doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.10.026

基于马尔科夫与蒙特卡罗仿真的导弹装备备件需求量预测

徐廷学[1]，杜峻名[2]，蓝天[2]
（1. 海军航空工程学院兵器科学与技术系，山东 烟台 264001；2. 海军航空工程学院研究生 4 队，山东 烟台 264001）

摘要：针对低需求量备件采用一般的时间序列预测法误差较大的难题，构建基于马尔可夫与蒙特卡罗仿真的预测模型。分析备件需求量的马尔可夫性，将马尔可夫链与蒙特卡罗仿真相结合，在建立仿真模型的基础上，以 MATLAB 为平台，给出利用计算机实现蒙特卡罗仿真的算法步骤，并应用实例进行分析。结果表明：在给定备件满足率的情况下，应用该模型可根据季度消耗量序列来预测该类备件未来 1 年的需求量，为低需求量备件的预测提供借鉴。

关键词：备件；需求预测；马尔可夫；蒙特卡罗仿真
中图分类号：TJ768.3 **文献标志码**：A

Demand Prediction for Spare Parts of Missile Materiel Based on Markov and Monte Carlo Simulation

Xu Tingxue[1], Du Junming[2], Lan Tian[2]
(1. Dept. of Ordnance Science & Technology, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China;
2. No. 4 Brigade of Postgraduate, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: Aiming at the large error problem while using the general time series prediction for lower demand spare parts, this paper builds a prediction model based on Markove and Monte Carlo simulation. Based on the simulation model, this paper using MATLAB platform analyses the Markov property, combines Markov chain with Monte Carlo simulation, gives the algorithms to achieve the Monte Carlo simulation and application for analysis. The results show that, given the rate of spare parts to meet the case, according to the application of the model to predict the sequence of quarterly consumption of such demand in the coming one year, spare parts for the low demand forecast for reference.

Keywords: spares; demand forecasting; Markov; Monte Carlo simulation

0 引言

在导弹装备的保障资源中，与其它保障资源相比，备件对导弹装备的影响显得更直接、更敏感。进行备件需求预测方法研究，使配备的备件品种和数量既能满足作战需要，又能减少备件费用，具有重要的军事和经济意义。在导弹装备实际使用过程中，有很大一部分导弹备件属于使用频率低、间隔期长且需求规律不确定的低需求量备件，该类备件一般具有可用性要求高、专用性强、单价高、功能关键等特点。通过对此类备件历史需求数据的观察发现，它们通常是存在大量零值的非负整数序列，这些非负整数都是随机出现的，且数值不大。这种间续性的低需求特征使得其预测非常困难，用一般的连续性预测方法进行预测，精度很低。又由于样本量极少，靠传统的现场统计数据来确定这类备件的寿命分布和分布参数几乎不可能，也不适用基于可靠性的预测方法。鉴于此，笔者将马尔可夫链与蒙特卡罗仿真相结合，构造一种低需求量备件的预测模型。

1 备件需求量的马尔可夫性分析

低需求备件是指其每一年(或季度)的需求量 $X \le M$（M 为一个较小的整数）。大多数低需求备件的消耗量 X 是一个随机变量，它在一定的范围内呈现出随机的波动性，因素分析法及趋势外推法均不能有效地预测其需求量。因此，可以假设这一类备件的需求量与消耗历史无关，只与当前状态有关，即需求量具有马尔可夫性[1]。

马尔可夫性也称无后效性，即若 $t_1, t_2, \cdots, t_{n-2}$ 表示过去时刻，t_{n-1} 表示现在时刻，低需求备件消耗过程 $\{X(t), t\in[0,+\infty]\}$ 在 $t_1, t_2, \cdots, t_{n-1}$ 的取值分别为 $x_1, x_2, \cdots, x_{n-1}$，则将来时刻 t_n 的状态 $X(t_n)$ 的统计特性取决于现在时刻 t_{n-1} 的状态，与过去时刻无关[2]。

$X=\{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$，令

$X_{\max}=\max\{x_i \mid i=1,2,\cdots,n\}=M$，并假定 $X>M$ 为小概率事件，可以忽略，则季度需求量有 $M+1$ 种状态：$\{0,1,2,\cdots,M\}$。用向量 C 来表示当前季度各种状态出

收稿日期：2011-06-09；修回日期：2011-07-12
作者简介：徐廷学(1962—)，男，河南人，博士，教授，从事装备综合保障理论与技术研究。

现的概率，记为 $C=(c_0,c_1,\cdots,c_M)$。若当前季度的消耗量 $X_n=i$，则 $c_i=1$，$c_j=0$，$i,j\in\{0,1,2,\cdots,M\}$ 且 $i\neq j$，于是可以通过求转移概率矩阵来推导未来几个季度各种需求量状态出现的概率。对未来 4 个季度备件需求量各种状态的概率求和可以得到未来一年备件需求量的概率分布。

2　模型的建立

一般情况下，一步转移概率的理论分布是未知的，但当样本足够大时，可近似地用状态相互转移的频率来描述。设 p_{ij} 为状态 i 转移到状态 j 的样本个数，则：

$$p_{ij}=P\{i\to j\}=\frac{A_{ij}}{A_i}\quad (i,j\in\{1,2,\cdots,M\}) \tag{1}$$

其中：A_i 为处于状态 i 的样本个数；A_{ij} 为样本中状态 i 一步转移到状态 j 的个数，从而可以由样本序列 X 获得一步转移概率矩阵 $\boldsymbol{p}_{(1)}$ 为：

$$\boldsymbol{p}_{(1)}=\begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & \cdots & p_{0M} \\ p_{10} & p_{11} & \cdots & p_{1M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{M0} & p_{M1} & \cdots & p_{MM} \end{bmatrix} \tag{2}$$

由随机过程理论可知以下结论[3]：

$$p_{ij}(n\Delta)=p_{ij}[(n-1)\Delta]\cdot p_{ij}(\Delta) \tag{3}$$

或

$$p_{ij}^n=p_{ij}^{(n-1)}\cdot p_{ij} \tag{4}$$

$$p_{ij}^n=(p_{ij})^n \tag{5}$$

系统的 n 步转移矩阵可以由 $n-1$ 步转移矩阵乘上一步转移矩阵求得，也可由一步转移矩阵的 n 次方求得。因此：

$$\boldsymbol{p}_{(n)}=\boldsymbol{p}_{(1)}^n \tag{6}$$

用 y_k 表示未来 k 个季度各种需求量状态概率的预测值，则可以建立预测模型如下：

$$y_k=C\cdot \boldsymbol{p}_{(1)}^k=\{a_{k0},a_{k1},\cdots,a_{kM}\} \tag{7}$$

假定当前季度序列号为 l，未来 4 个季度的总需求量 t 的预测值为：

$$t=\sum_{k=1}^{4} y_{(l+k)} \tag{8}$$

由式 (8)，应用蒙特卡罗仿真可以获得年需求量的概率分布：

$$p_y=\{p_y(i)\mid i=0,1,\cdots,4M\} \tag{9}$$

若用备件满足率来衡量备件的供应水平，则由式 (9) 可计算当备件满足率为 R 时的需求量[4] S，其中：

$$R=\sum_{i=0}^{s} p_y(i) \tag{10}$$

3　蒙特卡罗仿真步骤

在建立仿真模型的基础上，以 MATLAB 为平台，给出了利用计算机实现蒙特卡罗仿真的算法步骤[5-7]。具体步骤如下：

1) 输入低需求量备件消耗的历史数据组成的时间序列 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，确定消耗数量的最大值 M，即 $X_{\max}=M$。设定初始值，令仿真次数的初始值 $m=0$，年消耗个数为 i 的概率 $p(i)=0,\ i=(0,1,\cdots,4M)$，同时记录最近季度备件的消耗数 h，并设向量 $C=(0,0,\cdots,1,\cdots,0)$，其中“1”位于第 $h+1$ 列；

2) 输入一步转移概率矩阵 $\boldsymbol{p}_{(1)}$，分别计算出 2、3、4 步转移矩阵 $\boldsymbol{p}_{(2)}$、$\boldsymbol{p}_{(3)}$、$\boldsymbol{p}_{(4)}$，根据向量 C 的值，求出 a_{kn} 的值；

3) 确定初始值，令 $m=m+1$，利用 MATLAB 产生随机数命令 rand(4,1)产生 4 个在(0,1)上均匀分布的随机数 r_1,r_2,r_3,r_4；

4) 确定未来第 1 个季度的备件消耗（$k=1$）：

若 $0<r_1\le a_{10}$，则 $x_1=0$；

若 $a_{10}<r_1\le a_{10}+a_{11}$，则 $x_1=1$；

若 $a_{10}+a_{11}<r_1\le a_{10}+a_{11}+a_{12}$，则 $x_1=2$；

若 $a_{10}+a_{11}+a_{12}<r_1\le a_{10}+a_{11}+a_{12}<a_{13}$，则 $x_1=3$；

5) 同步骤 4 可预测未来第 2、3、4 季度的备件消 x_2,x_3,x_4；

6) $p(i)=p(i)+f(t=i)$，其中 $i=0,1,2,\cdots,4M$，t 为 4 个季度的总消耗量；$t=x_1+x_2+x_3+x_4$，$f(t=i)$ 为条件函数，若 $t=i$，则 $f(t=i)=1$，反之则等于 0；

7) 当 $m<N$ 时（N 为设定的仿真次数），仿真尚未结束时，转至步骤 2，否则仿真结束，进入下一步骤；

8) 仿真结束，输出计算结果：$p_y(i)=p(i)/N$。

4　应用分析

已知某型导弹雷达专业2DW234型二极管 2003

—2007 年度中的 20 个季度的消耗量为 $X=\{0,3,0,2,1,2,1,2,0,3,1,0,0,1,2,0,3,1,0,1\}$，由 X 可知 $M=\max\limits_{1\le k\le 20}\{X_k\}=3$，根据公式 (1) 对时间序列进行统计，用频率近似地表示一步转移概率，可得到 $P_{ij}(i,j=0,1,2,3)$。在序列 X 中，状态为 0 的样本个数 $A_0=7$，由状态 0 一步转移到状态 0 的样本个数 $A_{00}=1$，则 $p_{00}=P\{0\to 0\}\approx\dfrac{A_{00}}{A_0}=\dfrac{1}{7}=0.142\ 9$，从而得到一步概率转移矩阵 $\boldsymbol{p}_{(1)}$：

$$\boldsymbol{p}_{(1)}=\begin{bmatrix}0.142\ 9 & 0.285\ 7 & 0.142\ 9 & 0.428\ 6\\ 0.333\ 3 & 0.000\ 0 & 0.500\ 0 & 0.000\ 0\\ 0.500\ 0 & 0.500\ 0 & 0.000\ 0 & 0.000\ 0\\ 0.333\ 3 & 0.666\ 7 & 0.000\ 0 & 0.000\ 0\end{bmatrix}$$

依公式 (6) 可得到 $\boldsymbol{p}_{(2)}$、$\boldsymbol{p}_{(3)}$、$\boldsymbol{p}_{(4)}$ 如下：

$$\boldsymbol{p}_{(2)}=\begin{bmatrix}0.329\ 9 & 0.398\ 0 & 0.163\ 3 & 0.061\ 2\\ 0.297\ 6 & 0.345\ 2 & 0.047\ 6 & 0.142\ 9\\ 0.238\ 1 & 0.142\ 9 & 0.321\ 5 & 0.214\ 3\\ 0.269\ 8 & 0.095\ 2 & 0.381\ 0 & 0.142\ 9\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{p}_{(3)}=\begin{bmatrix}0.281\ 9 & 0.216\ 7 & 0.246\ 2 & 0.141\ 4\\ 0.229\ 0 & 0.204\ 1 & 0.215\ 1 & 0.127\ 6\\ 0.313\ 8 & 0.371\ 6 & 0.105\ 5 & 0.102\ 1\\ 0.308\ 4 & 0.362\ 8 & 0.086\ 2 & 0.115\ 7\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{p}_{(4)}=\begin{bmatrix}0.282\ 7 & 0.297\ 9 & 0.148\ 6 & 0.120\ 8\\ 0.250\ 8 & 0.258\ 1 & 0.134\ 8 & 0.098\ 2\\ 0.255\ 4 & 0.210\ 4 & 0.230\ 7 & 0.134\ 5\\ 0.246\ 6 & 0.208\ 3 & 0.225\ 5 & 0.132\ 2\end{bmatrix}$$

根据消耗序列，当前月该备件消耗量为 1，所以各种状态出现的概率为 $c=(0,1,0,0)$，由式 (7) 可分别计算未来 k 季度各种需求量状态概率的预测值 y_k。

根据上面给出的仿真步骤在计算机上仿真 10^5 次可得下一年该二级管需求量为 i 的概率 $p_y(i)$，见表 1。

由此结果再根据式 (10) 很容易得到该型二级管储备个数 S 与该备件的满足率 U 的关系如图 1。从图 1 可以看出，当该型二级管库存数量为 9 个时，二级管的满足率就达到了 98%以上，9 减去当前的库存量就是需要订货的数量。

表 1　概率对应表

i	$p_y(i)$	i	$p_y(i)$	i	$p_y(i)$
0	0.014 0	5	0.183 5	10	0.007 6
1	0.043 4	6	0.151 5	11	0.002 6
2	0.087 9	7	0.097 8	12	0.000 0
3	0.149 9	8	0.055 0		
4	0.183 0	9	0.023 8		

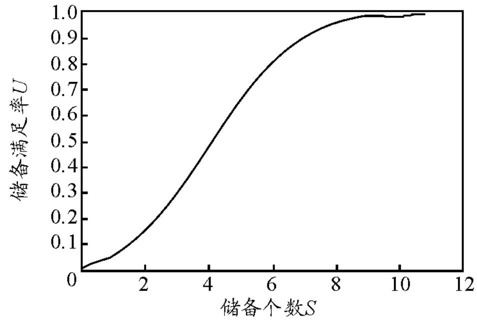

图 1　二级管储备个数 S 与满足率 U 的关系曲线图

5　结语

应用结果证明：在给定备件满足率的情况下，应用基于马尔可夫链与蒙特卡罗仿真的低需求量备件预测模型，可以根据季度消耗量序列来预测该类备件未来 1 年的需求量，对导弹装备的备件供应有一定的指导意义。

参考文献：

[1] 秦翔宇. 基于 Visual Baisc 6.0 开发平台的低消耗弹药供应仿真模型研究[J]. 微计算机信息, 2006, 22: 242-245.

[2] 周健伟. 马尔可夫过程与时间有关的函数[J]. 应用数学, 2000(2): 84-89.

[3] 贾锐, 宋志宏, 秦传锋. 基于案例的新型舰船备件需求量的预测模型[J]. 船海工程, 2006(2): 72.

[4] 马保国, 贺步杰, 高双峰. 低消耗器材的马尔可夫预测模型[J]. 系统工程理论与实践, 1999(5): 93-95.

[5] 裴鹿成. 蒙特卡罗方法及其应用[M]. 北京: 海洋出版社, 1998: 2-15.

[6] LuoBin, LiJun. Validity study by Monte Carlo method of an analytical theory for photon correlation diffusion in multilayered media[C]. Biophotonics and New Therapy Frontiers, San Diego: SPIE, 2006: 363-371.

[7] 蒋元涛, 卢宗华. 马尔可夫模型在煤矿贵重器材需求预测中的应用[J]. 山东科技大学学报: 自然科学版, 2001, 20(2): 15-17.