doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.07.002

巡航导弹突破要地防空群多层防线的概率模型

孙学锋[1]，赵彦辉[1]，于天顺[2]
（1. 海军航空工程学院指挥系，山东 烟台 264001；2. 中国人民解放军 92840 部队，山东 胶南 266400）

摘要：为解决如何计算巡航导弹的突防概率问题，建立了巡航导弹的突防概率模型。将巡航导弹的突防过程看作是在一定时间内时间空间和状态空间都离散的马尔可夫链，运用一步转移概率矩阵，计算出巡航导弹突破每一层防线后剩余情况的概率，并结合实际算例进行分析。结果表明：该模型可降低巡航导弹的突防概率，提高要地防空群的拦截概率，对提高要地安全性具有重要意义。

关键词：要地防空群；巡航导弹；马尔可夫链；突防概率模型
中图分类号：N945.12; O211.62 **文献标志码**：A

Probabilistic Model of Cruise Missile Breaking Through Multiplayer Defense of Air Defense Group for Strategic Points

Sun Xuefeng[1], Zhao Yanhui[1], Yu Tianshun[2]
(1. Dept. of Command, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China;
2. No. 92840 Unit of PLA, Jiaonan 266400, China)

Abstract: In order to solve the problem of how to calculate the penetration probability of cruise missile, the penetration probability model of cruise missile is established. The penetration process of cruise missile is considered as Markov chain whose time space and state space are both dispersed in a certain period of time. Then it is used one-step transfer probability Matrix to calculate the remaining probability of cruise missiles when they breaking through each defense. And finally the model is validated through an actual example. The results show that the model can reduce penetration probability of the cruise missile and improve interception probability of the air defense group for strategic points. It is significant for improving the security of strategic points.

Keywords: air defense group for strategic points; cruise missile; Markov chain; penetration probability model

0 引言

在未来要地防空作战中，巡航导弹的袭击对要地具有很大的威胁，如何计算巡航导弹的突防概率是一个亟待解决的问题。目前对于兵力兵器突破 2 层以上不同类型防线的概率尚无较实用的数学模型来求解[1-2]。因此，笔者将巡航导弹突破要地防空群多层防线的过程看作离散的马尔可夫链，运用一步转移概率矩阵建立突防概率的数学模型，计算出巡航导弹突破每一层防线后剩余情况的概率，以降低巡航导弹的突防概率，提高要地防空群的拦截概率，对提高要地的安全性具有重要的意义。

1 巡航导弹突防过程的描述

在要地防空作战过程中，为了有效地抗击巡航导弹的袭击，要地防空群可将不同类型的武器按火力范围进行梯次配置[3]。当来袭的巡航导弹进入Ⅰ型武器系统的火力范围时，由Ⅰ型武器系统组成第 1 层防线进行抗击；当突防的巡航导弹进入Ⅱ型武器系统的火力范围时，由Ⅱ型武器系统组成第 2 层防线进行抗击；当突防的巡航导弹进入Ⅲ型武器系统的火力范围时，由Ⅲ型武器系统组成第 3 层防线进行抗击[4]，依此类推。如图 1。

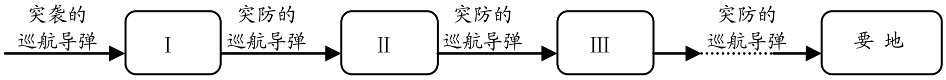

图 1 巡航导弹突破要地防空群多层防线示意图

图 1 中，Ⅰ表示要地防空群的第 1 层防线抗击来袭的巡航导弹；Ⅱ表示要地防空群的第 2 层防线抗击突防的巡航导弹；Ⅲ表示要地防空群的第 3 层防线抗击突防的巡航导弹。

2 巡航导弹突防概率模型的建立

2.1 马尔可夫链的基本原理

设随机过程 $\{x(n), n = 0,1,2,3\cdots\}$ 的离散状态空

收稿日期：2011-03-21；修回日期：2011-04-15
作者简介：孙学锋(1963—)，山东人，工程硕士，副教授，从事兵种战术学研究。

间为 I，若对任意 m 个非负整数 $n_1,n_2\cdots,n_m(0\le n_1<n_2\cdots<n_m)$ 和任意自然数 k，以及任意 $i_1,i_2,\cdots,i_m,j\in I$，满足

$$P\{x(n_{m+k})=j|x(n_1)=i_1,x(n_2)=i_2,\cdots x(n_m)=i_m\}=P\{x(n_{m+k})=j|x(n_m)=i_m\} \tag{1}$$

则称随机过程 $\{x(n),n=0,1,2,3\cdots\}$ 为离散时间和离散状态的马尔可夫链[5]。

在式 (1) 中，假设 n_m 表示现在时刻，$n_{m+1},n_{m+2}\cdots,n_{m+k-1},n_{m+k}$ 表示将来时刻，如果在将来 n_{m+k} 时刻的状态 j 仅依赖于现在 n_m 时刻的状态 i_m 而与 n_m 之前的时刻所处的状态无关，这种特性称为无后效性，具有这种特性的随机过程称为马尔可夫过程。

式 (1) 中，$P\{x(n_{m+k})=j|x(n_m)=i_m\}$ 称为马尔可夫链在 n_m 时刻的 k 步转移概率，记为 $P_{ij}(k)$，表示从已知 n_m 时刻处于状态 i 经过 k 个时刻处于状态 j 的概率。当 $k=1$ 时，$P_{ij}(1)$ 称为一步转移概率，简记为 P_{ij}，它具有以下 2 个性质：

$$0\le P_{ij}\le 1(i,j=1,2,\cdots,m) \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{m}P_{ij}=1(i=1,2,\cdots,m) \tag{3}$$

一步转移概率的矩阵形式为：

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}(1)=\boldsymbol{P}_{ij}(1)=\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \cdots \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \cdots \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \tag{4}$$

该矩阵称为一步转移概率矩阵，又叫做随机矩阵。

2.2　巡航导弹突防概率模型的建立

假设有 x 枚巡航导弹突破 n 层防线，每层防线对巡航导弹的毁伤概率分别为 $p_1,p_2,\cdots,p_n$，巡航导弹未被毁伤的概率为 $q_1,q_2,\cdots,q_n$，模型定义为：突破第 t 层 ($t=0,1,2,\cdots,n$) 防线的巡航导弹数为 x_t（$t=0$ 表示巡航导弹来袭的初始阶段），则此模型的状态空间 I 为：

$$I=\{x,x-1,\cdots,2,1,0\} \tag{5}$$

为简便起见，将模型进行简化，假定每层防线最多只能对一枚巡航导弹进行拦截，且射击对目标无累计效应(要么击中拦截成功，要么未击中拦截失败)，故命中任何的概率与目标通过上一层防线的结果无关，x_t 具有无后效性，为马尔可夫链，因此可用马尔可夫链的原理来分析计算 x 枚巡航导弹突破 n 层防空火力线过程中任意阶段各存活目标数的概率。设 i 枚巡航导弹突破任意层防线后剩余 j 枚的概率为 s_{ij} $(i,j=0,1,2,\cdots,x)$，则模型状态转移过程如图 2。

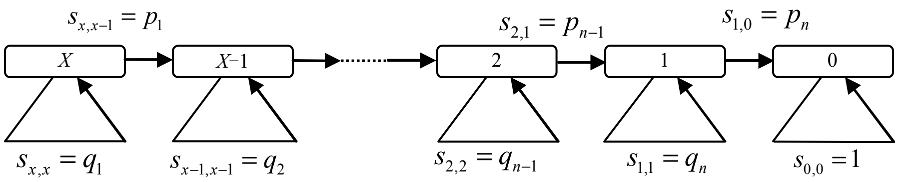

图 2　模型状态转移图

对应的一步状态转移概率矩阵为：

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} q_1 & p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & q_{n-1} & p_{n-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

由式 (6) 计算可推出：

$$\theta_n=\theta_0\boldsymbol{T}^n \tag{7}$$

式中：初始状态 θ_0=[1　0　0　0]；$\boldsymbol{T}$ 为状态转移矩阵；n 为要地防空群防线的层数；θ_n 为剩余巡航导弹数量的概率。根据式 (5)～式 (7) 即可计算出巡航导弹突破任意层防线后剩余情况的概率。

3　实例分析

在要地防空作战中，要地防空群在巡航导弹的主攻方向上部署了 3 层防线，第 1 层防线是由歼击机组成，第 2 层防线由中程地空导弹组成，第 3 层防线由弹炮结合武器系统组成。参考文献[6-10]中研究所得的毁伤概率模型，假设 3 层防线对巡航导弹的毁伤概率分别为 0.6，0.7，0.9，袭击方采用小编队、远程多批次战法对要地进行突袭。第 1 批巡航导弹数量为 3 枚，要地防空群的任务是击毁来袭 2/3 以上的巡航导弹，依据上述条件计算出巡航导弹突破 3 层防线后剩余巡航导弹的概率和要地防空群完成抗击任务的概率。(下转第 22 页)