doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.09.010

基于 Vague 集的 TOPSIS 方法在导弹保障方案决策中的应用

余仁波[1]，徐廷学[2]，顾钧元[1]，赵建忠[1]
（1. 海军航空工程学院研究生管理大队，山东 烟台 264001；
2. 海军航空工程学院兵器科学与技术系，山东 烟台 264001）

摘要：针对导弹保障方案决策特点，研究基于 Vague 集的逼近理想解排序方法。采用模糊语言变量对保障方案的各个指标进行赋值，并给出模糊语言变量的 Vague 值含义和 Vague 集之间的欧氏距离定义；运用记分函数来确定正理想解和负理想解，建立基于 Vague 集的 TOPSIS 模型，并通过实例进行验证。结果表明：Vague 集能部分模拟人类的决策过程，有效处理不完全和不精确的信息；基于 Vague 集的 TOPSIS 方法应用较合理，计算较简便。

关键词：Vague 集；逼近理想解排序法；保障方案；导弹
中图分类号：TJ760.7　　**文献标志码**：A

Application of TOPSIS Method Based on Vague Collection in Decision of Missile Support Project

Yu Renbo[1], Xu Tingxue[2], Gu Junyuan[1], Zhao Jianzhong[1]
(1. Administrant Brigade of Postgraduate, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China;
2. Dept. of Ordnance Science & Technology, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: Aiming at the characteristic of the decision making for support concept of missile, the technique for order preference by similarity to ideal solution (TOPSIS) method based on Vague collection was researched. The assignment of the indexes using fuzzy language variable, and get to the Euclidean distance define between Vague value and Vague collection of fuzzy language variable. it adopted the score function to get the positive ideal solution and negative ideal solution. The TOPSIS model based on Vague collection was established. Finally, the model was demonstrated through an illustration. It was proved that Vague collection could partially analog the decision-making process of human and could well process the incomplete and inaccuracy information. The TOPSIS method based on Vague collection was rational and simple.

Keywords: Vague collection; TOPSIS; support project; missile

0　引言

在导弹方案论证阶段会有多个备选设计方案，而每个备选设计方案又对应着多个保障方案，如何对这些备选的保障方案进行评价，从而得出最优决策，是十分困难的。由于保障方案的不确定因素较多，信息不对称、数据来源不确定及信息不完备等原因导致了无法得到精确表达的数据。而 Vague 集理论是处理模糊、不精确信息的强大工具，TOPSIS 方法的主要思想是选择最优的方案，使它离正理想解最近而离负理想解最远。因此，笔者尝试将 TOPSIS 方法推广到基于 Vague 集的导弹保障方案决策中。

1　TOPSIS 法和 Vague 集基本理论

1.1　TOPSIS方法基本思想

TOPSIS 法基本思想为：所选择的方案应该与正理想解距离最短，与负理想解距离最长。利用备选方案与正理想解和负理想解的距离，定义了一种与正理想解的相对贴近度，据此可产生所有方案的一个无可争辩的排序[1-2]。

可以将关于 m 个方案 n 个属性的多属性决策问题视作为 n 维空间中 m 个点构成的几何系统，那么确定的理想方案就由所有可能的最优属性值构成，负理想解则由所有可能的最差属性值构成[3]。决策方法可以是选择与理想解在几何空间上具有最小 Euclid 距离的方案，而这个方案是否同时具有到负理想解最远的距离还有争议，有时选择的与理想解 Euclid 距离最小的方案到负理想解也比其他方案距离小。例如图 1 中，方案 A_1 到理想解和负理想解的距离都比 A_2 小，这就很难判断是否选择 A_1。为此 TOPSIS 法通过与理想解的相对贴近程度，同时考虑到正理想解和负理想解的距离来判断优劣，可以

收稿日期：2011-05-03；修回日期：2011-06-30
作者简介：余仁波(1980—)，男，湖北人，博士研究生，工程师，从事武器装备综合保障研究。

产生清楚的解的偏好顺序。

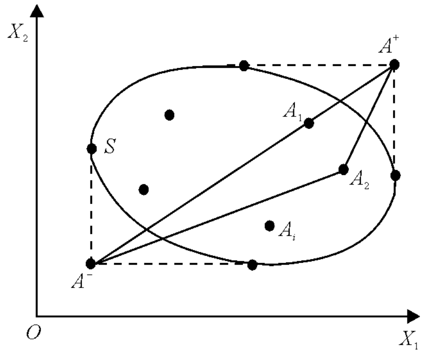

图 1　二维空间中理想点 Euclid 距离

1.2　Vague 集基本理论

令 U 是一个点(对象)的空间，其中任意一个元素用 u 表示，U 中的一个 Vague 集 A 用一个真隶属函数 t_A 和一个假隶属函数 f_A 表示，$t_A(u)$ 是从支持 u 的证据所导出的 u 的隶属度下界，$f_A(u)$ 则是从反对 u 所导出的 u 的否定隶属度下界，元素 u 在 Vague 集 A 中的隶属度被区间 [0,1] 的一个子区间 $[t_A(u),1-f_A(u)]$ 所界定，称该区间为元素 u 在 A 中的 Vague 值，记为 $\mu_A(u)$。$\pi_A=1-t_A(u)-f_A(u)$ 为 u 相对于 Vague 集 A 的 Vague 度[3]，它表示 u 相对于 Vague 集 A 的不可知隶属度，即是从既不支持又不反对 u 的证据所导出的，既不肯定又不否定的隶属度上界。从投票模型[4]来解释 Vague 集的角度看，$\pi_A(u)$ 表示弃权的比例；从对事物可知程度看，$\pi_A(u)$ 表示对事物的不可知程度。

Vague 集基本运算为：

如果 A 和 B 是论域 U 上的 2 个 Vague 集，则

$$A=\sum_{i=1}^{n}[t_A(u_i),1-f_A(u_i)]/u_i\ ,$$

$$B=\sum_{i=1}^{n}[t_B(u_i),1-f_B(u_i)]/u_i\ ,\quad u_i\in U\ 。$$

1) $A\cup B=\{\max[t_A(u_i),t_B(u_i)],1-\min[f_A(u_i),f_B(u_i)]\}$；

2) $A\cap B=\{\min[t_A(u_i),t_B(u_i)],1-\max[f_A(u_i),f_B(u_i)]\}$；

3) $A\oplus B=\{[t_A(u_i)+t_B(u_i)-t_A(u_i)\times t_B(u_i)],[1-f_A(u_i)\times f_B(u_i)]\}$；

4) $A\otimes B=\{[t_A(u_i)\times t_B(u_i)],[(1-f_A(u_i))\times(1-f_B(u_i))]\}$。

1.3　模糊语言变量的 Vague 表示

研制阶段保障方案的评价指标均为定性指标，因此笔者将方案论证阶段的指标数据统一取值为语言变量。这种表示方法比较直观，更接近于导弹保障方案研制情况。使用七级模糊语言变量来描述保障方案评价指标及其权重大小，再利用 Vague 值对模糊语言变量进一步定义，如表 1。

表 1　模糊语言变量的 Vague 值表示

语言变量等级	符号表示	Vague值
很高、很大、很多、很好	VH（Very High）	[0.9,1.0]
高、大、多、好	H（High）	[0.6,0.9]
有点高、有点大、有点多、有点好	MH（Medium High）	[0.5,0.6]
一般	M（Medium High）	[0.4,0.5]
有点低、有点小、有点少、有点差	ML（Medium Low）	[0.3,0.4]
低、小、少、差	L（Low）	[0.1,0.3]
很低、很小、很少、很差	VL（Very Low）	[0.0,0.1]

2　模型描述

2.1　Vague 距离测度

距离这个概念是由泛函分析中引入的，所谓两点 x，y 间的欧氏距离 $d(x,y)$ 为一个非负数，且满足公理：

1) $d(x,y)=0\Leftrightarrow x=y$；

2) $d(x,y)=d(y,x)$；

3) $d(x,y)\le d(x,z)+d(z,y)$。

设 x, y 是论域 U 中 2 个 Vague 值，$x=[t_x,1-f_x]$，$y=[t_y,1-f_y]$，则其欧氏距离定义为：$d(x,y)=[(t_x-t_y)^2+(f_x-f_y)^2+(\pi_x-\pi_y)^2]^{\frac{1}{2}}$，式中：$\pi_x=1-t_x-f_x$。要验证 $d(x,y)$ 满足距离的 3 条公理。

定义 Vague 集 A 和 B 的距离为：

$$d(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\sqrt{[t_A(x_i)-t_B(x_i)]^2+[f_A(x_i)-f_B(x_i)]^2+[\pi_A(x_i)-\pi_B(x_i)]^2} \tag{1}$$

可以证明其满足距离测度的 3 条公理。

2.2　基于 Vague 集的 TOPSIS 模型

令 A 是方案集，C 属性集，即备选方案的集合 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$，属性(指标)集 $C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$。每个方案 A_i 在属性集 C 下的特征用 Vague 集表示为：

$$A_i=\{(C_1,[t_{i1},1-f_{i1}]),(C_2,[t_{i2},1-f_{i2}]),\cdots,(C_n,[t_{in},1-f_{in}])\}$$

其中：t_{ij} 表示备选方案 A_i 满足属性 C_j 的程度；f_{ij} 表示备选方案 A_i 不满足属性 C_j 的程度，且 $t_{ij}\in[0,1],\ f_{ij}\in[0,1],\ t_{ij}+f_{ij}\le 1,\ 1\le i\le m,\ 1\le j\le n$。

则其决策矩阵 $\boldsymbol{D}=(d_{ij})_{mn}$ 为：

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}[t_{11},1-f_{11}] & [t_{12},1-f_{12}] & \cdots & [t_{1n},1-f_{1n}]\\ [t_{21},1-f_{21}] & [t_{22},1-f_{21}] & \cdots & [t_{2n},1-f_{2n}]\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ [t_{m1},1-f_{m1}] & [t_{m1},1-f_{m1}] & \cdots & [t_{mn},1-f_{mn}]\end{bmatrix}$$

属性的权重向量 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_j)$，其中 $w_j=[t_j,1-f_j]$ 为用 Vague 值表示的模糊语言变量，构造加权的决策矩阵 $\boldsymbol{M}=(m_{ij})_{mn}$，根据前文所定义的 Vague 集算法，$m_{ij}=d_{ij}\otimes w_j$。故加权的规范化决策矩阵为：

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}[t_{11},1-f_{11}]\otimes w_1 & [t_{12},1-f_{12}]\otimes w_2 & \cdots & [t_{1n},1-f_{1n}]\otimes w_n\\ [t_{21},1-f_{21}]\otimes w_1 & [t_{22},1-f_{21}]\otimes w_2 & \cdots & [t_{2n},1-f_{2n}]\otimes w_n\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ [t_{m1},1-f_{m1}]\otimes w_1 & [t_{m1},1-f_{m1}]\otimes w_2 & \cdots & [t_{mn},1-f_{mn}]\otimes w_n\end{bmatrix}$$

利用评分函数 $S(x)$ 来估计方案对于决策者需求的满意程度[5]。其定义为：设 x 是论域 U 中的一个 Vague 值，$x=[t_x,1-f_x]$，则 $S(x)=t_x-f_x$。显然，$S(x)\in[-1,1]$，$S(x)$ 值越大，则该属性值越优，根据记分函数公式可以构造一个满意度矩阵 $SM=(s_{ij})_{m\times n}$，其中 $s_{ij}=S([t_{ij}^M,1-f_{ij}^M])$ 从而确定每个属性的最优值和最劣值，构成 Vague 的正理想解 A^+ 和负理想解 A^- 如下：

$$A^+=(r_1^+,r_2^+,\cdots,r_n^+)\text{；}\quad A^-=(r_1^-,r_2^-,\cdots,r_n^-)$$

式中，$r_j^+=\arg_i\max(s_{ij})$，$r_j^-=\arg_i\min(s_{ij})$，且 $s_{ij}=S([t_{ij}^m,1-f_{ij}^m])$，$1\le i\le m$，$1\le j\le n$。

根据 Vague 集距离测度的定义，每个方案与 Vague 正理想解 A^+ 和 Vague 负理想解 A^- 的距离分别计算如下：

$$S_i^+=d(A_i,A^+)=\sum_{j=1}^{n}d(m_{ij},r_j^+),\quad i=1,2,\cdots,m \tag{2}$$

$$S_i^-=d(A_i,A^-)=\sum_{j=1}^{n}d(m_{ij},r_j^-),\quad i=1,2,\cdots,m \tag{3}$$

所以，每一个方案与正理想解的相对贴近度 C_i^+ 为：

$$C_i^+=\frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}\quad i=1,2,\cdots,m \tag{4}$$

显然，$0\le C_i^+\le 1$，且 C_i^+ 的值越大，方案就越好。所以可以按照 C_i^+ 的大小对方案集进行排序，并选择最优的方案。

3　实例应用

方案论证阶段的导弹保障方案评价准则为：保障资源要求、可靠性要求、维修性要求、技术准备复杂度、保障系统适用度，各个指标的权重及其得分值均为模糊语言变量形式，其决策表如表 2。

表 2　导弹保障方案决策表

得分值	保障资源要求	可靠性要求	维修性要求	技术准备复杂度	保障系统适用度
权重	VH	H	M	MH	MH
A_1	VH	H	ML	MH	M
A_2	H	H	H	MH	MH
A_3	H	MH	M	M	MH

应用笔者建立的模型计算得到 S_i^+、S_i^-、备选方案与正理想解的相对贴近度 C_i^+ 如表 3。

表 3　各备选方案排序值表

方案	S_i^+	S_i^-	C_i^+	排序
A_1	0.425 4	0.760 4	0.641 3	2
A_2	0.334 4	0.851 4	0.718 0	1
A_3	1.043 2	0.143 5	0.121 0	3

4　结论

Vague 集能模拟人类的决策过程和需要专家经验、知识的活动，可以有效地处理不完全、不精确的信息，基于 Vague 集的 TOPSIS 方法比较合理、计算简便，可以为方案论证阶段导弹保障方案的研制提供科学、合理的决策依据。

参考文献：

[1] 余仁波, 徐廷学, 张瑾, 等. TOPSIS 法在保障性评价中的应用[J]. 火力与指挥控制, 2010, 35(8): 73-75.
[2] 汤心刚, 孙磊. 自行火炮保障性参数分析与指标确定方法[J]. 四川兵工学报, 2010, 31(7): 33.
[3] 闫德勤, 迟忠先, 李艳红. 关于 Vague 集的相似度量[J]. 模式识别与人工智能, 2004, 17(1): 22-26.
[4] 要瑞璞, 沈惠璋. Vague 集的多指标问题的优劣点法[J]. 数学的实践与认知, 2009, 14(1): 141-142.
[5] Chen S M, Tan J M. Handling multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67(9): 163-172.