

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.10.018

# LINGO 在 Ad Hoc 网络区域覆盖中的应用

瞿勇, 金裕红, 宋业新  
(海军工程大学理学院, 武汉 430033)

**摘要:** 针对 Ad Hoc 网络区域覆盖问题, 对 LINGO 在 Ad Hoc 网络区域覆盖中的应用进行研究。通过分析转化, 分别对边界区域覆盖和湖泊周边区域建立非线性规划模型, 并利用 LINGO 软件求解。结果表明: 该方法编程方便, 求解速度快, 得到了较优的区域分划方案。

**关键词:** Ad Hoc 网络; 区域覆盖; LINGO 软件; 非线性规划  
**中图分类号:** TP393; TP312 **文献标志码:** A

## Application of LINGO in Region Coverage of Ad Hoc Networks

Qu Yong, Jin Yuhong, Song Yexin  
(College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** Aiming at the Ad Hoc networks' region coverage problem, Study on application of LINGO in region coverage of Ad Hoc networks. Nonlinear programming models are established respectively about coverage of boundary region and circumambient region of lake via analysis translation, and progress solve use LINGO software. Result shows that method convenience programming, fast of solving speed, and a better region partition project is obtained.

**Keywords:** Ad Hoc networks; region coverage; LINGO software; nonlinear programming

### 0 引言

Ad Hoc 网络<sup>[1-2]</sup>是当前网络和通信技术研究的热点之一, 对于诸如军队和在野外作业的大型公司和集团来说, Ad Hoc 网络有着无需基站、无需特定交换和路由节点、随机组建、灵活接入、移动方便等特点。LINGO 软件<sup>[3-4]</sup>可用来解决线性和非线性以及整数规划等优化问题, 特别是在求解非线性规划问题时具有易于输入、修改、求解和程序执行速度快的特点, 为求解非线性规划问题带来了极大的方便。因此, 笔者先把问题转化为非线性规划模型, 再用 LINGO 软件求解 Ad Hoc 网络区域覆盖问题。

### 1 概述

设正方形区域(1 000×1 000 面积单位)中有一中心在(550, 550)、长轴与正方形水平的一条边成 30°、长轴为 410、短轴为 210 的椭圆形湖泊。构建一个 Ad Hoc 网络, 将此正方形区域的地面部分用若干个圆完全覆盖, 要求相邻 2 个圆的公共面积不小于大圆面积的 5%, 覆盖圆的半径可以在 75~100 间随意选择, 研究使全部圆半径之和为最小的区域分划方案。

对于两圆相交的情形有以下结论:

**命题 1<sup>[1]</sup>:** 设两圆半径分别为  $r_1, r_2$ , 则两相交圆的公共面积为(如图 1):

$$S = \frac{1}{2}r_1^2(\alpha_1 - \sin \alpha_1) + \frac{1}{2}r_2^2(\alpha_2 - \sin \alpha_2)$$

其中  $\alpha_1, \alpha_2$  如图 1, 可由下式确定

$$r_1 \sin \frac{\alpha_1}{2} = r_2 \sin \frac{\alpha_2}{2}, |O_1O_2|^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2 \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}。$$

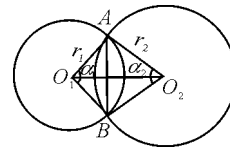


图 1 两相交圆的公共面积

**命题 2<sup>[5]</sup>:** 大圆与小圆相交时, 若其相交弦长度大于大圆的半径, 那么相交的公共面积必定大于大圆面积的 5%。

### 2 模型建立与问题求解

文献[6]中指出, 通过分析, 对不涉及边界部分的覆盖问题, 采用半径较大的圆比半径较小的圆好。这样, 在矩形区域内除去湖的部分, 应使用尽量多的半径为 100 的圆在重叠面积尽量少的条件下进行覆盖, 于是得到如下的初步结果<sup>[5]</sup>(如图 2): 45 个圆, 半径均为 100。

先考虑边界区域, 由图 2 可知, 边界区域圆 6、13、26、39、45 还可以进一步优化, 因其对称性, 可先考虑圆 26。用圆 ②6 表示用来替换圆 26 的圆, 圆 ②6 必须覆盖 A、B、C、D 4 点, 且和圆 19、25、

收稿日期: 2011-06-07; 修回日期: 2011-07-11

基金项目: 国家自然科学基金项目(60774029)

作者简介: 瞿勇(1968—), 男, 湖北人, 硕士, 讲师, 从事对策理论、系统优化与决策及进化算法研究。

32 相交的公共面积必须不小于大圆面积的 5%, 设圆 19 的圆心为  $O_1(x_1, y_1)$ , 半径为  $r_1$ , 圆 26 的圆心为  $O_2(x_2, y_2)$ , 半径为  $r_2$ , 由对称性, 构造新圆 26 的圆心  $O_2$  在 AB 的中垂线上, 所以其横坐标为 500。因为圆 26 覆盖 A 与 B 点, 所以它与圆 25 的相交弦长度必定大于大圆半径, 根据命题 2 可知, 二者的公共面积必定大于大圆面积的 5%, 所以只需考虑圆 26 与圆 19、32 相交的情况。由于左右对称, 故考虑圆 26 与圆 19 的公共部分面积。由命题 1, 可建立如下数学模型:

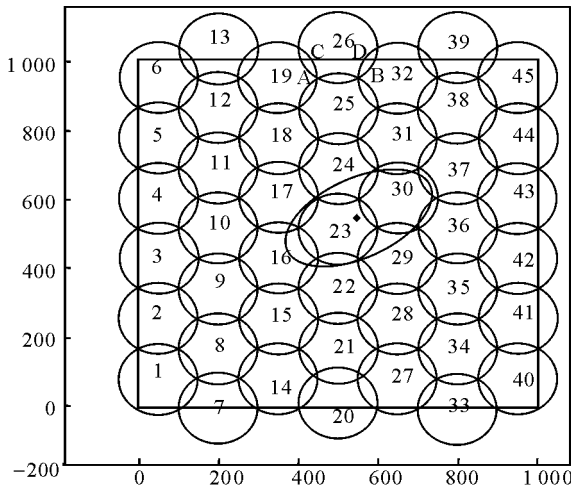


图 2 区域覆盖的初步方案

$$\begin{aligned} \min z &= r_2 \\ \text{s.t. } S &= \frac{1}{2}r_1^2(\alpha_1 - \sin \alpha_1) + \frac{1}{2}r_2^2(\alpha_2 - \sin \alpha_2), \\ r_1 \sin \frac{\alpha_1}{2} &= r_2 \sin \frac{\alpha_2}{2}, \\ |O_1O_2|^2 &= r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2 \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, \\ S &\geq \pi r_1^2 \times 5\%, r_2 \geq d_1 = |O_2A|, r_2 \geq d_2 = |O_2C|, \\ 75 \leq r_2 &\leq 100, 0 \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq \frac{\pi}{2}, \end{aligned}$$

已知  $r_1=100, x_1=350, x_2=500, y_1=550\sqrt{3}, A(450, 550\sqrt{3}), C(350 + \sqrt{100^2 - (1000 - 550\sqrt{3})^2}, 1000)$ , 设  $y_2 = 550\sqrt{3} + y$ , 这是一个非线性规划模型, 用 Matlab 求解需要将所有式子表示成决策变量的表达式, 这不容易做到, 但用 LINGO 软件编写就非常方便, 编写的 LINGO 程序如下:

```
min=r2;
r1=100;x1=350;x2=500;y3=1000;
y1=550*@sqrt(3); y2=550*@sqrt(3)+y;
x3=@sqrt(10000-(1000-550*@sqrt(3))^2)+350;
S=1/2*r1^2*(t1-@sin(t1))+1/2*r2^2*(t2-@sin(t2));
```

$r1*\sin(t1/2)=r2*\sin(t2/2);$   
 $150^2+y^2=r1^2+r2^2+2*r1*r2*\cos((t1+t2)/2);$   
 $S>=0.05*3.14159*r1^2;$   
 $r2>=@sqrt(50^2+x^2);$   
 $r2>=@sqrt((x2-x3)^2+(y2-y3)^2);$   
 $@bnd(75,r2,100); @bnd(0,t1,1.57);@bnd(0,t2,1.57);$   
 经计算可得全局最优解即最小半径为 75.72, 并确定出圆心  $O_2(500,956.44)$ 。同理, 可以确定圆 13、39 的替换圆圆心分别为  $(500,956.44), (800,956.44)$ , 半径均取为 75.72。

下面对圆 6、45 也进行优化, 考虑要覆盖边界还要求与相交圆的公共面积必须不小于大圆面积的 5%, 类似圆 26 的优化, 建立模型后用 LINGO 求解可得圆 6、45 的替换圆圆心分别为  $(70.47,933.01), (929.53,933.01)$ , 半径均为 97.23。

再考虑湖中情形, 由图 2 可知, 圆 23 的大部分包含在椭圆形湖泊内, 下面可验证圆 23 未含在椭圆形湖泊内的部分几乎包含在圆 17、22、24、29 内。

由旋转与平移的坐标变换公式<sup>[7]</sup>和椭圆的性质可知椭圆形湖泊的曲线 K 的方程为:

$$\frac{[\sqrt{3}(x-550)+(y-550)]^2}{410^2} + \frac{[\sqrt{3}(y-550)-(x-550)]^2}{210^2} = 1$$

用 LINGO 可计算出圆 23 圆心到椭圆曲线的最短距离为 97.75, 说明圆 23 有少部分在椭圆外, 下面以到圆 23 圆心距离小于 100 作为约束, 建立如下数学模型:

$$\begin{aligned} \max z &= \min \{d_1(x, y), d_2(x, y), d_3(x, y), d_4(x, y)\} \\ \text{s.t. } (x, y) &\in K, \\ d(x, y) &< 100 \end{aligned}$$

其中  $d(x,y), d_1(x,y), d_2(x,y), d_3(x,y), d_4(x,y)$  分别表示椭圆曲线 K 上点  $(x, y)$  到圆 23、17、22、24、29 的圆心的距离。

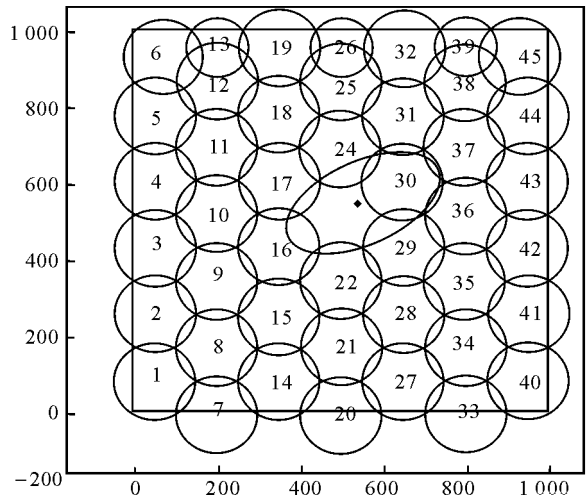


图 3 最佳的区域覆盖方案

用 LINGO 软件编程可计算出最优值为 100.34,

即圆 23 在椭圆外部分到圆 17、22、24、29 的圆心的最小距离中最大为 100.34，所以圆 23 可去除掉。

综上所述，可得出最佳的区域覆盖方案如图 3。此时的圆半径总和为  $\min \sum R_i = 4\ 321.6$ ，优于文献[5]和[8]中结果。

### 3 结束语

实际结果表明：用 LINGO 软件求解 Ad Hoc 网络区域覆盖问题可以得到比文献[5]和[8]中更优的结果，且具有编程方便、求解速度快的特点。

### 参考文献：

[1] 赵建军, 丛海鹏, 刘培培, 等. Ad Hoc 网络区域最小覆盖方法研究[J]. 微计算机信息(管控一体化), 2007, 23(27): 173-174.

[2] 李薇, 张建军, 胡伟文, 等. Ad Hoc 网络中基于节点的最小覆盖研究[J]. 微计算机信息(管控一体化), 2007, 23(12): 109-111.

[3] 谢金星, 薛毅. 优化建模与 LINDO/LINGO 软件[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.

[4] 郑江华, 马艳艳, 李杰. Lingo 软件在反坦克导弹优化设计中的运用[J]. 兵工自动化, 2008, 27(11): 85-86.

[5] 刘冰, 刘全, 禹华钢. Ad Hoc 网络中的区域划分和资源分配问题[J]. 数学的实践与认识, 2007, 37(14): 16-24.

[6] 岳振军. Ad Hoc 网络区域划分和资源分配问题评注[J]. 数学的实践与认识, 2007, 37(14): 45-49.

[7] 陈志杰. 高等代数与解析几何(下)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 131.

[8] 刘炜, 李良威, 周福林. Ad Hoc 网络区域划分和资源分配问题研究[J]. 数学的实践与认识, 2007, 37(14): 35-44.

\*\*\*\*\*

(上接第 54 页)

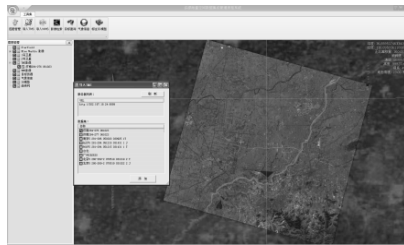


图 14 多源遥感影像集成



图 15 遥感影像与地理矢量数据集成

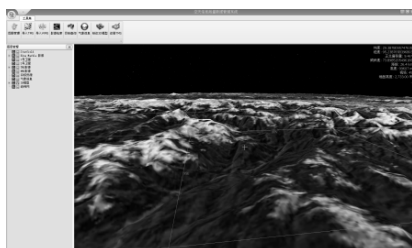


图 16 遥感影像与 DEM 数据集成

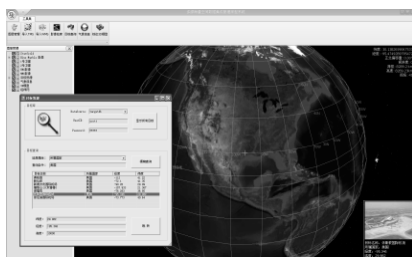


图 17 空间目标查询

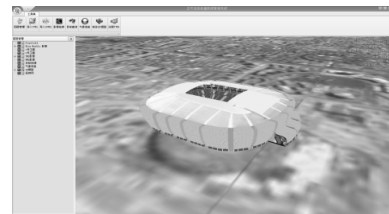


图 18 3D 模型渲染

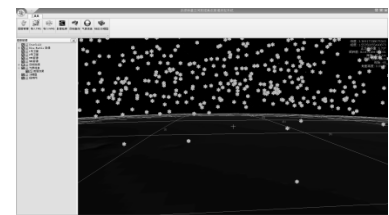


图 19 动态气象信息渲染

### 4 结束语

笔者对瓦片金字塔数据的组织调度、网络空间数据的访问协议、遥感影像数据的并行预处理、网络空间数据的发布等关键技术进行了深入研究和实验，验证了网络空间数据集成访问的可行性。下一步的研究内容包括：地理矢量数据的并行预处理、三维场景数据的建模与渲染、三维空间分析操作等。

### 参考文献：

[1] 刘冰, 卢秀山, 田茂义. 基于 SOA 的空间数据管理研究[J]. 测绘科学, 2007, 32(1): 124-125.

[2] 万元崑, 程承旗, 宋树华. 大数据量遥感影像快速显示剖分组织方法研究[J]. 地理与地理信息科学, 2009, 25(3): 33-36.

[3] 程果, 陈莹, 景宁, 等. 一种遥感影像的层次化组织分布式存储管理方法[J]. 计算机科学增刊, 2008, 35(10A): 215-219.

[4] 杨靖宇, 张永生, 刘昭华. 一种适合多用户并发访问的影像存储模型[J]. 计算机工程, 2010, 36(10): 14-18.

[5] <http://code.google.com/p/matsu-project/>