resolve the problem of the reliability assessment of missile parts and components, a reliability assessment method on equipment parts and components is proposed utilizing small sample test data. Bayes Bootstrap is got by improving Bootstrap, prior information is used to make up the shortage of field test sample, the reliability assessment is carried out based on Bootstrap with priori information, and there is a reliability assessment example of components with double parameters Weibull distribution. Experiment result shows that this method can effectively solve the reliability assessment problem of missile equipment parts and components under small sample conditions, and that, provide a reference for the demand on achieving accurate protection of information warfare and meeting wartime guarantees efficiently.

Key words: small sample; Bootstrap method; reliability assessment; coherent test; importance sample

0 引言

巡航导弹是远程精确打击武器，新型巡航导弹在原有型号的基础上采用了多种先进技术，大大提高了巡航导弹的打击精度和作战效能。同时，系统组成结构更为复杂，配套的维修设施设备、器材工具和维修备件等维修保障资源和维修任务大大增加。规模化列装后，巡航导弹部队大区域、多方向、阵地转换频繁的机动作战模式，增加了武器装备故障和战损频率，维修保障难度加大，复杂的维修任务需求对维修资源规划配置提出了更高的要求。为实现信息化战争中对新型巡航导弹武器系统平时精确保障、战时高效保障的需求，开展装备维修保障资源规划的相关研究显得十分必要。

可靠性是导弹武器系统的重要特性，对于导弹武器装备零部组件的可靠性评估是对整个武器系统可靠性评估的基本前提和主要依据，也是装备维修保障资源规划的基础。导弹武器装备的零部组件属于典型的航空航天设备，研制和试验的成本很高，加之时间因素，试验次数和数据往往较少，误差较大，采用传统的统计分析方法估计零部组件的可靠性已不再合理；因此，利用小子样试验数据进行装备零部组件的可靠性评估研究具有非常重要的理论意义及巨大的经济价值[1]。

长期以来，人们一直在寻求小样本下的统计分析方法，主要包括小子样的相容性检验方法、极值分布分位点方法、Bootstrap 方法、随机加权法及 Bayes 方法等，其中由美国 Efron 教授提出的 Bootstrap 方法及 Rubin 教授提出的 Bayes Bootstrap 方法受到了广泛重视，其实质是利用重抽样技术来评估不确定性[2-3]。这种方法通过计算机对原始数据进行再抽样来模仿未知分布，使小样本问题转化为大样本，进而进行统计推断，特别适用于未知参数的概率模型过于复杂的情况，也可用以来验证参数模型的近似有效性。

基于此，笔者在已有研究的基础上，结合先验

收稿日期：2012-09-20；**修回日期**：2012-10-08
基金项目：国家自然科学基金重点资助项目(61132008)；总装“十二五”预研基金资助项目(513270201)
作者简介：王连锋(1985—)，男，河南人，博士研究生，从事智能信息处理、装备维修信息化和军事物流决策分析等研究。

信息，较好地解决了导弹装备零部组件的可靠性评估问题。

1　Bootstrap 方法及其改进方法原理

1.1　Bootstrap 方法原理

设 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为 *i.i.d* 样本，记为 X，其分布函数为未知分布 $F(X)$，$i=1,2,\cdots,n$。$\theta=\theta(F)$ 为总体分布中的某种统计量，如均值、方差等。由样本 X 做抽样分布函数 F_n，$\hat{\theta}=\hat{\theta}(F_n)$ 为 θ 的估计。记：

$$T_n=\hat{\theta}(F_n)-\theta(F) \tag{1}$$

它表示估计误差。从 F_n 中新抽样获得的再生样本 $X^*=\left(X_1^*, X_2^*, \cdots, X_n^*\right)$，$F_n^*$ 是由 X^* 获得的抽样分布。记：

$$R_n^*=\hat{\theta}\left(F_n^*\right)-\hat{\theta}\left(F_n\right) \tag{2}$$

称 R_n^* 为 T_n 的自助统计量，则可利用 R_n^* 的分布近似逼近 T_n 的分布。由于再生子样可以重复产生，假设进行 N 次仿真，以 $X_n^{*(j)}=\left(X_1^{*(j)}, X_2^{*(j)}, \cdots, X_n^{*(j)}\right)$ 表示第 j 次再生子样，$j=1,2,\cdots,N$。记由 $X^{*(j)}$ 得到的 $R_n^{*(j)}$，则有：

$$R_n^{*(j)}=\hat{\theta}\left(F_n^{*(j)}\right)-\hat{\theta}\left(F_n\right) \tag{3}$$

于是对于每个 $R_n^{*(j)}$，可以计算得到 $\theta(F)$ 的近似值，记为 $\theta^{(j)}(F)$，即：

$$\theta^{(j)}(F)=\hat{\theta}(F_n)-T_n \cong \hat{\theta}(F_n)-R_n^{*(j)} \tag{4}$$

这样可以得到统计量 $\theta(F)$ 的 N 个可能取值，将它们作为 $\theta(F)$ 的样本，由此即可做出 $\theta(F)$ 的抽样分布 $F^*(\theta)$，并由它可以做出关于 θ 的统计推断。

1.2　Bayes Bootstrap 方法

Bayes Bootstrap 方法（随机加权法）是 Bootstrap 方法的改进，也是利用子样信息的一种方法[4-5]。设 $X=(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 为子样，记 $T_n^{(1)}=\bar{X}-\mu$，$T_n^{(2)}=\dfrac{n}{n-1}s^2-\sigma^2$。其中，$\mu$ 和 σ^2 分别为 X 的未知期望和方差，$\bar{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$；因此，$T_n^{(1)}$，$T_n^{(2)}$ 表示期望值估计和方差估计的误差，对于 $T_n^{(1)}$，$T_n^{(2)}$ 分别有随机加权统计量：

$$D_n^{(1)}=\sum_{i=1}^{n}V_iX_i-\bar{X} \tag{5}$$

$$D_n^{(2)}=\frac{n}{n-1}\sum_{i=1}^{n}V_i\left(X_i-\bar{X}\right)^2-\frac{n}{n-1}S^2 \tag{6}$$

式中，$V_1, \cdots, V_n$ 是参数为 $(1, \cdots, 1)$ 的 Dirichilet 随机向量，常记它的联合分布为 $D_n(1, \cdots, 1)$。随机加权法的基本思想是用 D_n 的分布模仿估计误差 T_n 的分布，它的分析效果好于 Bootstrap 法。

Dirichilet 随机向量的产生如下：设 $v_1, \cdots, v_{n-1}$ 是 $[0,1]$ 上均匀分布的随机变量 v 的 *i.i.d* 子样，按由小到大的次序重新排序，记它们为 $v_{(1)} \leqslant v_{(2)} \leqslant \cdots \leqslant v_{(n-1)}$。记：

$$v_{(0)}=0,\quad v_{(n)}=1,\quad V_i=v_{(i)}-v_{(i-1)},\quad i=1,2,\cdots,n \tag{7}$$

则 $V_i, \cdots, V_n$ 的联合分布就是 $D_n(1, \cdots, 1)$，且有 $E\left(D_n^{(1)}\right)=E\left(D_n^{(2)}\right)=0$。考虑到 $E\left(T_n^{(1)}\right)=E\left(\bar{X}\right)-\mu=0$，$E\left(T_n^{(2)}\right)=\dfrac{n}{n-1}E\left(S^2\right)-\sigma^2=0$，因此

$$E\left(D_n^{(1)}\right)=E\left(T_n^{(1)}\right) \tag{8}$$

$$E\left(D_n^{(2)}\right)=E\left(T_n^{(2)}\right) \tag{9}$$

于是 μ 和 σ 的估计分别表示为：

$$\hat{\mu}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\bar{X}-D_n^{(1)}(i)\right]=\bar{X}-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}D_n^{(1)}(i)=\bar{X}-\bar{D}_n^{(1)} \tag{10}$$

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{n}{n-1}S^2-D_n^{(2)}(i)\right]=\frac{n}{n-1}S^2-\bar{D}_n^{(2)} \tag{11}$$

1.3　Bootstrap 的抽样方法

再生子样的获取，需要先确定抽样分布函数 F_n，而 F_n 又可分为非参数法和参数法 2 种。非参数方法不要求对抽样分布函数进行假设，可直接由观测数据构成的经验分布函数进行抽样。若无任何参数假设，经验分布函数即是观测数据分布的极大似然估计。参数方法需要先对参数进行估计，得出一个估计分布函数后再进行抽样。而对参数进行估计的方法可根据实际情况选择最小二乘法、极大似然估计法等。

研究发现，在小子样条件下，非参数抽样会产生退化现象，即可能多次出现两组子样相同或某子样中所有点相同的情况，而参数抽样则可能出现抽样函数估计较大地偏离真实分布的情况，从而导致再生子样的不合理；因此，需要有效地利用验前信息在一定程度上弥补现场试验子样的不足[6]。

2　基于先验信息的可靠性评估

2.1　先验信息的预处理

新型导弹武器装备一般都是在原型号的基础上研制开发的；因此，新的零部组件往往存在先验的试验数据或专家的经验信息，合理利用先验信息可以有效提高小样本的数据推断精度。而工程实践中先验信息从来源到表现形式都是多种多样的，且 Bootstrap 方法应用先验信息的前提是要求先验信息与现场试验信息近似服从同一分布；所以，在利用先验信息之前，必须要对先验信息进行预处理工作。这就需要对先验信息和现场试验信息进行一致性检验，以确定先验信息的折算系数及现场试验数据的近似分布。常用的一致性检验方法有参数检验法(总体分布形式已知)、秩和检验法及 KS 检验法等，此处采用相对较稳定的 KS 检验法。

对于先验信息的获取，一般可以通过单元及分系统试验信息、仿真试验信息、相似零部部件信息、专家意见及工程经验和历史信息等，先验信息可以是验前数据(寿命或成败数据等)、统计特性(如均值、方差置信区间等)、仿真信息、性能数据以及其他相关信息，但在利用时都必须转化为与现场试验数据能融合的数据信息。

2.2　基于先验信息的 Bootstrap 估计

一致性检验能从统计意义上说明验前子样与现场子样分布近似服从同以分布，但并不能保证真正是同一种分布；因此，在利用先验信息时要对其进行折算，即赋予一定的权重，以避免大量的先验信息淹没数量明显不占优的现场信息，并依据权重的大小来控制信息源对再生子样的影响。事实上，现场试验信息是真实情况的客观反映，因而更显宝贵。

根据一致性检验水平来分配各类信息源的权重。设存在 p 类验前信息源，每类信息源子样通过一致性检验的临界显著水平为 $\delta_i\,(i=1,2,\cdots,p)$，则令相应的置信度 $\lambda_i=\exp(\delta_i)$，现场试验样本的临界显著水平 δ_0 =1，则各类信息源的权重为：

$$\omega_i=\lambda_i\Big/\sum_{i=0}^{p}\lambda_i \tag{12}$$

则综合各个信息源后的均值及方差，即分别为各个信息源的均值及方差的加权和。

3　Weibull 分布的实例分析

Weibull 分布是 Waloddi Weibull 在分析材料强度及链条强度时推导出的分布函数。由于它对各种类型的试验数据拟合的能力强，能够被用来描述各种类型的寿命试验数据；因此，Weibull 分布在应用统计概率和可靠性分析中得到了广泛的应用[7]。三参数 Weibull 分布的分布函数为：

$$F(x)=1-\exp\left[-\left((x-\gamma)/\alpha\right)^{\beta}\right] \tag{13}$$

其概率密度函数、失效率函数和可靠性函数分别为：

$$f(x;\alpha,\beta)=\frac{\beta}{\alpha}\left((x-\gamma)/\alpha\right)^{\beta-1}\exp\left[-\left((x-\gamma)/\alpha\right)^{\beta}\right],$$

$$(x\geqslant\gamma,\alpha>0,\beta>0) \tag{14}$$

$$r(x)=(\beta/\alpha)\left((x-\gamma)/\alpha\right)^{\beta-1} \tag{15}$$

$$R(x)=\exp\left[-\left((x-\gamma)/\alpha\right)^{\beta}\right] \tag{16}$$

其中：α 为尺度参数；β 为形状参数；γ 为位置参数，也称最小寿命。当 γ=0 时，三参数模型可退化为二参数模型。当 $\beta<1$ 时，失效率是递减的，适合于对早期失效的情况进行建模；当 $\beta=1$ 时，失效率为常数，适合于对随机失效的情况进行建模；当 $\beta>1$ 时，失效率是递增的，适合于对磨耗或老化失效的情况进行建模。

假设某导弹装备零部组件服从二参数 weibull 分布，即 γ=0，α 和 β 未知。在改进后对其进行了 3 次失效试验，故障前工作时间分别为：310.12, 335.43, 360.62 h，对改进前的组件进行了 8 次试验，故障前工作时间分别为：300.25, 340.89, 291.24, 326.64, 334.21, 305.47, 310.54, 264.75 h。

1) 进行相容性检验，并确定可用信息源及其权重。采用 *KS* 方法进行相容性检验，得出先验信息的临界检验水平为 0.25，则可确定出先验信息源的权重为 0.320 8，现场信息源的权重为 0.679 2。

2) 对各个可用信息源，对参数进行最小二乘估计及确定融合信息源后的参数估计值。按照最小二乘估计的思路可得先验信息源的参数估计为：$\hat{\alpha}_1$=286.564，$\hat{\beta}_1$=0.697 8。现场信息源的参数估计为：$\hat{\alpha}_0$=290.946，$\hat{\beta}_0$=0.783 7，则综合信息源的参数估计为：$\hat{\alpha}$=294.777，$\hat{\beta}$=0.756 1。

3) 按照参数估计构造抽样函数，根据需要进行样本抽取。按照分布函数 $F(x)=1-\exp\left[-(x/294.777)^{0.7561}\right]$ 抽取样本 100 个样本，记为 X^*。

(下转第 36 页)