doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.08.019

# 多属性决策方法在地磁图适配性分析中的应用

王鹏<sup>1</sup>, 吴美平<sup>1</sup>, 阮晴<sup>1</sup>, 袁海平<sup>2</sup> (1. 国防科学技术大学机电工程与自动化学院 长沙 410073; 2. 中国人民解放军 93502 部队司令部, 呼和浩特 010051)

摘要:针对单一特征参数评价地磁图适配性不全面的问题,采用基于最大离差和最大熵的多属性决策方法对地 磁图适配性进行综合评价。综合考虑地磁标准差、地磁粗糙度、地磁相关系数、地磁信息熵 4 个地磁图特征参数, 通过确定各参数的权重,求解出地磁图的综合评价值,并利用相关匹配算法进行仿真实验。结果表明: 地磁图的综 合评价值与匹配概率有良好的一致性,综合评价值越大,匹配概率越高,可将综合评价值作为地磁图适配性分析的 定量依据。

关键词:适配性; 地磁辅助导航; 最大离差; 最大熵; 多属性决策 中图分类号: TJ02 文献标志码: A

# Application of Multi-Attribute Decision Method in Analysis of Geomagnetic Map Suitability

Wang Peng<sup>1</sup>, Wu Meiping<sup>1</sup>, Ruan Qing<sup>1</sup>, Yuan Haiping<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Electrical Engineering & Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 2. Command, No. 93502 Unit of PLA, Hohhot 010051, China)

Abstract: In view of the problems of one-sided appraisal when using single character parameter to evaluate geomagnetic map suitability, multi-attribute decision making method based on maximum deviation and maximum entropy is applied to the overall evaluation of suitability. Geomagnetic map character parameters such as standard deviation, roughness, correlation coefficient and entropy are considered to achieve the synthetical evaluating indicator by setting the weight coefficient. By simulation using correlation matching algorithm, the results indicate the favourable consistency between synthetical evaluating indicator and matching probability. The bigger synthetical evaluating indicator is, the higher matching probability is. It is reasonable to treat synthetical evaluating indicator as quantitative basis of suitability.

Keywords: suitability; geomagnetic assistant navigation; maximum deviation; maximum entropy; multi-attribute decision

# 0 引言

地磁辅助导航技术具有全天候、全地域、无源、 无辐射、抗干扰性好、误差不随时间积累等优点, 在地面车辆系统、水下兵器、巡航飞行器的导航定 位中有着广阔的应用前景,是近年来导航界的研究 热点。地磁辅助导航系统的核心技术是地磁匹配, 其基本思想是利用地磁匹配算法将实际测量的地磁 图与预先存储的地磁基准图进行匹配,从而获取最 佳匹配位置。经研究发现,在地磁匹配定位中,匹 配精度不仅与所采用的地磁匹配算法有关,还与地 磁图中候选匹配区域的适配性有着重要的关系<sup>[1]</sup>。

所谓地磁图适配性是指地磁图对匹配的适应 性,即地磁场的特征在相关匹配中表征地理位置的 能力。地磁图适配性分析是地磁辅助导航系统的关 键技术之一<sup>[1]</sup>。通过对地磁图适配性的分析,选择 出地磁特征明显、适应性强、适配性高的区域作为 匹配区,可以有效提高地磁匹配定位的实时性和精 确性。

当前,关于地磁图适配性研究的基本思路是利 用特征参数来评价候选匹配区的适配特性。然而, 经研究发现,将单一特征参数作为评价地磁图适配 性的指标存在评价结果不全面的缺陷<sup>[2]</sup>,因此应综 合考虑多个特征参数,对地磁图适配性进行综合评 价。国外对景象适配性的研究比较多,而涉及到地 磁图适配性的公开文献较少。在国内,文献[3]针对 地形辅助导航领域,提出一种基于模糊决策理论的 地形匹配区多指标综合选择准则;文献[2]针对地磁 辅助导航领域,利用层次分析法进行地磁图适配性 的综合评价,但该方法使用起来却较为复杂。因此, 笔者在借鉴文献[4]的基础上,提出将基于最大离差 和最大熵的多属性决策方法应用于地磁图适配性能 的综合评价,该方法灵活运用了离差最大化原则和

收稿日期: 2011-04-09; 修回日期: 2011-05-09

作者简介: 王鹏(1984一), 男, 辽宁人, 博士研究生, 助理工程师, 从事导航技术研究。

Jaynes 最大熵原理求解出了权系数,具有求解过程 简单、可信度高等优点。

# 1 地磁图特征参数

通常情况下,地磁场数据是以网格的形式存储 在计算机中的,它以离散点的形式表示地磁场空间 的变化规律,每一组离散点都包含了地磁场的位置 信息和强度信息。设网格大小为*M*×*N*的地磁图(*M* 为纬度跨度,*N*为经度跨度),*f*(*i*,*j*)为网格点(*i*,*j*) 处的地磁场强度值,其中,(*i*,*j*)对应一组纬度和经 度坐标(*φ*,λ)。目前,还没有统一的标准描述数字地 磁图的特征。因此,笔者运用数理统计及信息论的 相关知识,研究地磁标准差、地磁粗糙度、地磁相 关系数和地磁信息熵等地磁图的特征参数,将它们 作为地磁图适配性的评价指标。

## 1.1 地磁标准差*σ*

地磁标准差反映了该区域地磁场的离散程度和 地磁场的总体起伏<sup>[5]</sup>。地磁标准差越大,说明该区 域的地磁特征越明显,越有利于地磁匹配定位。其 定义为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{MN - 1} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \left( f\left(i, j\right) - \overline{f} \right)^2}$$
(1)

其中:  $\overline{f} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} f(i, j)$ , 表示该区域地磁场的均位

值。

1.2 地磁粗糙度 r

地磁粗糙度反映了该区域地磁场的平均光滑程 度和地磁场的局部起伏。地磁粗糙度越大,地磁信 息越丰富<sup>[5]</sup>,越有利于地磁匹配定位。其定义为:

$$=\frac{r_x + r_y}{2} \tag{2}$$

$$r_{x} = \sqrt{\frac{1}{M(N-1)} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N-1} \left[ f(i,j) - f(i,j+1) \right]^{2}}$$
(3)

$$r_{y} = \sqrt{\frac{1}{(M-1)N} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N} \left[ f(i,j) - f(i+1,j) \right]^{2}}$$
(4)

其中: r<sub>x</sub>表示该区域经度增加方向的粗糙度; r<sub>y</sub>表示该区域纬度增加方向的粗糙度。

1.3 地磁相关系数 *ρ* 

地磁相关系数反映了地磁数据的独立性。地磁

相关系数越小,地磁信息越丰富,越有利于地磁匹 配定位。其定义为:

$$\rho = \frac{\rho_x + \rho_y}{2} \tag{5}$$

$$\rho_{x} = \frac{\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N-1} \left[ f\left(i,j\right) - \overline{f} \right] \left[ f\left(i,j+1\right) - \overline{f} \right]}{M\left(N-1\right)\sigma^{2}}$$
(6)

$$\rho_{y} = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N} \left[ f(i,j) - \overline{f} \right] \left[ f(i+1,j) - \overline{f} \right]}{(M-1)N\sigma^{2}}$$
(7)

其中: $\rho_x$ 表示该区域经度增加方向的相关系数; $\rho_y$ 表示该区域纬度增加方向的相关系数。

### 1.4 地磁信息熵 H

20世纪 50 年代, Shannon 将热力学中熵的概念 引入到信息论中,信息熵可以作为平均信息量的度 量。文中所定义的地磁信息熵同样也反映了该区域 所含平均信息量的大小。地磁信息熵越小,地磁场 变化越剧烈,越有利于地磁匹配定位。其定义为:

$$H = -\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} p(i, j) \cdot \log_2 p(i, j)$$
(8)

其中: 
$$p(i,j) = \frac{|f(i,j)|}{\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} |f(i,j)|}$$
; 当对数的底取 2 时,

熵的单位是 bit (位)。

## 2 地磁图适配性分析的多属性决策方法设计

#### 2.1 多属性决策方法基本思想

文献[4]提出的多属性决策方法,其核心是确定 权系数。该方法利用离差最大化原则和 Jaynes 最大 熵原理,将求解权系数问题转化为求解最优化问题, 并用 Lagrange 乘子法给出了优化问题的最优解,这 样就求解出了权系数,进而可得到各待评价方案的 综合评价值,具有求解过程简单和可信度高等优点。

2.2 基于多属性决策方法的地磁图适配性分析<sup>[6]</sup>

基于地磁图适配性分析的应用背景,上述决策 方法的应用步骤如下:

计算候选匹配区的地磁图特征参数(评价指标),写出评价矩阵

设待评价地磁图有*m*个,评价指标为 4 个(地 磁标准差、地磁粗糙度、地磁相关系数和地磁信息 熵),则方案集对指标的评价矩阵为:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{m4} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix}_{m \times 4}$$
(9)  
(*i* = 1, 2, ..., *m*; *j* = 1, 2, 3, 4)

其中a<sub>ii</sub>表示第i个地磁图对第j个指标的评价值。

2) 对评价矩阵进行规范化处理

为了消除不同评价指标量纲和量纲单位不同所 带来的不可公度性,可以采取一些方法将评价矩阵 进行规范化(去量纲化)处理<sup>[7]</sup>。记规范化后的评价 矩阵为:

$$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & r_{m3} & r_{m4} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} r_{ij} \end{bmatrix}_{m \times 4}$$
(10)  
(*i* = 1, 2, ..., *m*; *j* = 1, 2, 3, 4)

其中0≤r<sub>ii</sub>≤1,且总是越大越好。

笔者采用的规范化方法为:将地磁标准差和地 磁粗糙度视为效益型指标,将地磁相关系数和地磁 信息熵视为成本型指标。那么,效益型评价指标:

 $r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\max(a_{ij})}$ ,其中,  $\max(a_{ij})$ 表示第 *j*个评价指标的

最大值;成本型评价指标: $r_{ij} = \frac{\min(a_{ij})}{a_{ij}}$ ,其中, min( $a_{ij}$ )表示第*j*个评价指标的最小值。

3) 求解 4 个评价指标的权系数

利用离差最大化原则和 Jaynes 最大熵原理,将 求解权系数  $W = [w_1, w_2, w_3, w_4]^T$ 的问题转化为求解最 优化问题,并用 Lagrange 乘子法求解出优化问题的 最优解(具体分析过程参见文献[4]),即:

$$W = \left[\frac{\frac{s_1}{\frac{4}{2}}, \frac{s_2}{\frac{4}{2}}, \frac{s_3}{\frac{4}{2}}, \frac{s_4}{\frac{5}{2}}, \frac{s_4}{\frac{5}{2}}, \frac{s_4}{\frac{5}{2}}}{\sum_{j=1}^{4} s_j}, \frac{s_4}{\sum_{j=1}^{4} s_j}\right]^{\mathrm{T}}$$
(11)

其中:  $s_j = \exp\left[\frac{\mu}{1-\mu}\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{4}|r_{ij}-r_{kj}|-1\right]$ , 正参数  $\mu(0 < \mu < 1)$ 表示离差最大化原则和最大熵原理这 2 个目标之间的平衡系数,可根据实际问题预先给出<sup>[8]</sup>。

4) 计算候选匹配区的综合评价值。

通过上述分析,可求得待评价地磁图的综合评价值 $V = [v_1, v_2, \dots, v_m]^T$ ,其求解公式如下:

$$V = R \times W \tag{12}$$

显然, v<sub>i</sub>越大, 表明第i个方案越优。

# 3 仿真验证及分析

#### 3.1 地磁图特征参数的计算

选用某区域网格大小为80×80地磁异常图,网 格精度为200 m。在该地磁异常图中,选取5块网 格大小为10×10区域,并按式(1)、式(2)、式(5) 和式(8)计算出各区域的地磁图特征参数,如表1。

表 1 各候选匹配区的地磁图特征参数

候选	地磁标准差/	地磁粗糙度/	地磁	地磁信息熵/
匹配区	nT	nT	相关系数	bit
mag01	100.031 0	32.964 0	0.878 3	6.624 4
mag02	107.318 7	29.157 1	0.859 9	6.619 2
mag03	104.139 7	21.934 6	0.885 7	6.610 1
mag04	85.883 3	22.730 9	0.856 3	6.352 2
mag05	70.095 8	19.969 6	0.839 1	6.454 4

通过表 1 中的数据分析可得, 4 个特征参数的 变化规律均不同,因此无法通过单一特征参数来评 价地磁图的适配性。

3.2 利用多属性决策方法求解综合评价值

采用第2节引入的多属性决策方法,求解各候 选匹配区的综合评价值。

#### 1) 依据表1写出评价矩阵。

100.031 0	32.964 0	0.878 3	6.624 4
107.318 7	29.157 1	0.859 9	6.619 2
104.139 7	21.934 6	0.885 7	6.610 1
85.883 3	22.730 9	0.856 3	6.352 2
70.095 8	19.969 6	0.839 1	6.454 4
	100.031 0 107.318 7 104.139 7 85.883 3 70.095 8	100.031 032.964 0107.318 729.157 1104.139 721.934 685.883 322.730 970.095 819.969 6	100.031 032.964 00.878 3107.318 729.157 10.859 9104.139 721.934 60.885 785.883 322.730 90.856 370.095 819.969 60.839 1

2) 对评价矩阵进行规范化处理。

	0.932 1	1	0.955 4	0.958 9
	1	0.884 5	0.975 8	0.959 7
<b>R</b> =	0.970 4	0.665 4	0.947 4	0.961 0
	0.800 3	0.689 6	0.979 9	1
	0.653 2	0.605 8	1	0.984 2

3) 利用式 (11), 并令 µ=0.5, 得到权系数。

 $\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} 0.347 \ 4, 0.617 \ 3, 0.018 \ 4, 0.016 \ 8 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 

4) 利用式 (12),得到各候选匹配区的综合评价值。

 $V = [0.974 \ 9, 0.927 \ 6, 0.781 \ 5, 0.738 \ 6, 0.635 \ 9]^{\mathrm{T}}$ 

从综合评价值的结果看,5 块候选匹配区的适 配性能排序为: mag01 > mag02 > mag03 > mag04 > mag05

3.3 综合评价值与匹配概率的一致性分析

利用相关匹配定位算法<sup>[9]</sup>,计算 5 块区域的匹 配概率。表 2 给出了 5 块区域匹配概率与综合评价 值之间的对应关系。

表 2 各候选匹配区的匹配概率与综合评价值

候选	综合	匹配	候选	综合	匹配
匹配区	评价值	概率	匹配区	评价值	概率
mag01	0.974 9	0.955 6	mag04	0.738 6	0.589 3
mag02	0.927 6	0.916 0	mag05	0.635 9	0.503 6
mag03	0.781 5	0.682 2			

图 1~图 3 给出了 mag01、mag03、mag05 3 块 候选匹配区的相关匹配结果。



图 2 地磁图 mag03 相关匹配定位结果

对比匹配概率和综合评价值的结果可见,通过 多属性决策方法求解出的综合评价值与匹配概率有 较好的一致性,因此,该方法可以有效解决单一指 标评价不全面的问题,通过综合考虑多个特征参数, 实现对地磁图适配性的综合评价。



## 4 结束语

仿真结果表明:综合评价值和匹配概率有较好 的一致性,综合评价值越大,匹配概率越高,因此 可以将综合评价值作为地磁图适配性分析的定量性 依据,指导地磁辅助导航匹配区的选取。这一结论 对航迹规划问题也具有一定的指导意义。

## 参考文献:

- Xiaojiao Ma, Hongwei Liu, Di Xiao, Hankui Li. Key Technologies of Geomagnetic Aided Inertial Navigation System[C]. New York: IEEE Intelligent Vehicles Symposium, 2009, VOLS1 AND 2: 464-469.
- [2] 王哲,王仕成,张金生,等.一种基于层次分析法的地磁匹配制导适配性评价方法[J]. 宇航学报,2009,30(5): 1871-1878.
- [3] 张涛,徐晓苏,李佩娟,等.基于模糊决策的地形辅助
  导航区域选择准则[J].大连海事大学学报,2009,35(1):
  5-8.
- [4] 汪泽焱. 一种基于最大离差和熵的多指标评价方法[J].解放军理工大学学报: 自然科学版, 2002, 3(6): 93-95.
- [5] 李雄伟,刘建业,康国华. 熵的地形信息分析在高程匹 配中的应用[J]. 应用科学学报,2006,24(6):608-612.
- [6] 陶志富,周礼刚,陈华友.基于相对熵的模糊多属性决策的多目标规划方法[J].四川兵工学报,2010,31(1):132.
- [7] 刘树林, 邱菀华. 多属性决策基础理论研究[J]. 系统工 程理论与实践, 1998, 18(1): 38-43.
- [8] Odejobi O A, Wong S H S, Beaumont A J. A fuzzy decision tree-based duration model for standard Yoruba text-to-speech synthesis[J]. Computer Speech and Language, 2007, 21(2): 325–349.
- [9] 吕云霄, 吴美平, 胡小平. 基于支持向量机的地磁辅助 导航匹配区域选取准则[J]. 兵工自动化, 2011, 30(1): 49-52.