

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.12.013

炮射子母弹对集群目标平均首发毁伤概率研究

王兆胜

(南京炮兵学院自行火炮系 南京, 211132)

摘要: 为精确地计算子母弹对集群目标的平均首发毁伤概率, 建立目标对瞄准点偏差为 (a_x, a_z) 时炮射子母弹毁伤概率计算模型。根据“化四个象限积分为一个象限积分”的方法, 推导了目标对瞄准点偏差为 (a_x, a_z) 时毁伤概率的计算公式, 并分析毁伤概率满足条件, 讨论了对集群目标的平均毁伤概率计算问题, 给出了计算方法。算例的计算结果显示, 该方法能有效地计算出对集群目标的平均首发毁伤概率。

关键词: 炮射子母弹; 毁伤概率; 射击精度

中图分类号: TJ413+.3 **文献标志码:** A

Mean Damage Probability Researches of First-Round Fire of Canon Launching Dispersive Projectile to Assembly Targets

Wang Zhaosheng

(Department of Self-Propelled Gun, Nanjing Artillery Academy, Nanjing 211132, China)

Abstract: In order to calculate exactly mean damage probability of first-round fire of dispersive projectile of canon launch to assembly targets, a calculation model of damage probability of first-round fire is built up for dispersive projectile in case of the deviation of a target from aiming point being (a_x, a_z) . According to method of “turning for quadrants integration into one quadrant integration”, calculation formulas of damage probability of first-round fire are deduced on condition of the deviation of a target from aiming point being (a_x, a_z) , and the condition which damage probability met is analyzed. The problem to calculate mean damage probability of first-round fire of dispersive projectile to assembly targets is discussed, and the method of the calculation is given. Result of the example shows that mean damage probability of first-round fire of dispersive projectile to assembly target can be calculated effectively by the given method.

Key words: dispersive projectile of canon launch; damage probability; firing accuracy

0 引言

一发子母弹子弹群地面分布范围一般为椭圆(或圆)区域,不但能够以较大的概率覆盖单个目标,而且能够覆盖一定范围内的集群目标。通常炮射子母弹的子弹质量较小数量较大,可认为子弹群在分布椭圆(或圆)内呈均匀分布^[1]。对集群目标射击时,集群内每一目标对瞄准点的偏差不同,子母弹对每一目标毁伤概率也将不同。计算对集群目标的毁伤概率时,可先计算对集群内每一目标的毁伤概率,然后再计算对集群目标的平均毁伤概率。下面首先分析目标对瞄准点偏差量为 (a_x, a_z) 时子母弹对目标的毁伤概率。

1 目标对瞄准点偏差量为 (a_x, a_z) 时炮射子母弹对目标的首发毁伤概率

设集群目标内某一目标对瞄准点的偏差量为 (a_x, a_z) , 以该目标中心为原点建立坐标系(如图 1),

子母弹子弹分布范围为椭圆(或圆), 为方便计算, 用等效面积法将其转换为等效矩形。记目标的纵深为 $2L_x$, 正面为 $2L_z$, $2l_a \times 2l_b$ 为子母弹子弹分布范围转换为等效矩形时的等效面积^[1]。子母弹子弹群分布范围对目标的覆盖部分如图中斜线部分所示。

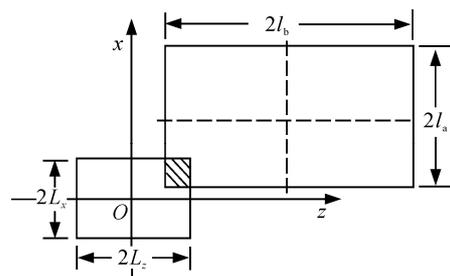


图 1 子母弹子弹分布范围对目标的覆盖

由于目标对瞄准点的偏差为 (a_x, a_z) , 而坐标系原点在目标中心, 因此可认为瞄准点位于点 (a_x, a_z) 处, 此时子弹群分布中心坐标为 (x, z) 的概率密度函数 $\varphi(x, z)$ 为

收稿日期: 2012-06-21; 修回日期: 2012-07-16

作者简介: 王兆胜(1962—), 男, 江苏人, 工学博士, 教授, 从事自行火炮作战运用及射击精度分析研究。

$$\phi(x, z) = \frac{\rho^2}{\pi E_{\Sigma x} E_{\Sigma z}} \exp \left\{ -\rho^2 \left[\frac{(x-a_x)^2}{E_{\Sigma x}^2} + \frac{(z-a_z)^2}{E_{\Sigma z}^2} \right] \right\} \quad (1)$$

其中: ρ 为常数, 值为 0.476 936; $E_{\Sigma x}$ 、 $E_{\Sigma z}$ 为子弹群分布中心的距离和方向射击概率误差, 它包含了诸元误差与子弹分布中心散布误差。

记子弹群分布范围覆盖目标的区域为 $\tilde{L}_x \times \tilde{L}_z$, 则 \tilde{L}_x 、 \tilde{L}_z 与子弹群分布中心坐标 (x, z) 的关系为

$$\tilde{L}_x = \begin{cases} \min(2L_x, 2l_a) & |x| < |l_a - L_x| \\ l_a + L_x - |x| & |l_a - L_x| \leq |x| < l_a + L_x \\ 0 & |x| \geq l_a + L_x \end{cases} \quad (2)$$

$$\tilde{L}_z = \begin{cases} \min(2L_z, 2l_b) & |z| < |l_b - L_z| \\ l_b + L_z - |z| & |l_b - L_z| \leq |z| < l_b + L_z \\ 0 & |z| \geq l_b + L_z \end{cases} \quad (3)$$

$$R_{Ne}(x, z) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{L_x L_z}{\omega l_a l_b}\right)^N & |x| \leq l_a - L_x, |z| \leq l_b - L_z \\ 1 - \left[1 - \frac{L_x(L_z + l_b - |z|)}{2\omega l_a l_b}\right]^N & |x| \leq l_a - L_x, l_b - L_z \leq |z| \leq l_b + L_z \\ 1 - \left[1 - \frac{L_z(L_x + l_a - |x|)}{2\omega l_a l_b}\right]^N & l_a - L_x \leq |x| \leq l_a + L_x, |z| \leq (l_b - L_z) \\ 1 - \left[1 - \frac{(L_x + l_a - |x|)(L_z + l_b - |z|)}{4\omega l_a l_b}\right]^N & l_a - L_x \leq |x| \leq l_a + L_x, l_b - L_z \leq |z| \leq l_b + L_z \\ 0 & |x| \geq l_a + L_x, |z| \geq l_b + L_z \end{cases} \quad (5)$$

根据式 (5), 目标对瞄准点偏差为 (a_x, a_z) 时一发子母弹毁伤目标的全概率可表示为

$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{Ne}(x, z) \frac{\rho^2}{\pi E_{\Sigma x} E_{\Sigma z}} \exp \left\{ -\rho^2 \left[\frac{(x-a_x)^2}{E_{\Sigma x}^2} + \frac{(z-a_z)^2}{E_{\Sigma z}^2} \right] \right\} dx dz \quad (6)$$

$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{Ne}(x, z) \frac{\rho^2}{\pi E_{\Sigma x} E_{\Sigma z}} \left[\exp \left(-\rho^2 \frac{(x-a_x)^2}{E_{\Sigma x}^2} \right) + \exp \left(-\rho^2 \frac{(x+a_x)^2}{E_{\Sigma x}^2} \right) \right] \left[\exp \left(-\rho^2 \frac{(z-a_z)^2}{E_{\Sigma z}^2} \right) + \exp \left(-\rho^2 \frac{(z+a_z)^2}{E_{\Sigma z}^2} \right) \right] dx dz \quad (7)$$

对式 (7) 的积分计算可采用 2 种算法。第 1 种算法是在第一象限上直接用网格法进行编程计算, 特点是编程简单, 网格法对式 (7) 进行计算的步骤见文献[2], 由于 $R_{Ne}(x, z)$ 为分段函数, 编程中一些网格涉及到 $R_{Ne}(x, z)$ 取何值的问题, 计算的结果可能因不同的取法出现微小的差异。第 2 种算法是将 $R_{Ne}(x, z)$ 在不同区域上的不同表达式代入式 (7), 根

据不同区域上 $R_{Ne}(x, z)$ 的具体形式分别进行积分, 然后进行进一步的综合分析。

将式 (5) 代入式 (7), 根据 $R_{Ne}(x, z)$ 在不同区域上的不同形式分别进行各部分区域上的积分, 经过运算, 推出目标对瞄准点偏差为 (a_x, a_z) 时, 子母弹对目标的首发毁伤的全概率为

$$R = -\frac{1}{4} \left[\Phi \left(\frac{l_a - L_x - a_x}{E_x} \right) + \Phi \left(\frac{l_a - L_x + a_x}{E_x} \right) \right] \left[\Phi \left(\frac{l_b - L_z - a_z}{E_z} \right) + \Phi \left(\frac{l_b - L_z + a_z}{E_z} \right) \right] \left(1 - \frac{L_x L_z}{\omega l_a l_b}\right)^N + \frac{1}{4} \left[\Phi \left(\frac{l_a + L_x - a_x}{E_x} \right) + \Phi \left(\frac{l_a + L_x + a_x}{E_x} \right) \right] \left[\Phi \left(\frac{l_b + L_z - a_z}{E_z} \right) + \Phi \left(\frac{l_b + L_z + a_z}{E_z} \right) \right] - \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{l_a - L_x - a_x}{E_x} \right) + \Phi \left(\frac{l_a - L_x + a_x}{E_x} \right) \right] \int_{l_b - L_z}^{l_b + L_z} \left[1 - \frac{L_x(l_b + L_z - |z|)}{2\omega l_a l_b}\right]^N \frac{\rho}{\sqrt{\pi E_z}} \left[\exp \left[-\rho^2 \frac{(z-a_z)^2}{E_z^2} \right] + \exp \left[-\rho^2 \frac{(z+a_z)^2}{E_z^2} \right] \right] dz - \frac{1}{2} \left[\Phi \left(\frac{l_b - L_z - a_z}{E_z} \right) + \Phi \left(\frac{l_b - L_z + a_z}{E_z} \right) \right] \int_{l_a - L_x}^{l_a + L_x} \left[1 - \frac{L_z(l_a + L_x - |x|)}{2\omega l_a l_b}\right]^N \frac{\rho}{\sqrt{\pi E_x}} \left[\exp \left[-\rho^2 \frac{(x-a_x)^2}{E_x^2} \right] + \exp \left[-\rho^2 \frac{(x+a_x)^2}{E_x^2} \right] \right] dx - \int_{l_a - L_x}^{l_a + L_x} \int_{l_b - L_z}^{l_b + L_z} \left[1 - \frac{(l_a + L_x - |x|)(l_b + L_z - |z|)}{4\omega l_a l_b}\right]^N \frac{\rho^2}{\pi E_x E_z} \left[\exp \left[-\rho^2 \frac{(x-a_x)^2}{E_x^2} \right] + \exp \left[-\rho^2 \frac{(x+a_x)^2}{E_x^2} \right] \right] \left[\exp \left[-\rho^2 \frac{(z-a_z)^2}{E_z^2} \right] + \exp \left[-\rho^2 \frac{(z+a_z)^2}{E_z^2} \right] \right] dx dz \quad (8)$$

由式 (8) 的结果不难得出当目标对瞄准点的偏差为 (a_x, a_z) 时, 子母弹对目标的首发毁伤全概率满足如下的式子

$$R < \frac{1}{4} [\Phi(\frac{l_a + L_x - a_x}{E_x}) + [\Phi(\frac{l_a + L_x + a_x}{E_x})]] [\Phi(\frac{l_b + L_z - a_z}{E_z}) + \Phi(\frac{l_b + L_z + a_z}{E_z})] - \frac{1}{4} [\Phi(\frac{l_a - L_x - a_x}{E_x}) + \Phi(\frac{l_a - L_x + a_x}{E_x})] [\Phi(\frac{l_b - L_z - a_z}{E_z}) + \Phi(\frac{l_b - L_z + a_z}{E_z})] (1 - \frac{L_x L_z}{\omega l_a l_b})^N \quad (9)$$

2 对集群目标的平均首发毁伤概率计算

式 (8) 为目标对瞄准点偏差量为 (a_x, a_z) 时子母弹对目标的首发毁伤概率, 设集群内有 k 个单独目标, 对第 i 个目标来说, 设子母弹对其毁伤概率为 R_i , 若以 1 代表目标被毁伤, 0 代表没有被毁伤, 则对第 i 个目标毁伤的数学期望为

$$1 \times R_i + 0 \times (1 - R_i) = R_i \quad (10)$$

由于集群内各单个目标对瞄准点的偏差不同,

$$\bar{R} < \frac{1}{4} [\Phi(\frac{l_a + L_x - a_x}{E_x}) + [\Phi(\frac{l_a + L_x + a_x}{E_x})]] [\Phi(\frac{l_b + L_z - a_z}{E_z}) + \Phi(\frac{l_b + L_z + a_z}{E_z})] - \frac{1}{4} [\Phi(\frac{l_a - L_x - a_x}{E_x}) + \Phi(\frac{l_a - L_x + a_x}{E_x})] [\Phi(\frac{l_b - L_z - a_z}{E_z}) + \Phi(\frac{l_b - L_z + a_z}{E_z})] (1 - \frac{L_x L_z}{\omega l_a l_b})^N \quad (12)$$

3 算例

对敌装甲编队射击, 瞄准点为 0 (如图 2), 每个装甲目标的面积为 $2L_x \times 2L_z$, 其中 $L_x=2.5$ m, $L_z=1.0$ m。已知决定诸元概率误差为 $E_d=30$ m、 $E_f=10$ m, 子弹中心散布概率误差 $B_d=25$ m、 $B_f=8$ m。子 Devore 母弹子弹散布范围为 $2l_a \times 2l_b$, 其中 $l_a=80$ m, $l_b=50$ m。一发子母弹携 $N=64$ 枚子弹, 计算对敌各个装甲目标的首发毁伤概率及对装甲群的平均毁伤概率。

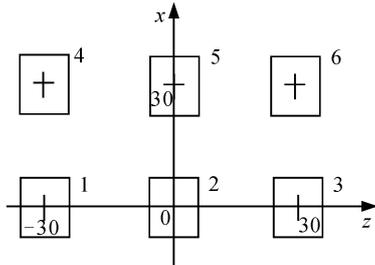


图 2 装甲集群目标

用式 (8) 计算对集群内每一目标的毁伤概率, 用式 (11) 计算对集群目标平均首发毁伤概率, 所得的计算结果如表 1 所示。

因而对它们的毁伤期望也不同, 子母弹对集群内所有目标的毁伤期望之和为 $\sum R_i$, 对集群目标的平均毁伤概率的期望为

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{k} \quad (11)$$

由式 (11) 可计算子母弹对集群目标平均首发毁伤概率。由于 R_i 满足式 (9), \bar{R} 也同样满足式 (9), 即子母弹对集群目标的平均首发毁伤概率的期望满足式 (12)

表 1 对集群目标的平均首发毁伤概率

目标	(a_x, a_z)	R/%			
		$\omega=1$	$\omega=2$	$\omega=5$	$\omega=10$
1	(0,-30)	2.79	1.41	0.57	0.284
2	(0,0)	3.24	1.64	0.66	0.330
3	(0,30)	2.79	1.41	0.57	0.284
4	(30,-30)	2.60	1.31	0.53	0.265
5	(30,0)	3.02	1.53	0.61	0.308
6	(30,30)	2.60	1.31	0.53	0.265
平均毁伤率	—	2.84	1.44	0.578	0.289

4 结束语

在集群目标内每一目标的具体坐标已明确的情况下, 根据每一目标中心对瞄准点的偏差求出对其毁伤概率, 再取平均值计算集群目标的平均毁伤概率。该方法可为今后进一步分析多发子母弹对集群目标的毁伤概率提供参考。

参考文献:

[1] 刘怡昕, 王兆胜, 钟宜兴. 子母弹射击学与弹道学[M]. 北京: 海潮出版社, 2011: 40-44.
 [2] 王兆胜. RN 的一般表达式在第一象限的积分表示与计算方法[J]. 火力与指挥控制, 2011, 36(2): 132-134.