

doi: 10.7690/bgzd.2013.01.010

基于小波变换的自适应 Kalman 滤波算法研究

李田科¹, 刘辉², 王亮³, 于仕财⁴

(1. 中国人民解放军 91980 部队, 山东 烟台; 2. 北京自动化控制设备研究所, 北京 100074; 3. 海军航空工程学院研究生管理大队, 山东 烟台 264001; 4. 海军航空工程学院电子信息工程系, 山东 烟台 264001)

摘要: 针对组合导航系统中 Kalman 滤波在实际工程应用中的不足, 以惯性/卫星组合导航系统为背景, 提出小波变换技术对量测噪声方差阵进行直接调控的滤波算法。介绍 Kalman 滤波原理, 根据小波变换在时域和频域都有良好的局部化性质, 检测量测噪声的变化, 实时调整自适应因子, 间接改变 Kalman 滤波器的当前观测和过去信息的比例关系。仿真结果表明: 该算法对噪声干扰有较强的自适应性, 能有效抑制滤波发散, 提高系统的精度和鲁棒性。

关键词: 组合导航; 小波变换; 噪声检测; 自适应 Kalman 滤波

中图分类号: TJ765.4 **文献标志码:** A

Self-Adaptive Kalman Filter Algorithm Research Based on Wavelet Transform

Li Tianke¹, Liu Hui², Wang Liang³, Yu Shicai⁴

(1. No. 91980 Unit of PLA, Yantai 264001, China; 2. Beijing Automatic Control Equipment Research Institute, Beijing 100074, China; 3. Administrant Brigade of Postgraduate, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China; 4. Department of Electronic & Information Engineering, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: According to the deficiency of Kalman filtering of integrated navigation system in engineering application, based on the background of INS/BD integrated navigation, this paper puts forward the filtering algorithm which direct control noise covariance matrix with wavelet transformation technique. It introduced the theory of Kalman filtering, this method has good part characteristics in both time domain and frequency domain of wavelet transform and it adjusts the adaptive gene directly according to the variety and variance of new-information, and at the same time, it adjusts the proportion of current observation and past message indirectly. Simulation results indicates that the algorithm has good self-adaptive Kalman filtering bases on wavelet transform, it can adapt to the disturbance of system and noise model, restrain filtering failure, improve the system precision and robustness.

Key words: integrated navigation; wavelet transform; noise detect; self-adaptive Kalman filter

0 引言

Kalman 滤波算法被广泛应用到组合导航系统中, 该算法需要准确的系统运动模型和外部干扰的统计特性, 通过一组递推方程, 并利用当前的观测量和过去的状态估计值推算当前时刻的状态估计值。如果系统噪声的统计模型不准确, 假设模型与获得的观测值不匹配, 可能导致滤波发散。自适应滤波具有抑制滤波器发散的作用, 在滤波计算中, 它利用量测值不断地修正预测值, 同时对未知或不确定的噪声统计参数进行估计或修正^[1-2]。小波变换是一种能同时在时间(或空间)和频率域内进行局部化信号分析的新方法, 在时域(空域)和频域都有良好的局部化性质, 由于对高频成分采用逐渐精细的时域取样步长, 从而可以聚焦到信号的任意细节; 因此, 笔者应用小波变换的这一特性, 来检测并分

离观测信号的高频噪声, 以有效解决噪声水平随时间变化的 Kalman 滤波问题^[3-4]。

1 小波变换原理

设一维时间序列 $f(t)$ 平方可积(即 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$, $a, b \in \mathbb{R}$, \mathbb{R} 表示实数), 且 $a \neq 0$, 小波变换及其逆变换定义为:

$$Wf(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \bar{\Psi}_{a,b}(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \bar{\Psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

$$Wf(a, b) = \frac{1}{C_{\Psi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Wf(a, b) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{dad b}{a^2} \quad (2)$$

式中 $C_{\Psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|}{|\omega|} d\omega < \infty$, $\hat{\Psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) e^{-j\omega t} dt < \infty$, $\Psi(t)$ 称为小波函数, 通过改变尺度因子 a 和平移因子 b 得到一组函数序列 $\Psi_{a,b}(t) = a^{-1/2} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ 称为小波

收稿日期: 2012-07-03; 修回日期: 2012-08-02

基金项目: 国家自然科学基金(61179017)

作者简介: 李田科(1976—), 男, 山东人, 硕士, 从事兵器发射理论与技术研究。

函数族。在实际应用中一般对变换进行二进制离散, 即取 $a=2^j, k=b/a$, 则 $\Psi_{a,b}(t)$ 可表示为 $\Psi_{j,k}(t)=2^{-j/2}\Psi(2^{-j}t-k)$, 相应地有离散小波变换公式为 $W_f(j,k)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\bar{\Psi}_{j,k}(t)dt$, 称 $\Psi_{j,k}$ 为二进小波, j 为二进小波的尺度。

多尺度分析(多分辨分析)是通过正交尺度函数 φ 及其生成的正交多分辨空间 $\{V_j\}$ 和与其对应的正交小波函数 ψ 及细节信号空间 $\{W_j\}$ (尺度函数 φ 和小波函数 ψ 也是正交的) 进行正交多分辨分析^[5]。尺度函数与小波函数的双尺度方程为:

$$\varphi(x) = \sqrt{2} \sum_k h(k)\varphi(2x-k) \quad (3)$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_k g(k)\varphi(2x-k) \quad (4)$$

$h(k)$ 和 $g(k)$ 满足下面的关系式

$$\begin{aligned} \sum_k h(k)g(k-2n) &= 0 \\ \sum_k g(k)h(k-2n) &= 0 \\ \sum_k g(k)g(k-2n) &= \frac{1}{2}\delta_n \\ \sum_k h(k)h(k-2n) &= \frac{1}{2}\delta_n \end{aligned} \quad (5)$$

对于离散序列信号 $f(t) \in L^2(R)$, 其正交多分辨率分析可采用 Mallat 快速算法。多尺度分解只对信号的低频部分做进一步分解, 而高频部分不再分解。三尺度分解树结构如图 1 所示。

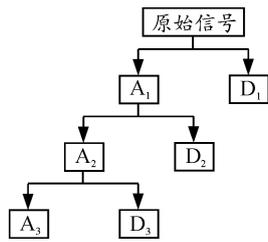


图 1 三尺度分解结构

分解具有关系: $S = A_3 + D_1 + D_2 + D_3$, 其中 A_1, A_2, A_3 是低频部分, 它的时间分辨率较低, 反映了信号趋势。如有需要, A_3 还可进一步分解。 D_1, D_2, D_3 是信号的高频部分。

2 基于小波变换的自适应 Kalman 滤波

线性离散系统的数学模型为:

$$\begin{aligned} X_k &= \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \Gamma_k W_{k-1} \\ Z_k &= H_k X_k + V_k \end{aligned} \quad k \geq 1 \quad (6)$$

式中: $X_k \in R^{n \times 1}$ 为状态向量; $\Phi_{k,k-1} \in R^{n \times n}$ 为状态转移矩阵; $Z_k \in R^{p \times 1}$ 为测量向量; H_k, Γ_k 分别为相应维数的量测矩阵和系统噪声矩阵; W_{k-1}, V_k 分别为系统噪声向量和测量噪声向量, 且为不相关的高斯白噪声序列, 其统计特性为:

$$E[W_i] = 0, \quad E[V_i] = 0, \quad E[W_i W_j^T] = Q_i \delta_{ij}, \quad E[V_i V_j^T] = R_i \delta_{ij}$$

利用小波变换的时-频局域化特性, 通过对小波变换的细节信号进行统计来确定信号的噪声水平。对于给定量测序列 $\{z_i\}$, N 层多孔小波变换的平滑信号和细节信号为 $\{z_v^1, z_d^1\}, \{z_v^2, z_d^2\}, \dots, \{z_v^N, z_d^N\}$ 。利用下面公式对序列 $\{z(i)\}$ 的噪声方差进行估计

$$\begin{aligned} d_k^i &= (1-b_i)/(1-b_i^k) \\ \hat{r}_{k+1}^i &= (1-d_k)\hat{r}_k^i + d_k z_{d|k+1}^i (z_{d|k+1}^i)^T \\ \hat{r}_k &= \alpha^1 \hat{r}_k^1 + \alpha^2 \hat{r}_k^2 + \dots + \alpha^N \hat{r}_k^N \end{aligned} \quad (7)$$

式中: \hat{r}_k 为信号实时噪声方差统计; \hat{r}_k^i 为第 i 层分解的细节信号的方差; α^i 为第 i 层细节信号方差的权重, 引入遗忘因子 b 的目的是为了提高噪声统计的实时性, 对以往测量值则渐渐遗忘。基于小波变换的自适应卡尔曼滤波算法为

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1/k} &= \Phi_{k+1,k} \hat{X}_{k/K} \\ P_{k+1/k} &= \Phi_{k+1,k} P_{k,k} \Phi_{k+1,k}^T + Q_k \\ \varepsilon_{k+1} &= Z_{k+1} - H_{k+1} \hat{X}_{k+1/k} \\ d_k^i &= (1-b_i)/(1-b_i^k) \\ \hat{r}_{k+1}^i &= (1-d_k)\hat{r}_k^i + d_k Z_{d|k+1}^i (Z_{d|k+1}^i)^T \\ \hat{r}_k &= \alpha^1 \hat{r}_k^1 + \alpha^2 \hat{r}_k^2 + \dots + \alpha^N \hat{r}_k^N \\ K_{k+1} &= P_{k+1/k} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + \hat{r}_k)^{-1} \\ \hat{X}_{k+1/k+1} &= \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1} \varepsilon_{k+1} \\ P_{k+1/k+1} &= (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1/k} \end{aligned} \quad (8)$$

N 根据实际需要选取。从式 (8) 可以看出, 基于小波变换的自适应 Kalman 滤波算法与标准卡尔曼滤波算法相比增加了多层小波分解式 $d_k^i = (1-b_i)/(1-b_i^k)$, $\hat{r}_{k+1}^i = (1-d_k)\hat{r}_k^i + d_k Z_{d|k+1}^i (Z_{d|k+1}^i)^T$ 和 $\hat{r}_k = \alpha^1 \hat{r}_k^1 + \alpha^2 \hat{r}_k^2 + \dots + \alpha^N \hat{r}_k^N$, 即对测量噪声方差阵进行在线估计。在测量噪声不能精确给出的情况下, 此方法精度将优于卡尔曼滤波。为了计算简单方便, 希望小波分解层尽量少, 适当选择小波函数

即可实现。根据多次仿真试验，笔者提出一种简单的实现方法。

首先选择紧支集 B 样条小波的高通滤波器，滤波器系数为 $G=[-0.061\ 67, 0.110\ 62, 0.377\ 40, -0.852\ 70, 0.377\ 40, 0.110\ 62, -0.061\ 67]$ (经过适当修改)。利用小波变换只计算原始信号的高频分量 $Z_{d|k+1}$ 即可获得较佳的估计精度^[6]。滤波算法为：

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1/k} &= \Phi_{k+1,k} \hat{X}_{k/k} \\ P_{k+1/k} &= \Phi_{k+1,k} P_{k,k} \Phi_{k+1,k}^T + Q_k \\ \varepsilon_{k+1} &= Z_{k+1} - H_{k+1} \hat{X}_{k+1/k} \\ d_k &= (1-b)/(1-b^k) \\ r_{k+1} &= (1-d_k)r_k + d_k Z_{d|k+1} (Z_{d|k+1})^T \\ K_{k+1} &= P_{k+1/k} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + r_k)^{-1} \\ \hat{X}_{k+1/k+1} &= \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1} \varepsilon_{k+1} \\ P_{k+1/k+1} &= (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1/k} \end{aligned} \quad (9)$$

3 组合导航系统应用仿真

为验证算法的可行性，以惯导/卫星组合导航系统为例进行仿真，卫星接收机为 GPS、GLONSASS、北斗(BD)三合一卫星接收机。设惯导系统采用游动自由方位系统，不考虑高度通道，取位置误差 $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ ，速度误差 $\Delta V_x, \Delta V_y$ ，游移角误差 $\Delta\alpha$ ，平台失调角 Φ_x, Φ_y, Φ_z ，陀螺漂移 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ ，加速度计零位偏移 ∇_x, ∇_y 作为系统状态变量。

状态方程为：

$$X(t) = A(t)X(t) + N(t)W(t) \quad (10)$$

式中： $X=[\Delta V_x \ \Delta V_y \ \Delta\varphi \ \Delta\lambda \ \Delta\alpha \ \Phi_x \ \Phi_y \ \Phi_z \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \nabla_x \ \nabla_y]^T$ ； $W=[\omega_{gx} \ \omega_{gy} \ \omega_{gz} \ \omega_{ax} \ \omega_{ay}]^T$ 。

采用位置和速度的组合方式，INS/卫星组合导航系统的位置与速度观测方程为：

$$Z(t) = C(t)X(t) + V(t) = [\varphi_{bd} - \varphi_i \ \lambda_{bd} - \lambda_i \ V_{xbd} - V_{xi} \ V_{ybd} - V_{yi}]^T \quad (11)$$

式中 V_{xbd}, V_{ybd} 为卫星北速和东速通过游移角投影到平台坐标系 x 轴和 y 的速度分量， $V(t)=[\delta\varphi \ \delta\lambda \ \delta V_x \ \delta V_y]$ 为北斗的观测白噪声。

初始仿真条件为： $\varphi=39.813^\circ$ ， $\lambda=116.154^\circ$ ， $\Phi_x=\Phi_y=\Phi_z=0.2'$ ， $\varepsilon_{bx}=0.05$ (°)/h， $\varepsilon_{by}=-0.05$ (°)/h， $\varepsilon_{bz}=0.05$ (°)/h， $\sigma_{\varepsilon_x}=\sigma_{\varepsilon_y}=\sigma_{\varepsilon_z}=0.005$ (°)/h， $\nabla_x=\nabla_y=10^{-5}g$ 。

Φ_x, Φ_y, Φ_z 为初始失准角， $\varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}$ 为陀螺常值漂移误差， $\sigma_{\varepsilon_x}, \sigma_{\varepsilon_y}, \sigma_{\varepsilon_z}$ 一阶马尔科夫漂移误差。

模拟三合一卫星接收机自动择优下导航信息在不同飞行状态时噪声水平的差异，量测噪声取值为：

1~1 200 s $\text{diag}\{0.8 \text{ m/s}, 0.8 \text{ m/s}, 100 \text{ m}, 100 \text{ m}\}$
randn
1 200~2 400 s $\text{diag}\{0.6 \text{ m/s}, 0.5 \text{ m/s}, 60 \text{ m}, 60 \text{ m}\}$
randn
2 400~3 600 s $\text{diag}\{0.4 \text{ m/s}, 0.6 \text{ m/s}, 40 \text{ m}, 40 \text{ m}\}$
randn
3 600~4 800 s $\text{diag}\{0.2 \text{ m/s}, 0.2 \text{ m/s}, 50 \text{ m}, 50 \text{ m}\}$
randn
4 800~6 400 s $\text{diag}\{0.1 \text{ m/s}, 0.1 \text{ m/s}, 20 \text{ m}, 20 \text{ m}\}$
randn

利用轨迹仿真器生成导航数据，所得惯导各项误差的估计曲线如图 2~4 所示，从仿真曲线可以看出，该滤波器能够适应量测噪声方差阵的变化，能对所有变量进行很好的估计。仿真结果表明：文中算法具有较高的精度和较快的收敛性，能适应噪声水平的变化。

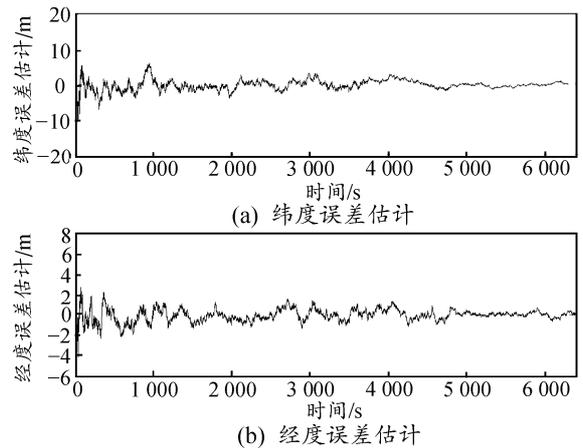


图 2 位置估计误差曲线

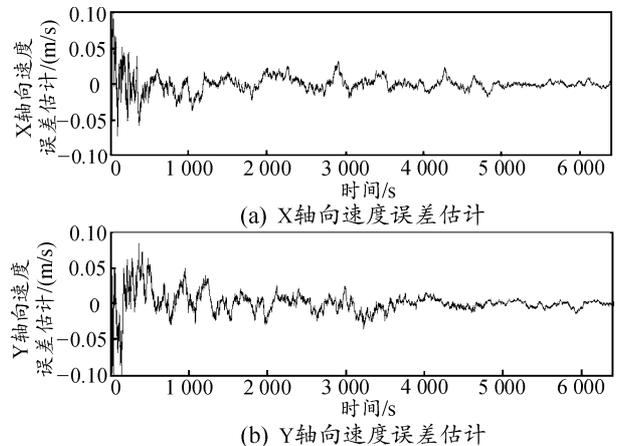


图 3 速度误差估计曲线

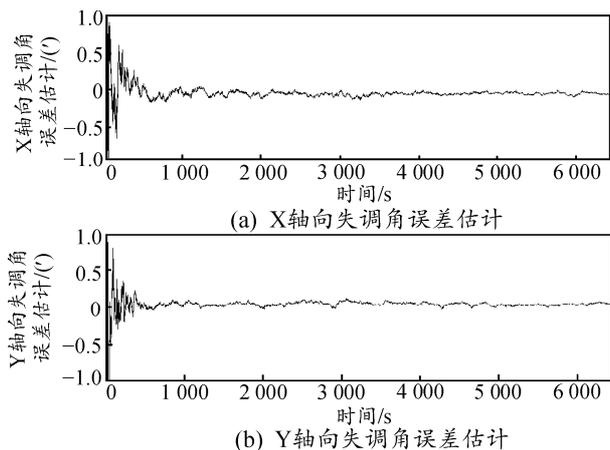


图 4 水平失调角误差估计曲线

为验证基于小波变换的自适应卡尔曼滤波的工程可行性, 利用某型号惯导/卫星组合导航系统的一段机载数据(450 s)进行了离线仿真, 前 200 s 为 INS/BD 组合方式, 后 250 s 为 INS/GLONASS+BD 组合方式, 并和常规卡尔曼滤波进行了对比。各项误差的估计量及趋势项如图 5~8 所示, 可以看出文中提出自适应滤波优于常规滤波, 在工程上是可行的。

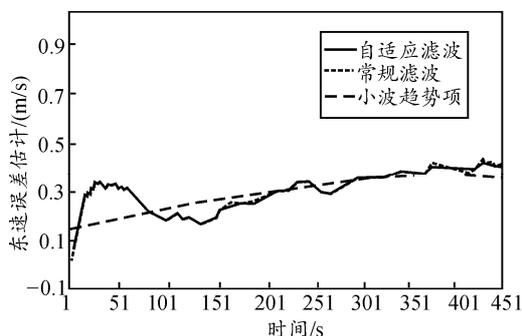


图 5 东速误差估计曲线

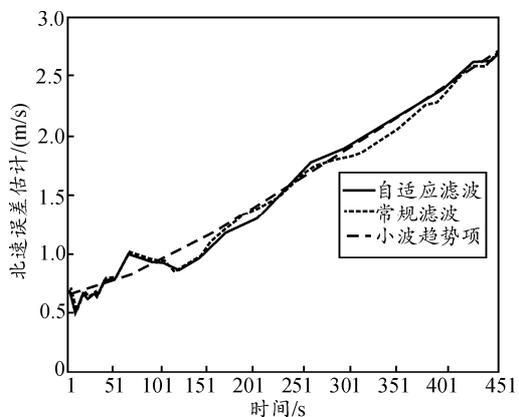


图 6 北速误差估计曲线

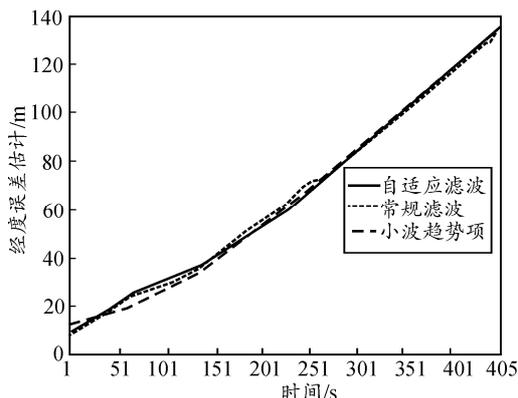


图 7 经度误差估计曲线

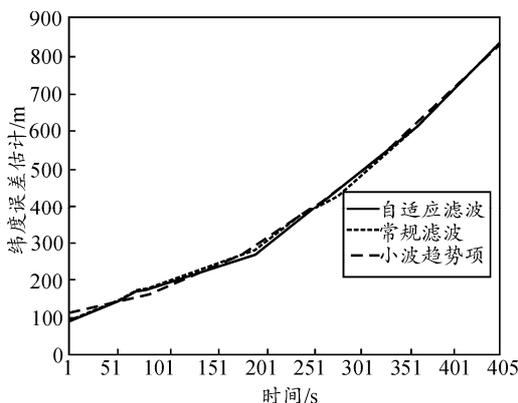


图 8 纬度误差估计曲线

4 结束语

仿真结果表明: 基于小波变换自适应 Kalman 滤波算法在利用噪声变化的观测数据进行滤波时, 能够不断地对系统未知和不确定的噪声统计特性进行估计修正, 可有效地抑制滤波发散, 提高系统跟踪速度与导航精度, 机载离散数据仿真也表明了该方法的有效性及其工程可实现性。

参考文献:

- [1] 林雪原, 王杰, 骆卉子, 等. 弹箭定姿系统的改进卡尔曼滤波算法研究[J]. 电光与控制, 2011, 18(8): 47-50.
- [2] 石波, 卢秀山. 卡尔曼计算框架下的通用滤波算法研究与实现[J]. 测绘科学技术学报, 2011, 28(6): 395-398.
- [3] Daubechies. Ten Lectures on Wavelet[M]. Pennsylvania: Society for Industrial and Appl. Math., 1992: 97-103.
- [4] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005: 167-198.
- [5] Mallat S, Hwang W L. Singularity Dction and Processing with Wavelets[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1992, 38(2): 617-643.
- [6] 林雪原, 王杰, 骆卉子. 基于小波辅助的 GPS/SINS 组合导航系统故障检测与信息融合算法[J]. 兵工自动化, 2012, 31(2): 52-56.