

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2012.06.016

## 混沌细胞神经网络的自适应同步及其在保密通信中的应用

王晓东, 李卫军

(海军工程大学理学院, 武汉 430033)

**摘要:** 针对具有时变时滞和扰动的混沌细胞神经网络的同步问题, 提出一种自适应同步方法。利用 Lyapunov 稳定性理论、Barbalat 引理和自适应控制方法, 给出易于实现的自适应同步控制律, 实现了误差系统的全局渐近稳定。所得自适应同步控制律具有一定的鲁棒性。最后利用混沌掩盖技术将研究结果应用到保密通信中。数值仿真结果表明, 该方法所设计的自适应控制律具有良好的控制效果。

**关键词:** 混沌同步; 细胞神经网络; Lyapunov 稳定性理论; Barbalat 引理; 自适应同步; 混沌遮掩

**中图分类号:** TP183 **文献标志码:** A

## Adaptive Synchronization for Chaotic Cellular Neural Networks and Its Application in Secure Communication

Wang Xiaodong, Li Weijun

(College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** In this paper, aiming at problem of synchronization for perturbed chaotic cellular neural networks with time-varying delay, introduce a self-adaptive synchronization method. Using the Lyapunov stability theory, the Barbalat lemma and self-adaptive synchronization control method, we get an easy realized adaptive synchronization control law to realize the global asymptotical stability of the error system. The control law has the better robustness. And the method is used to secure communication by chaos masking. The simulation result verifies the effectiveness of the synchronization method.

**Key words:** chaotic synchronization; cellular neural networks; Lyapunov stability theory; Barbalat lemma; adaptive synchronization; chaos masking

## 0 引言

自从 1990 年 Pecora 和 Carroll 首次提出驱动-响应同步方法<sup>[1]</sup>以来, 混沌控制和混沌同步理论的研究得到蓬勃发展。近年来, 实现混沌同步的方法不断涌现, 如状态反馈法、基于代数判据方法、基于 T-S 模糊模型的同步法、最小能量法等, 其应用领域也从物理学迅速扩展到生物学、化学、医学、电子学、信息科学和保密通信等领域<sup>[2-4]</sup>。

一般的混沌系统都具有确定性, 对初始条件的敏感性、混合性、快速衰减的自相关性、长期不可预测性和伪随机性等基本特性。混沌系统的动力学行为极其复杂, 难以重构和预测, 具有天然的隐蔽性, 适合作为保密通信的载体。因此混沌成为保密通信领域中的一个研究热点<sup>[5-8]</sup>。

细胞神经网络是由 Chua 和 Yang 在 1988 年首次提出的, 它的同步也得到了广泛的研究, 在许多领域得到了成功的运用<sup>[9-13]</sup>。文献[9]运用自适应控制方法设计控制律实现了一类带有微小不确定性的混沌细胞神经网络的同步; 文献[10]运用了自适应

控制方法研究了一类带有未知时滞的混沌细胞神经网络的同步问题; 文献[11]通过利用 M 矩阵和 Dini 导数解决了一类多时滞混沌细胞神经网络的同步问题; 文献[12-13]运用大中取大综合方法处理方式, 分别通过选取合适的 Razumikhin 函数和 Lyapunov-Krasovskii 泛函解决了混沌细胞神经网络的保代价同步问题。但是在目前混沌细胞神经网络同步问题的研究中, 很多同步方法都是在系统不受外界干扰或没有时滞的前提下提出的, 而在实际情况中, 外界干扰和时滞几乎是不可避免的。因此, 笔者利用 Lyapunov 稳定性理论, Barbalat 引理和自适应同步控制方法设计自适应控制器及自适应率, 使得同时具有时变时滞和扰动的混沌细胞神经网络达到全局渐近同步, 并将其应用到保密通信中。

## 1 问题描述

考虑式 (1) 和式 (2) 所示的变时滞混沌细胞神经网络<sup>[12]</sup>作为受控响应系统和驱动系统:

$$\dot{x} = -Cx + Af(x(t)) + Bf(x(t-\tau(t))) \quad (1)$$

$$\dot{y} = -Cy + Af(y(t)) + Bf(y(t-\tau(t))) + u + Dw \quad (2)$$

收稿日期: 2012-01-11; 修回日期: 2012-02-14

基金项目: 2009 年国家自然科学基金“ (多) 时滞和非光滑混沌系统的控制、(反) 同步及应用 ” (60974136)

作者简介: 王晓东 (1989—), 男, 河南人, 在读硕士, 从事系统优化、控制应用研究。

其中  $x(t), y(t), u(t) \in R^n$  (简记为  $x, y, u$ ),  $0 < \tau(t) < \infty$ ,  $\dot{\tau}(t) \leq \alpha < 1$ ,  $x(t), y(t)$  是神经网络的状态向量,  $n$  为神经元的数目,  $A \in R^{n \times n}$  为神经元的连接权矩阵,  $B \in R^{n \times n}$  为神经元的时滞连接权矩阵,  $C = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_n)$  为已知常数对角矩阵, 其中  $c_i > 0 (i=1, 2, \dots, n)$ , 神经元的激活函数  $f(x(t)) = (f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n))^T$ , 其中  $f_i(x_i(t)) = 0.5l_i(|x_i + 1| - |x_i - 1|)$  表示第  $i$  个神经元在  $t$  时刻的输出, 它们满足 Lipschitz 约束条件为式 (3):

$$0 \leq \frac{f_i(\xi_1) - f_i(\xi_2)}{\xi_1 - \xi_2} \leq l_i, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

用  $Dw$  表示外加扰动信号,  $w(t) \in R^1$  形式已知 (简记为  $w$ ),  $D$  为一个不确定增益向量,  $D = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T$ , 同步误差设为  $e(t) = y(t) - x(t)$ , 则误差状态的动态方程为:

$$\dot{e} = -Ce(t) + Ag(e(t)) + Bg(e(t - \tau(t))) + u + Dw \quad (4)$$

其中  $g(e(t)) = f(e(t) + x(t)) - f(x(t))$ 。根据 (3) 可知  $g(e(t))$  满足

$$0 \leq \frac{g_i(e_i(t))}{e_i(t)} \leq l_i, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

当 (4) 全局渐近稳定时, 称系统 (1) 和系统 (2) 全

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -e^T(t)(C^T P + PC)e(t) + 2g^T(e(t))A^T P e(t) + 2g^T(e(t - \tau(t)))B^T P e(t) + 2e^T(t)P(u + Dw) \leq \\ &-e^T(t)(C^T P + PC)e(t) + \sum_{i=1}^n g_i^2(e(t)) + e^T(t)PAA^T P e(t) + \sum_{i=1}^n g_i^2(e(t - \tau(t))) + e^T(t)PBB^T P e(t) + 2e^T(t)P(u + Dw) \leq \\ &-e^T(t)(C^T P + PC)e(t) + e^T(t)Le(t) + e^T(t)PAA^T P e(t) + e^T(t - \tau(t))Le(t - \tau(t)) + e^T(t)PBB^T P e(t) + 2e^T(t)P(u + Dw) = \\ &e^T(t)(-C^T P - PC + L + P(AA^T + BB^T)P)e(t) + e^T(t - \tau(t))Le(t - \tau(t)) + 2e^T P(u + wD) \leq \\ &e^T(t)(-C^T P - PC + L + \lambda P^2)e(t) + e^T(t - \tau(t))Le(t - \tau(t)) + 2e^T P(u + wD) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{1-\alpha} e^T(t)Le(t) - \frac{1-\dot{\tau}(t)}{1-\alpha} e^T(t-\tau(t))Le(t-\tau(t)) \quad (10)$$

$$\dot{V}_3 = -2\tilde{D}^T \dot{\tilde{D}} = -2\tilde{D}^T wpe \quad (11)$$

则有如下式 (12) 成立

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \leq e^T(t)(-C^T P - PC + \frac{2-\alpha}{1-\alpha} L + \lambda P^2)e(t) + \\ &2e^T P(u + Dw) + \frac{\dot{\tau}(t) - \alpha}{1-\alpha} e^T(t - \tau(t))Le(t - \tau(t)) - 2\tilde{D}^T wpe \leq \\ &e^T(t)(-C^T P - PC + \frac{2-\alpha}{1-\alpha} L - P^2)e(t) + 2e^T P(D - \hat{D})w - 2\tilde{D}^T wpe = \\ &-e^T(t)Qe(t) \leq -\lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 \end{aligned} \quad (12)$$

由 Lyapunov 稳定性理论, 式 (4) 与式 (7) 构成的闭环系统稳定, 因而当  $t \geq 0$  时  $e$  和  $\tilde{D}$  有界, 再由式 (4) 和式 (7) 可知  $\dot{e}$  有界, 对式 (12) 积分得

局渐近同步。

## 2 同步控制器设计

设  $P$  表示如下 Riccati 方程式 (6) 的正定解:

$$-C^T P - PC + \frac{2-\alpha}{1-\alpha} L - P^2 + Q = 0 \quad (6)$$

其中  $L = \text{diag}(l_1^2, l_2^2, \dots, l_n^2)$ ,  $P, L$  和  $Q$  为正定矩阵。

定理 1 在如下自适应控制律式 (7):

$$\begin{cases} u = \frac{-(\lambda+1)Pe - 2\hat{D}w}{2} \\ \dot{\hat{D}} = wPe \end{cases} \quad (7)$$

作用下, 误差系统 (4) 全局渐近稳定, 其中  $P$  为 Riccati 方程 (6) 的正定解,  $\lambda = \|AA^T + BB^T\|$ ,  $\|\bullet\|$  为矩阵的 Euclid 范数,  $\hat{D}$  为  $D$  的辅助自适应估计。证明: 选择 Lyapunov-Krasovskii 泛函  $V = V_1 + V_2 + V_3$ , 其中

$$\begin{cases} V_1 = e^T(t)Pe(t) \\ V_2 = \frac{1}{1-\alpha} \int_{t-\tau(t)}^t e^T(\theta)Le(\theta) d\theta \\ V_3 = \tilde{D}^T \tilde{D} \end{cases} \quad (8)$$

$\tilde{D} = D - \hat{D}$  为估计误差。将  $V_1, V_2, V_3$  分别对时间求导, 可以得到式 (9)、(10)、(11):

$$\int_0^t e^T(\tau)e(\tau)d\tau \leq \frac{1}{\lambda_{\min}(Q)} \int_0^t e^T(\tau)Qe(\tau)d\tau \leq \quad (13)$$

$$-\frac{1}{\lambda_{\min}(Q)} \int_0^t \dot{V}(\tau)d\tau = \frac{1}{\lambda_{\min}(Q)} [V(0) - V(t)] < \infty$$

又由于  $V$  是径向无界的, 由 Barbalat 引理,  $e$  是全局渐近稳定的, 定理 1 得证。

定理 1 的结论具有一定程度的鲁棒性。假设一个不确定信号  $\Delta$  存在于响应系统 (2) 中, 误差系统可以写为

$$\dot{e} = (A - P)e + B(f(\bar{\sigma}) - f(\sigma)) + Dw + \Delta \quad (14)$$

类似于定理 1 的证明, 可以得到

$$\dot{V} \leq -e^T(t)Qe(t) + 2e^T(t)P\Delta \quad (15)$$

设不确定信号  $\Delta$  满足  $\|\Delta\| \leq k \|e\|$ , 故可以得到如下不等式

$$\dot{V} \leq -(\lambda_{\min}(Q) - 2k\lambda_{\max}(P))\|e\|^2 \quad (16)$$

所以, 如果  $k \leq \lambda_{\min}(Q)/(2\lambda_{\max}(P))$ , 系统 (14) 渐近稳定, 定理 1 的结论具有一定程度的鲁棒性。

### 3 保密通信实现及实验仿真

如图 1 所示, 利用混沌遮掩技术进行保密通信的基本思想是: 信号  $i$  隐藏在混沌系统中, 所产生的混沌信号被发射, 即  $s$ ; 接收端在接收到载有信息信号的混沌信号之后, 从  $s$  中减去混沌同步接受器产生的信号  $y$ , 恢复出所需要的原始信号。由于  $x$  和  $y$  保持同步, 恢复信号  $i_1$  和原始信号  $i$  相同。

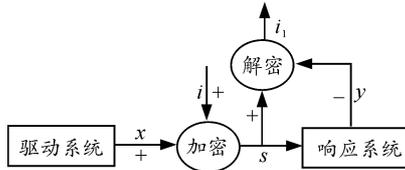


图 1 混沌保密通信的原理图

$$\text{当 } x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix},$$

$$f(x(t)) = \begin{pmatrix} 0.5(|x_1 + 1| - |x_1 - 1|) \\ 0.5(|x_2 + 1| - |x_2 - 1|) \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} \frac{\pi+4}{4} & 20 \\ 0.1 & \frac{\pi+4}{4} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{-1.3\sqrt{2}\pi}{4} & 0.1 \\ 0.1 & \frac{-1.3\sqrt{2}\pi}{4} \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

驱动系统的状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + \frac{\pi+4}{4} f_1(x_1(t)) - \frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} f_1(x_1(t-\tau(t))) + 20f_2(x_2(t)) + 0.1f_2(x_2(t-\tau(t))) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + 0.1f_1(x_1(t)) + 0.1f_1(x_1(t-\tau(t))) + \frac{\pi+4}{4} f_2(x_2(t)) - \frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} f_2(x_2(t-\tau(t))) \end{cases}$$

取  $\tau(t) = 1 + 0.2\sin(0.2t)$ , 系统呈现混沌状态, 系统相图如图 2 所示。

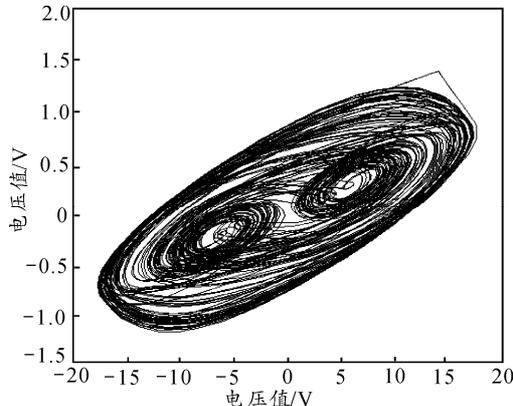


图 2 混沌系统相图

利用驱动系统对信息信号进行加密:  $s(t) = x_1(t) + i(t)$ , 用  $s(t)$  代替  $x_1(t)$ , 可以得到驱动系统的模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -s(t) + \frac{\pi+4}{4} f_1(s(t)) - \frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} f_1(x_1(t-\tau(t))) + 20f_2(x_2(t)) + 0.1f_2(x_2(t-\tau(t))) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t) + 0.1f_1(s(t)) + 0.1f_1(x_1(t-\tau(t))) + \frac{\pi+4}{4} f_2(x_2(t)) - \frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} f_2(x_2(t-\tau(t))) \end{cases}$$

从发射端发出的信号  $s(t)$  即为被加密的信号, 要在接收端构建与驱动系统同步的响应系统, 才能保证信号  $i(t)$  从  $s(t)$  中分离出来。因此, 要添加控制器  $u$  构造响应系统 (2)。

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = \bar{s}(t) + \frac{\pi+4}{4} f_1(\bar{s}(t)) - \frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} f_1(y_1(t-\tau(t))) + 20f_2(y_2(t)) + 0.1f_2(y_2(t-\tau(t))) + d_1w(t) + u_1(t) \\ \dot{y}_2(t) = y_2(t) + 0.1f_1(\bar{s}(t)) + 0.1f_1(y_1(t-\tau(t))) + \frac{\pi+4}{4} f_2(y_2(t)) - \frac{1.3\sqrt{2}\pi}{4} f_2(y_2(t-\tau(t))) + d_2w(t) + u_2(t) \end{cases}$$

其中  $\bar{s}(t) = y_1(t) + i_1(t)$ ,  $i_1(t)$  即为从  $\bar{s}(t)$  中恢复出来的信号, 由于发送端和接收端传送的是同一个信号, 故  $\bar{s}(t) = s(t)$ , 可得  $i_1(t) = s(t) - y_1(t)$ 。根据定理 1, 选择  $Q = I$  ( $I$  为单位向量),  $\alpha = 0.5$ , 则求出方程 (6) 的解  $P = \begin{pmatrix} -1 + \sqrt{5} & 0 \\ 0 & -1 + \sqrt{5} \end{pmatrix}$ 。取  $w = 0.05\sin 100t$ ,

$i(t) = \sin(t)$ , 仿真结果如图 3~7 所示。

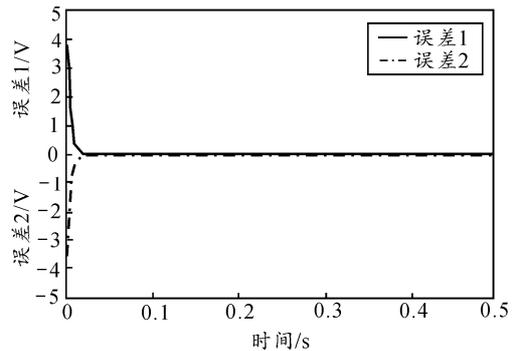


图 3 系统误差

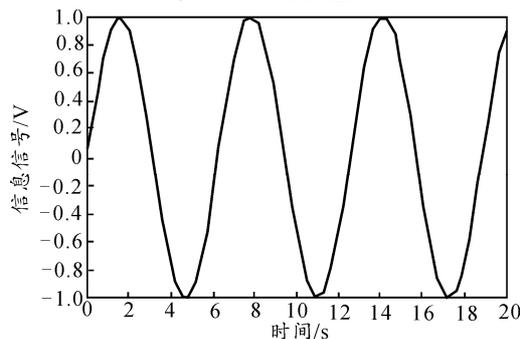


图 4 信息信号

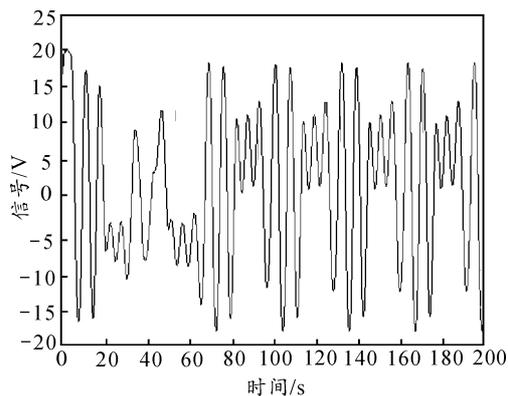


图 5 传输信号

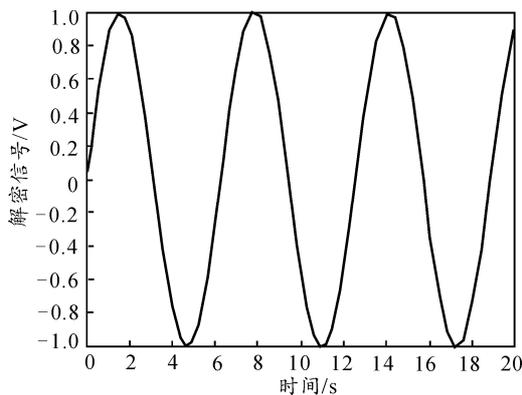


图 6 解密信号

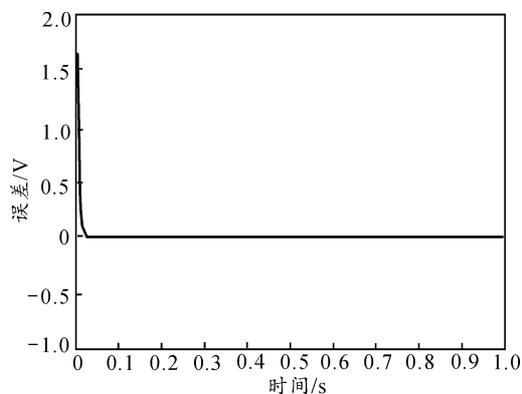


图 7 信息信号与解密信号的误差

图 3 给出了闭环系统误差  $e$  的收敛情况; 图 4 给出了传送的信息信号  $i(t)$ ; 图 5 表示要传送的信息信号加在混沌载体信号上后由发射端发出的信号  $s(t)$ ; 图 6 给出了由接收端恢复出的信号  $i_1(t)$ , 图 7 给出了信息信号与解密信号之间的误差  $i(t) - i_1(t)$ 。

由图 5 可以看出: 加密后的信号呈现出 irregular 的特征, 在不知道系统参数的情况下很难被破解。由图 7 可以看出: 解密出的信号迅速和原信号达到

一致, 因此具有良好的保密通信性能, 在保密通信中有很高的实用价值。

#### 4 结论

由仿真结果可见: 在设计控制律的作用下, 驱动系统和响应系统在极短的时间收敛达到同步, 而且没有出现超调或震荡, 这说明设计的自适应同步控制律有良好的控制效果。

#### 参考文献:

- [1] Pecora L, Carrol T. Synchronization in chaotic system[J]. Physics Review Letter, 1990, 64(8): 821-826.
- [2] Alexandre C, Correa L, Zhao L. Design of associative memories using cellular neural networks[J]. Neurocomputing, 2009, 72(10-12): 2180-2188.
- [3] Wang S, Chung K, Duan F. Applying the improved fuzzy cellular neural network IF CNN to white blood cell detection [J]. Neurocomputing, 2007, 7(7-9): 1348-1359.
- [4] Milanova M, Ubüker U. Object recognition in image sequences with cellular neural networks[J]. Neurocomputing, 2000, 31(1-4): 125-141.
- [5] 谢英慧, 孙增圻. 时滞 Chen 混沌系统的指数同步及在保密通信中的应用[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 133-137.
- [6] 涂建军, 何汉林. 混沌 Lurie 系统同步在保密通信中的应用[J]. 海军工程大学学报, 2009, 21(5): 32-35.
- [7] 熊萍, 涂建军, 何汉林. 基于反步法的 ADVP 混沌系统同步在混沌遮掩中的应用[J]. 海军工程大学学报, 2011, 23(4): 6-10.
- [8] 戴志诚, 汪秉文. 基于混沌同步的保密通信[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(5): 699-702.
- [9] Zheng C, Jing X, Wang Z, et al. Further results for robust stability of cellular neural networks with linear fractional uncertainty[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2010, 15(10): 3046-3057.
- [10] Ge S, Hong F, Lee T. Robust adaptive control of nonlinear systems with unknown time delays[J]. Automatica, 2005, 41(7): 1181-1190.
- [11] Yan L, He H, Xiong P. Algebraic Condition of Control for Multiple Time-Delayed Chaotic Cellular Neural Networks [C]. Fourth International Workshop on Advanced Computational Intelligence, 2011: 604-608.
- [12] Tu J, He H. Guaranteed Cost Synchronization of Chaotic Cellular Neural Networks with Time-Varying Delay[J]. Neural Computation, 2012, 24(1): 217-233.
- [13] Tu J, He H, Xiong P. Guaranteed cost synchronous control of time-varying delay cellular neural networks[J]. Neural Computing and Application, Published online: 29 June 2011.