

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.12.016

## 基于序贯网图理论的维修性试验样本量确定方法

闫雪梅<sup>1</sup>, 李建中<sup>1</sup>, 孙丽萍<sup>2</sup>

(1. 中国华阴兵器试验中心, 陕西 华阴 714200; 2. 电子工程学院, 合肥 230037)

**摘要:** 针对目前使用的维修性试验与评定方法样本量颇大, 不能有效反映武器系统的维修特性问题, 提出基于序贯网图理论的维修性试验与评定方法。详细论述了序贯网图理论下的维修性试验方法、评定方法及样本量确定方法, 并以某型装备为例进行维修性验证试验。试验结果表明: 应用该方法可减少试验样本量, 能克服 Wald 序贯概率检验试前无法预测样本量的不足, 且给出的最大样本量是最小的。

**关键词:** 维修性; 序贯网图检验; 对数正态分布

**中图分类号:** TJ02 **文献标志码:** A

## Maintainability Test and Evaluation Method Based on Sequential Gridding Sampling Theories

Yan Xuemei<sup>1</sup>, Li Jianzhong<sup>1</sup>, Sun Liping<sup>2</sup>

(1. China Huayin Ordnance Test Centre, Huayin 714200, China;

2. Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

**Abstract:** Aiming at large amount of samples about maintainability test and evaluation method and it can't reflect maintainability about the weapon system effectively, put forwards maintainability test method and evaluation method based on sequential gridding theories. Discuss the test method, evaluation method and calculation samples method according to sequential gridding theories in details. Use certain type equipments as an example to verify the method. The result shows, applying the method can reduce test sample quantity, overcomes the defect that we can't calculate sample quantity before Wald's sequential probability sampling test, and the biggest sample quantity is the smallest.

**Key words:** maintainability; sequential gridding sampling; logarithmic normal distribution

### 0 引言

维修性是武器装备的重要质量特性, 它表征武器装备在规定的条件下和规定的时间内, 按规定的程序和方法进行维修时, 保持或恢复其规定状态的能力, 反映了对武器装备的使用需求, 直接与武器装备的战备完好、任务成功、维修人力及保障资源有关, 是对装备可靠性的补充。近年来, 对武器系统进行维修性试验与评定已成为靶场试验的一项重要试验项目。如何对武器系统的维修性进行科学合理的评定, 在 GJB2072-94《维修性试验与评定》及《维修性验证试验与评定统计原理》中均给出了基于传统统计理论的方法, 这些方法均要求试验样本量不小于 30, 但实际试验过程中, 即使复杂的武器系统, 如自行火炮(火力、火控、底盘)在定型试验过程中累加起来的自然故障也不会超过 30, 不足样本通过模拟故障来补充, 这样就使评定过程引入了人为因素<sup>[1]</sup>, 不能有效反映产品的维修特性, 如果能减少样本量, 尽量使用自然故障即可消除这种误

差。由于 Wald 的序贯概率检验平均样本量较小, 且样本量是随机的, 在应用中不知何时可以结束试验, 无法对样本量进行预测; 为此, 笔者给出了应用序贯网图理论对维修性进行试验与评定的方法, 很好地解决了上述不足, 且给出的评定指标所需最大样本量是最小的。

### 1 序贯网图检验的基本思想

对假设检验:

$$H_0: \theta = \theta_0 \quad H_1: \theta = \theta_1 \quad \theta_0 > \theta_1$$

在  $\theta_0, \theta_1$  之间插入  $m$  个点  $\theta_2 > \theta_3 > \dots > \theta_{m+1}$ , 将上述假设检验拆分为  $m+1$  对假设检验:

$$\begin{aligned} H_{0,1}: \theta = \theta_0 & \quad H_{1,1}: \theta = \theta_2 \\ H_{0,2}: \theta = \theta_2 & \quad H_{1,2}: \theta = \theta_3 \\ & \quad \vdots \\ H_{0,m+1}: \theta = \theta_{m+1} & \quad H_{1,m+1}: \theta = \theta_1 \end{aligned}$$

对这  $m+1$  组假设同时使用 Wald 的序贯概率比检验, 作 Wald 检验平行线, 将这些平行线画在同

收稿日期: 2012-08-09; 修回日期: 2012-09-13

作者简介: 闫雪梅(1968—), 女, 陕西人, 研究生, 高级工程师, 从事外弹道及数理统计研究。

一张图纸上, 其图形是一个网格形状(图 1, 图 2), 由于这种网格形状的图中每一对直线都是 Wald 序贯检验的平行线, 故称之为序贯网图, 利用序贯网图建立对原假设做出判断的检验规则称为序贯网图检验<sup>[2]</sup>。

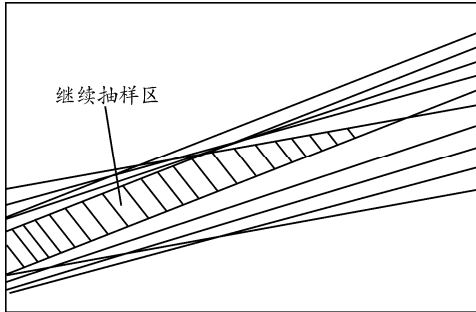


图 1 序贯网图检验示意图

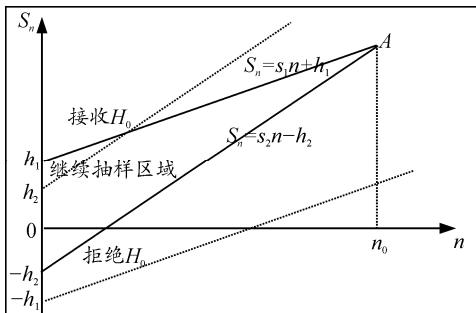


图 2 插入一个点的序贯网图检验

## 2 维修性试验与评定方法

维修时间的总体分布通常情况下认为服从对数正态分布<sup>[3-4]</sup>, 笔者即用对数正态分布建立序贯网图检验方法。

### 2.1 假设检验的确定

设维修时间  $X$  的均值为  $\mu$ , 方差为  $d^2$ , 即  $E(X) = \mu$ ,  $D(X) = d^2$ , 承制方与研制方根据武器系统使用特性确定平均修复时间不大于  $\mu_0$  且最大容许限为  $\mu_1$ , 则

假设检验为:

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu = \mu_1 \quad \mu_0 < \mu_1$$

由于维修时间  $X$  服从对数正态分布, 为方便起见, 将维修时间  $X$  的对数  $Y$  作为研究对象, 设  $E(Y) = \theta$ ,  $D(Y) = \sigma^2$ , 即  $Y = \ln X \sim N(\theta, \sigma^2)$ , 则  $Y$  的分布密度函数为

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(y-\theta)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1)$$

显然  $X = e^y$

$$E(X) = E(e^y) = \int_{-\infty}^{\infty} e^y f(y) dy =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(y-\theta)^2}{2\sigma^2}\right] dy = \exp\left(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$$

故

$$\mu = \exp\left(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\right) \quad (2)$$

因为

$$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$E(X^2) = E(e^{2y}) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{2y} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(y-\theta)^2}{2\sigma^2}\right] dy = \exp[2(\theta + \sigma^2)]$$

所以

$$D(X) = \exp[2(\theta + \sigma^2)] - \left[\exp\left(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\right]^2 = \exp\left[2\left(\theta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\right] (e^{\sigma^2} - 1)$$

故

$$d^2 = \mu^2 (e^{\sigma^2} - 1) \quad (3)$$

$$\sigma^2 = \ln\left(1 + \frac{d^2}{\mu^2}\right) \quad (4)$$

由式 (2) 有

$$\theta = \ln \mu - \frac{1}{2}\sigma^2$$

由于  $\ln \mu - \frac{1}{2}\sigma^2$  是关于  $\mu$  的单调递增函数, 因此, 假设检验可变换为:

$$H_0: \theta = \theta_0 \quad H_1: \theta = \theta_1 \quad \theta_0 < \theta_1$$

其中

$$\theta_0 = \ln \mu_0 - \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (5)$$

$$\theta_1 = \ln \mu_1 - \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \ln\left(1 + \frac{d^2}{\mu_0^2}\right) \quad (7)$$

### 2.2 序贯网图检验方法的建立

对假设检验:

$$H_0: \theta = \theta_0 \quad H_1: \theta = \theta_1 \quad \theta_0 < \theta_1$$

根据 Wald 概率比检验思想, 计算统计量  $\Lambda_n$ :

$$\Lambda_n = \sum_{i=1}^n \ln \frac{f_{\theta_1}(y_i)}{f_{\theta_0}(y_i)}$$

由式 (1) 有

$$\Lambda_n = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{2y_i(\theta_1 - \theta_0) + \theta_0^2 - \theta_1^2}{2\sigma^2} \right] = \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma^2} \cdot \sum_{i=1}^n y_i - n \cdot \frac{\theta_1^2 - \theta_0^2}{2\sigma^2} \quad (8)$$

设承制方与订购方风险分别为  $\alpha, \beta$ , 则检验临界值  $a, b$  分别为:

$$a = \ln \frac{\beta}{1-\alpha} \quad b = \ln \frac{1-\beta}{\alpha}$$

当  $\Lambda_n < a$  时, 停止抽样, 接受原假设  $H_0$ ; 当  $\Lambda_n > b$  时, 停止抽样, 接受备择假设  $H_1$ ; 当  $a < \Lambda_n < b$  时, 继续抽样。

在实际应用中, 通常取双方风险相等, 即  $\alpha = \beta$ , 此时有  $a = -b$ 。因为  $\theta_0, \theta_1$  已知, 为试验现场使用方便, 作如下变换:

$$-b < \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma^2} \cdot \sum_{i=1}^n y_i - n \cdot \frac{\theta_1^2 - \theta_0^2}{2\sigma^2} < b$$

$$-b \left/ \left( \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma^2} \right) + n \cdot \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} < \sum_{i=1}^n y_i < b \left/ \left( \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma^2} \right) + n \cdot \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} \right.$$

令

$$S_n = \sum_{i=1}^n y_i \quad s = \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} \quad h = b \left/ \left( \frac{\theta_1 - \theta_0}{\sigma^2} \right) \right.$$

则  $ns - h < S_n < ns + h$ 。

故有判断准则 1:

当  $S_n \leq sn - h$  时, 停止抽样, 接受原假设  $H_0$ ;

当  $S_n \geq sn + h$  时, 停止抽样, 接受备择假设  $H_1$ ;

当  $sn - h < S_n < sn + h$  时, 不能做出判断, 继续抽样。

根据序贯网图检验思想, 需在  $\theta_0, \theta_1$  之间插入若干点  $\theta_2 < \theta_3 < \dots < \theta_{m+1}$ , 研究表明: 插入一个点的序贯网图检验已能很好的满足实际需要<sup>[4]</sup>; 因此, 笔者插入一个点  $\theta_2$ , 将假设检验拆变为如下 2 对假设检验:

$$H_{01} : \theta = \theta_2 \quad H_{11} : \theta = \theta_1 \quad \theta_2 < \theta_1$$

$$H_{02} : \theta = \theta_0 \quad H_{12} : \theta = \theta_2 \quad \theta_0 < \theta_2$$

按应用中等风险原则取  $\alpha = \beta$ , 记

$$s_1 = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad (9)$$

$$h_1 = \ln \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \left/ \left( \frac{\theta_1 - \theta_2}{\sigma^2} \right) \right. \quad (10)$$

$$s_2 = \frac{\theta_0 + \theta_2}{2} \quad (11)$$

$$h_2 = \ln \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \left/ \left( \frac{\theta_2 - \theta_0}{\sigma^2} \right) \right. \quad (12)$$

则 Wald 的 2 条平行线为:

$$\begin{cases} S_n = s_1 n - h_1 \\ S_n = s_2 n + h_2 \end{cases} \quad \begin{cases} S_n = s_2 n - h_2 \\ S_n = s_1 n + h_1 \end{cases}$$

由图 3, 抽样停时的 2 条相交直线分别为:

$$r_1 = s_1 n - h_1 \quad (13)$$

$$r_2 = s_2 n + h_2 \quad (14)$$

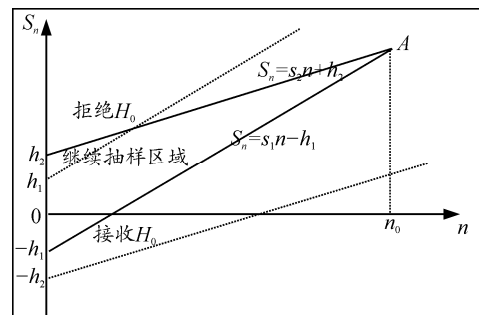


图 3 维修性序贯网图检验

根据判断准则 1, 可得判断准则 2:

当  $S_n \leq s_1 n - h_1$  时, 停止抽样, 接受原假设  $H_0$ ;

当  $S_n \geq s_2 n + h_2$  时, 停止抽样, 接受备择假设  $H_1$ ;

当  $s_1 n - h_1 < S_n < s_2 n + h_2$  时, 不能做出判断, 继续抽样。

综上所述, 对维修时间  $X$  的检验:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu = \mu_1 \quad \mu_0 < \mu_1$$

可建立如下序贯网图检验:

1) 检验参数的确定。

$$\theta_0 = \ln \mu_0 - \frac{1}{2} \sigma^2, \quad \theta_1 = \ln \mu_1 - \frac{1}{2} \sigma^2, \quad \sigma^2 = \ln \left( 1 + \frac{d^2}{\mu_0^2} \right)$$

2) 确定假设检验。

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad H_1 : \theta = \theta_1$$

3) 计算变量  $\theta_2, n_0, s_1, h_1, s_2, h_2$  及相交直线

$r_1, r_2$ 。

4) 抽样并判断。

进行维修性抽样试验并计算  $S_n = \sum_{i=1}^n \ln x_i$  值, 当

$S_n \leq s_1 n - h_1$  时, 停止抽样, 接受原假设  $H_0$ ;

$S_n \geq s_2 n + h_2$  时, 停止抽样, 接受备择假设  $H_1$ ;

$s_1 n - h_1 < S_n < s_2 n + h_2$  时, 不能做出判断, 继续抽样。

该检验方法中,  $\theta_2, n_0$  未知, 下面给出其确定方法。

### 2.3 样本量的确定方法

由图 3 及判断准则 2 知, 样本量最大可取  $n_0$ ,  $n_0$  为抽样停驶的 2 条相交直线  $r_1, r_2$  的交点, 故有

$$s_1 n_0 - h_1 = s_2 n_0 + h_2$$

$$n_0 = \frac{h_1 + h_2}{s_1 - s_2}$$

将式 (9)~式 (12) 代入上式得

$$n_0 = \frac{2\sigma^2}{\theta_1 - \theta_0} \cdot \ln \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \left( \frac{1}{\theta_1 - \theta_2} + \frac{1}{\theta_2 - \theta_0} \right)$$

为使  $n_0$  达到最小, 令  $\frac{dn_0}{d\theta_2} = 0$ , 解之得

$$\theta_2 = \frac{\theta_0 + \theta_1}{2} \tag{15}$$

此时

$$n_0 = \frac{8\sigma^2}{(\theta_1 - \theta_0)^2} \cdot \ln \frac{1-\alpha}{\alpha} \tag{16}$$

式 (16) 为序贯网图检验最大样本量的计算公式, 当样本量不大于  $n_0$  时, 可对维修性作出判断。

### 3 实例

对某型装备进行维修性验证试验, 检验平均修复时间是否不大于 23 min, 最大可接收值为 48 min。已知平均修复时间对数方差的试前估计值为  $\sigma^2 = 0.4$ 。经协商确认双方风险均取 0.1, 即  $\alpha = \beta = 0.1$ 。下面应用文中给出的方法进行假设检验, 具体过程为:

1) 确定检验参数。

由式 (5)、式 (6) 得:

$$\theta_0 = 2.94 \quad \theta_1 = 3.67$$

2) 确定假设检验。

$$H_0 : \theta = 2.94 \quad H_1 : \theta = 3.67$$

3) 计算变量。

由式 (15)、式 (16) 得:

$$\theta_2 = 3.305 \quad n_0 = 11$$

由式 (9)~式 (12) 得:

$$s_1 = 3.4875 \quad h_1 = 2.4079$$

$$s_2 = 3.1225 \quad h_2 = 2.4079$$

故由式 (13)、式 (14) 得抽样停时的 2 条相交平行线分别为:

$$r_1 = 3.4875n - 2.4079$$

$$r_2 = 3.1225n + 2.4079$$

4) 抽样与判断。

按维修性试验操作规程进行抽样式样并判断: 当  $\sum_{i=1}^n \ln x_i \leq r_1$  时, 接收  $H_0$ , 即认为维修性满足指标要求; 当  $\sum_{i=1}^n \ln x_i \geq r_2$  时, 拒绝  $H_0$ , 认为维修性不满足指标要求; 当  $r_1 < \sum_{i=1}^n \ln x_i < r_2$  时, 继续抽样。

为便于现场试验, 试前应计算不同样本量下的临界值  $r_1, r_2$  并制成表格, 将试验结果填入预先制好的表格中, 同时计算  $\sum \ln x_i$  并按上述判断准则判断, 本例抽样结果如表 1。

表 1 维修性试验与评定表

$n$	$r_1$	$r_2$	$x_i$	$\ln x_i$	$\sum \ln x_i$
1	1.079 6	5.530 4	29.96	3.40	3.40
2	4.567 0	8.652 9	16.78	2.82	6.22
3	8.054 6	11.775 4	21.12	3.05	9.27
4	11.542 1	14.899 1	23.34	3.15	12.42
5	15.029 6	18.020 4	18.54	2.92	15.34
6	18.517 1	21.142 9	40.04	3.69	19.03
7	22.333 5	24.265 4	40.04	3.69	22.72
8	25.492 1	27.387 9	9.12	2.21	24.93
9	28.979 6	30.510 4			
10	32.467 1	33.632 9			
11	35.954 6	36.755 4			

由表 1 中数据可见, 当样本量为 8 时,  $\sum \ln x_i = 24.93 < r_1 = 25.4921$ , 故接受原假设  $H_0$ , 即认为该装备维修时间符合要求。

序贯网图检验方法给出的样本量  $n_0$  是最大样本量, 实际应用中样本量可小于  $n_0$ 。它克服了序贯检验试前无法确定最大样本量  $n_0$  而使试验样本量存在不可预见性, 给试验方案的制定带来不便的弊端。

### 4 结论

实例结果说明了基于序贯网图理论的维修性试验与评定方法的可行性、实用性。该方法克服了 Wald 序贯概率检验试前无法预测样本量的不足, 减少了试验样本量, 有效降低了人为因素对评定结果的影响, 客观反映了被试品的维修性能。

### 参考文献:

[1] 张翀, 郑绍钰, 王威. 环境因素对试验装备维修成本的影响分析[J]. 兵工自动化, 2011, 30(7): 18-21.

[2] 张玉柱, 胡自伟, 曹世民, 等. 维修性验证试验与评定统计原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006: 15-20.

[3] 甘茂治, 傅光甫, 等. GJB2072-94 维修性试验与评定[S]. 北京: 国防科学技术工业委员会, 1994: 10-12.

[4] 闫章更, 濮晓龙. 现代军事抽样检验方法及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 18-27.