

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.09.016

寻北仪倾斜状态下转位误差分析

薛海建, 郭晓松, 周召发

(第二炮兵工程大学 202 教研室, 西安 710025)

摘要: 针对目前我国大部分研制生产的寻北仪忽略实际工作过程中转台倾斜时转位误差分析补偿问题, 提出一种基于动调陀螺的二位置捷联式快速寻北仪。介绍二位置陀螺寻北仪的工作原理, 在推导转台倾斜时方位角解算公式的基础上, 重点分析转台倾斜时转位误差对寻北精度的影响, 推导出误差公式及补偿方法, 并用 Matlab 进行误差仿真实验。实验结果表明: 转台倾斜角在 $\pm 10^\circ$ 范围内时, 转位误差引起的寻北误差随方位角的变化基本服从三角函数分布, 且大小近似为转位误差的一半。

关键词: 寻北仪; 二位置; 倾斜; 转位误差

中图分类号: TJ02 **文献标志码:** A

Transposition Error Analysis Under North Seeker Incline State

Xue Haijian, Guo Xiaosong, Zhou Zhaofa

(No. 202 Staff Room, Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: Aimed at the problem of the present most of development and production of the north seeker ignored practical work process of transposition turntable tilt error analysis in China, proposed the strapdown fast two-position north seeker based on the dynamically tuned gyro. Introduce two position gyro north seeker working principle, based on the derivation of turntable incline azimuth calculation formula, focusing on analysis of the influence of position error on north-seeking precision when turntable is inclined, and deduce the formula of error, finally using Matlab progress error simulation experiment. Experimental results show, platform tilt angle in the range of $\pm 10^\circ$, north seeking error caused by the position error variation with azimuth basically obey the triangle function distribution, and the size is approximately half the transposition error.

Key words: north seeker; two-position; incline; transposition error

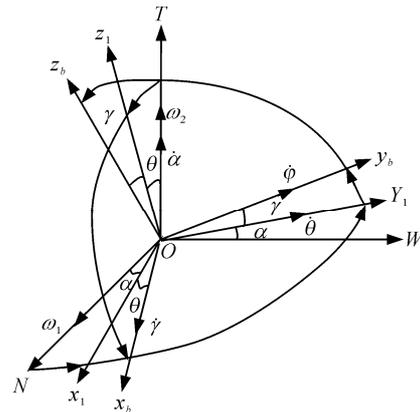
0 引言

陀螺寻北仪是一种能在静态下全天候自动指示方位的高精度惯性仪表。高精度快速定向系统在军事或民用部门都有广阔的应用前景, 军事上的导弹及火炮等武器系统的快速精确定位定向以及民用中的精密大地测量、矿井工程及贯通测量都需要非常精确的方位基准^[1]。

目前我国研制生产的寻北仪采用最多的是二位置寻北方案, 既大大简化了系统, 又能消除陀螺常值漂移误差。西北工业大学自动化学院的高茂林、赵忠、张钧等就二位置捷联式陀螺寻北仪及转位误差进行了详尽的分析, 航天控制技术有限公司的孟乐中、刘青峰、张宏良、罗小秋等也对二位置陀螺寻北的原理及转位误差作了系统的介绍, 做相关研究的学者还有很多^[2-3]; 但国内大部分文献都只是对水平状态下的转位误差作了详尽的介绍, 而忽略了实际工作过程中转台倾斜时的转位误差分析补偿^[4-5]; 因此, 笔者介绍一种基于动调陀螺的二位

置捷联式快速寻北仪。

1 带倾斜补偿的二位置陀螺寻北仪工作原理



$$ONWT \xrightarrow{OT(\alpha)} Ox_1y_1T \xrightarrow{Oy_1(\theta)} Ox_b y_b z_1 \xrightarrow{Ox_b(\gamma)} Ox_b y_b z_b$$

图 1 地理坐标系与载体坐标系的相对关系

设: n 系为北西天方向的地理坐标系, ON 轴指北, OW 轴指西, OT 轴指天; b 系为载体坐标系,

收稿日期: 2012-03-23; 修回日期: 2012-04-19

基金项目: 国家自然科学基金项目“复杂环境下全方位快速精确寻北技术研究”(41174162)

作者简介: 薛海建(1986—), 男, 安徽人, 硕士, 从事快速高精度捷联式陀螺寻北研究。

初始时与地理坐标系重合, 载体的姿态角为 α 、 θ 、 γ , 分别表示方位角、俯仰角和横滚角, 两坐标系的关系^[6]如图 1 所示。

由图 1 可得以下几个要用到的方向余弦:

$$C_2^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}, C_1^c = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, C_n^d = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

故可得地理坐标系到载体坐标系的转换矩阵为:

$$C_n^b = C_2^b \cdot C_1^c \cdot C_n^d = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \theta & \sin \alpha \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \alpha \sin \theta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \theta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \cos \theta \sin \gamma \\ \cos \alpha \sin \theta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \sin \alpha \sin \theta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}$$

在载体坐标系中, 地球自转角速度 ω_e 的分量分别是指北的 $\omega_1 = \omega_e \cos \varphi$ 和指天的 $\omega_2 = \omega_e \sin \varphi$, 其中 φ 为当地的纬度, 如图 1 所示。

考虑陀螺常值漂移 ϵ_0 和随机漂移项 ϵ , 则可得陀螺测得的角速度在载体坐标系的投影向量为

$$\omega^b = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = C_n^b \omega_e^n + \epsilon_0 + \epsilon = C_n^b \begin{bmatrix} \omega_1 \\ 0 \\ \omega_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{y0} \\ \epsilon_{z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

因为载体静止, 故加速度计敏感的仅是地球重力加速度 g , 则加速度计测得值在载体坐标系的投影向量如式 (2) 和式 (3):

$$a_b = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

即:

$$a_x = g \sin \theta \quad (2)$$

$$a_y = -g \cos \theta \sin \gamma \quad (3)$$

由式 (2)、(3) 可解的俯仰角 θ 和横滚角 γ 。

由式 (1) 可得初始位置:

$$\omega_{x(0)} = \omega_1 \cos \alpha \cos \theta - \omega_2 \sin \theta + \epsilon_{x0} + \epsilon_{x(0)}$$

$$\omega_{y(0)} = \omega_1 (\cos \alpha \sin \theta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma) + \omega_2 \cos \theta \sin \gamma + \epsilon_{y0} + \epsilon_{y(0)}$$

在转位机构旋转 180° 后有:

$$\omega_{x(180)} = -(\omega_1 \cos \alpha \cos \theta - \omega_2 \sin \theta) + \epsilon_{x0} + \epsilon_{x(0)}$$

$$\omega_{y(180)} = -[\omega_1 (\cos \alpha \sin \theta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma) + \omega_2 \cos \theta \sin \gamma] + \epsilon_{y0} + \epsilon_{y(0)}$$

忽略随机漂移, 相对位置的测量值相减可以消

除常值漂移, 故可令

$$\omega_x = \frac{1}{2}(\omega_{x(0)} - \omega_{x(180)}) = \omega_1 \cos \alpha \cos \theta - \omega_2 \sin \theta \quad (4)$$

$$\omega_y = \frac{1}{2}(\omega_{y(0)} - \omega_{y(180)}) = \omega_1 (\cos \alpha \sin \theta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma) + \omega_2 \cos \theta \sin \gamma \quad (5)$$

由式 (4)、(5) 可解得方位角:

$$\tan \alpha = \frac{\omega_x \sin \theta \sin \gamma - \omega_y \cos \theta + \omega_2 \sin \gamma}{\cos \gamma (\omega_x + \omega_2 \sin \theta)} \quad (6)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{\omega_x \sin \theta \sin \gamma - \omega_y \cos \theta + \omega_2 \sin \gamma}{\cos \gamma (\omega_x + \omega_2 \sin \theta)} \quad (7)$$

当 $\theta = \gamma = 0$, 即水平状态下时有:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(-\frac{\omega_y}{\omega_x} \right)$$

2 转位误差引起的寻北误差分析

寻北仪设置转位机构是为了补偿陀螺仪的常值漂移误差, 提高测量精度。但实际工作的转位机构总存在一定的误差, 影响了寻北精度。下面就从 0° 位置转动到 180° 时转位误差引起的寻北误差进行分析。设在初始状态下机械转动系为 m 系, 与载体坐标系 b 系重合, 绕 Z_b 轴转过 $(\pi + \delta)$ 角后机械转动系变为 m^1 系, 其中 δ 为转动误差角, 则得 m 和 m^1 的方向余弦矩阵^[7]为:

$$C_m^{m^1} = \begin{bmatrix} \cos(\pi + \delta) & \sin(\pi + \delta) & 0 \\ -\sin(\pi + \delta) & \cos(\pi + \delta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -1 & -\delta & 0 \\ \delta & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

故可得存在转位误差时 m^1 系陀螺仪的实际输出角速度为

$$\omega_{m^1}^b = C_m^{m^1} \omega^b = \begin{bmatrix} -\omega_x^b - \delta \omega_y^b \\ -\omega_y^b + \delta \omega_x^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix}$$

故应用二位置法时有:

$$\omega_x' = \frac{\omega_x^m - \omega_x^{m^1}}{2} = \omega_x + \frac{1}{2} \delta \omega_y^b$$

$$\omega_y' = \frac{\omega_y^m - \omega_y^{m^1}}{2} = \omega_y - \frac{1}{2} \delta \omega_x^b$$

$$\text{令 } \epsilon_1 = \omega_x' - \omega_x = \frac{1}{2} \delta \omega_y, \quad \epsilon_2 = \omega_y' - \omega_y = -\frac{1}{2} \delta \omega_x$$

则称 ϵ_1 , ϵ_2 为转位误差 δ 引起的陀螺输出的偏差。

由上述分析可得, 转位误差引起的寻北误差表现为转位误差引起的陀螺仪输出误差对寻北精度的

影响。

3 仿真与分析

由上面转位误差引起的寻北误差分析可得，转位误差引起的寻北误差表现为转位误差引起的陀螺仪输出误差对寻北精度的影响。而陀螺仪输出误差对寻北精度的影响可由下面分析得到。

根据式 (7) 讨论陀螺仪输出误差对寻北精度的影响，将式 (7) 在 ω_x 、 ω_y 处展开成泰勒公式并忽略二阶小量得 $\bar{\alpha}$

$$\bar{\alpha} = \alpha +$$

$$\Delta\omega_x \frac{(\sin^2 \theta - 1) \sin \gamma \cos \gamma \omega_2 + \cos \theta \cos \gamma \omega_y}{\cos^2 \gamma (\omega_x + \omega_2 \sin \theta)^2 + (\omega_x \sin \theta \sin \gamma - \omega_y \cos \theta + \omega_2 \sin \gamma)^2} +$$

$$\Delta\omega_y \frac{-\cos \theta \cos \gamma (\omega_x + \omega_2 \sin \theta)}{\cos^2 \gamma (\omega_x + \omega_2 \sin \theta)^2 + (\omega_x \sin \theta \sin \gamma - \omega_y \cos \theta + \omega_2 \sin \gamma)^2}$$

故可得

$$\Delta\alpha = \alpha - \bar{\alpha} =$$

$$\varepsilon_1 \frac{(\sin^2 \theta - 1) \sin \gamma \cos \gamma \omega_2 + \cos \theta \cos \gamma \omega_y}{\cos^2 \gamma (\omega_x + \omega_2 \sin \theta)^2 + (\omega_x \sin \theta \sin \gamma - \omega_y \cos \theta + \omega_2 \sin \gamma)^2} +$$

$$\varepsilon_2 \frac{-\cos \theta \cos \gamma (\omega_x + \omega_2 \sin \theta)}{\cos^2 \gamma (\omega_x + \omega_2 \sin \theta)^2 + (\omega_x \sin \theta \sin \gamma - \omega_y \cos \theta + \omega_2 \sin \gamma)^2}$$

3.1 在条件一下的仿真

根据上式，用 Matlab 对转位误差对寻北精度的影响进行仿真，仿真条件一为水平状态下，纬度 $\varphi=60^\circ$ ，转位误差 $\delta=10''\sim 30'$ 的仿真图如图 2。

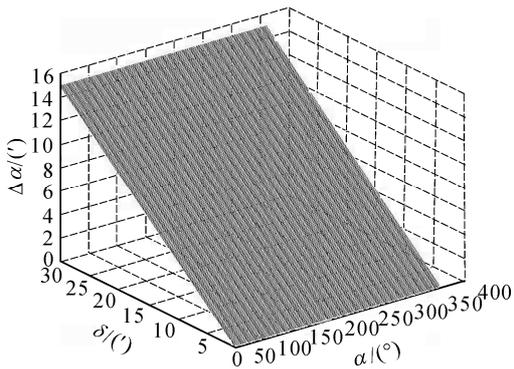


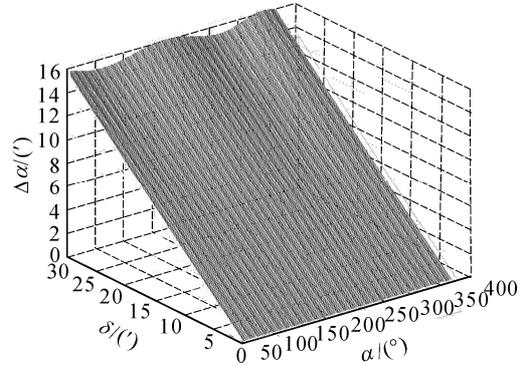
图 2 条件一的仿真实验图

由图 2 可以看出，在水平状态下转位误差引起的寻北误差是一个常值，这个值是转位误差的一半。

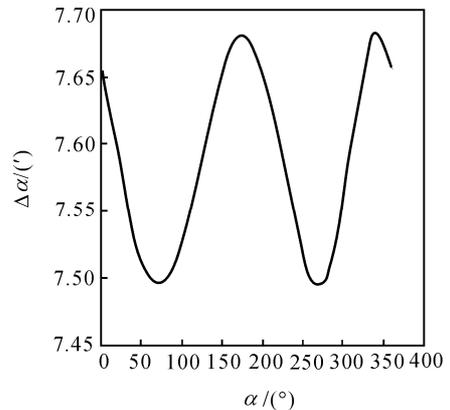
3.2 在条件二下的仿真

仿真条件二为俯仰角 $\theta=5^\circ$ 、横滚角 $\gamma=-5^\circ$ ，纬度 $\varphi=60^\circ$ ，转位误差 $\delta=10''\sim 30'$ 以及转位误差为 $15'$ 。

条件二下的仿真结果如图 3 所示。由图 3 可以看出，转位误差引起的寻北误差随方位角的变化服从三角函数分布，且三角函数的幅值较小，整个误差近似为转位误差的一半；而转位误差引起的寻北误差随转位误差的增大而线性增加。



(a) 转位误差 $\delta=10''\sim 30'$ 时的寻北误差示意图

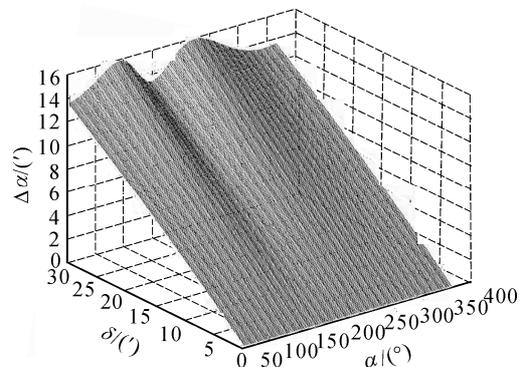


(b) 转位误差 $\delta=15'$ 时的寻北误差变化曲线

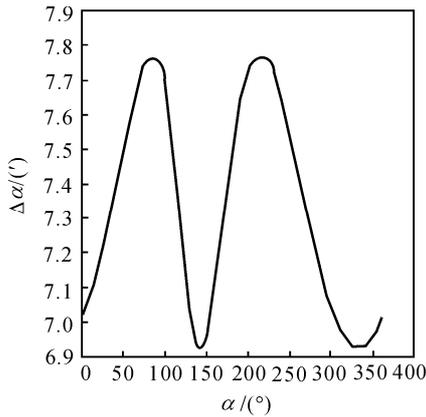
图 3 条件二的仿真实验图

3.3 在条件三下的仿真

仿真条件三为俯仰角 $\theta=-10^\circ$ 、横滚角 $\gamma=10^\circ$ ，纬度 $\varphi=60^\circ$ ，转位误差 $\delta=10''\sim 30'$ 以及转位误差为 $15'$ 。条件 3 下的仿真图如图 4 所示。



(a) 转位误差 $\delta=10''\sim 30'$ 时的寻北误差示意图



(b) 转位误差 $\delta=15'$ 时的寻北误差变化曲线

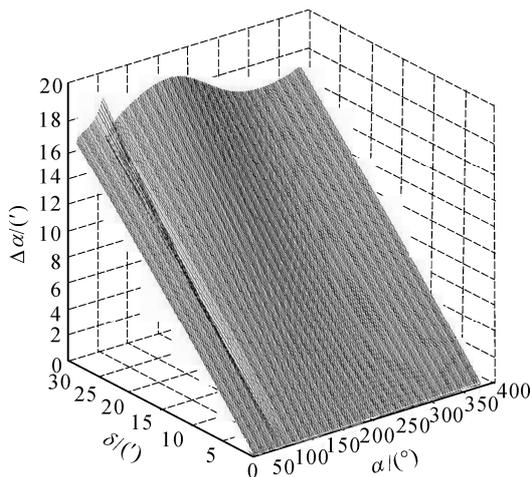
图4 条件三的仿真实验图

由图4可以看出, 转位误差引起的寻北误差随方位角的变化基本上仍然基本服从三角函数分布, 但三角函数的幅值较条件二情况有所增加; 转位误差引起的寻北误差随转位误差的增大而线性增加。

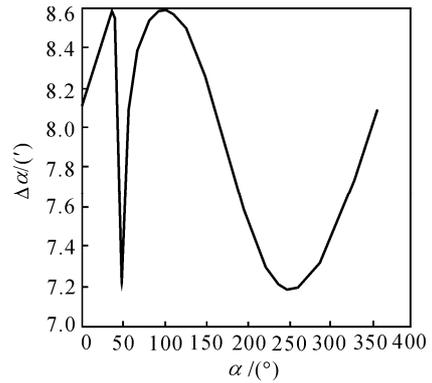
3.4 在条件4下的仿真

仿真条件四为俯仰角 $\theta=20^\circ$ 、横滚角 $\gamma=20^\circ$, 纬度 $\varphi=60^\circ$, 转位误差 $\delta=10''\sim 30'$ 以及转位误差为 $15'$ 。仿真图如图5所示。

由图5可以看出, 转位误差引起的寻北误差随方位角的变化规律性已经不明显, 且整个误差变化范围较条件3情况明显大大增加; 转位误差引起的寻北误差仍然随转位误差的增大而线性增加。



(a) 转位误差 $\delta=10''\sim 30'$ 时的寻北误差示意图



(b) 转位误差 $\delta=15'$ 时的寻北误差变化曲线

图5 条件四的仿真实验图

4 结论

综合对比上面4个条件下的仿真实验可以得到如下结论: 在水平状态下忽略二阶无穷小量时转位误差引起的寻北误差是一个常值, 且这个值是转位误差的一半; 倾斜角在一定范围内 ($\pm 10^\circ$) 时, 转位误差引起的寻北误差随方位角的变化基本服从三角函数分布, 且三角函数的幅值较小, 整个误差近似为转位误差的一半; 当倾斜角超过 $\pm 10^\circ$ 时, 转位误差引起的寻北误差随方位角的变化规律性已经不明显, 且整个误差变化范围明显大大增加; 转位误差引起的寻北误差随转位误差的增大而线性增加。因此, 转台倾斜角应控制在 $\pm 10^\circ$ 范围内。

参考文献:

- [1] 刘春宇, 金志华. 全姿态挠性陀螺寻北仪的研制及其数据处理技术[D]. 上海: 上海交通大学, 2002: 9-25.
- [2] 高茂林, 赵忠, 张钧. 二位置陀螺寻北仪及转位误差分析[J]. 计算机测量与控制, 2006, 14(1): 70-71.
- [3] 孟乐中, 刘青峰, 张宏良, 等. 具有倾角补偿的快速寻北仪系统研究[J]. 战术导弹控制技术, 2011, 28(1): 25-29.
- [4] 杨常松, 徐晓苏. 基于动调陀螺的单轴平台寻北仪及其误差分析[J]. 中国惯性学报, 2005, 13(4): 25-29.
- [5] 卜继军, 魏桂玲, 李勇建, 等. 陀螺寻北仪二位置寻北方案[J]. 中国惯性学报, 2002, 10(3): 46-49.
- [6] 许江宁, 卞鸿巍, 刘强, 等. 陀螺原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009: 6-59.
- [7] Qi Yutong, Chen Fengyu, Su Haibin. Error Analysis of a Dynamically Tuned Gyro Strapdown Northfinder[J]. 北京理工大学学报, 1999, 8(3): 1-9.