

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.06.017

基于分析建模方法的变桨距风力机静态特性数学模型

陈秋良

(中国兵器工业第五八研究所 数控事业部, 四川 绵阳 621000)

摘要: 为模拟变桨距风力机, 建立一种基于分析建模方法的变桨距风力机静态特性模型。根据风力发电机组的风力机桨叶的物理结构和桨叶制造商提供的设计参数, 建立变桨距风力机输出转矩与输出功率的静态特性模型, 并详细介绍了模型的计算方法。仿真结果表明, 该数学模型及其计算方法是可信的。

关键词: 风力发电; 风力机; 静态特性; 数学模型

中图分类号: N945.12 **文献标志码:** A

Static Characteristics Math Model of Alterable Pitch Wind Turbine Based on Analyzing-Modeling Method

Chen Qiuliang

(Dept. of CNC Engineering, No. 58 Research Institute of China Ordnance Industries, Mianyang 621000, China)

Abstract: For simulating the running of alterable pitch wind turbine, establish static characteristics math model of alterable pitch wind turbine based on analyzing-modeling method. According to the physical framework of the wind turbines blade and the blade's designed parameters from the manufacturer, establish static characteristics model of its exporting torque and exporting power. And introduce the model calculation method in detail. The simulation results show that the math model and its calculation method are reliable.

Keywords: wind generator; wind turbine; static characteristic; math model

0 引言

建立变桨距风力机模型通常采用实验确定和分析建模 2 种方法。实验确定方法需要在所有运行风况下风力机的试验结果, 尽管能给出一个接近真实的物理模型, 但很难实现。因此, 笔者采用分析建模的方法, 给出风力机静态特性模型, 以模拟变桨距风力机。

1 风力机静态特性模型

风力机静态特性模型包括:

- 1) 风力机的转矩系数特性曲线族 $C_T=C_T(\lambda, \beta)$, λ 为桨叶叶尖比, β 为变桨距角;
- 2) 风力机的功率系数特性曲线族 $C_P=C_P(\lambda, \beta)$;
- 3) 风力机的输出转矩 T 作为风力机转速 ω 、风力机上游风速 v_1 、变桨距角 β 的函数的计算方法, 即 $T=T(\omega, v_1, \beta)$;
- 4) 风力机的输出功率 P 作为 ω , v_1 , β 的函数的计算方法, 即 $P=P(\omega, v_1, \beta)$ 。

2 风力机风轮及桨叶叶素的几何参数

如图 1, r_0 为风力机风轮的轮毂半径, R 为风力机桨叶的扫风半径, 扫风面积为 $S=\pi R^2$ 。为便于分

析, 在桨叶风轮半径 r 处, 取一长度为 dr 的叶素 A_r , 称 r 为叶素 A_r 的当地半径。叶素的截面如图 2, AB 为叶素的弦长 l , 叶素的受风面积为 $dS=ldr$, 又称作叶素的面积。

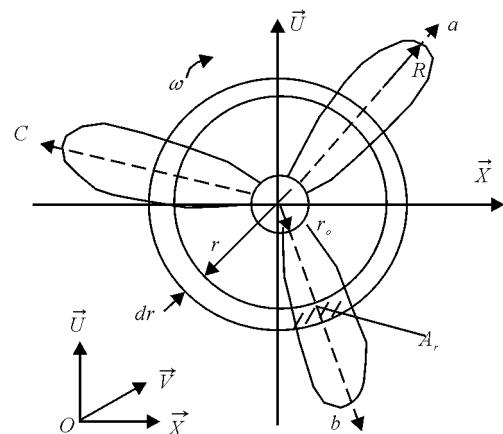


图 1 风力机风轮桨叶及其叶素 A_r

由于桨叶是曲线边缘, 所以叶素弦长 l 从叶尖向叶根方向逐渐增加, l 是 r 的函数, 即 $l=l(r)$ 。叶素的归一化弦长为 $l(r)/l_{\max}$, 这一桨叶制造特性由桨叶制造商提供。

建立空间坐标系 $OXVU$, 其中坐标轴 \overline{OV} 与自然来风方向一致, 即为风力机风轮的旋转轴, XOU 为

收稿日期: 2011-03-04; 修回日期: 2011-03-22

作者简介: 陈秋良 (1945—), 男, 江苏人, 大学本科, 研高, 从事自动控制技术研究。

风轮的旋转平面， \vec{oa} ， \vec{ob} ， \vec{oc} 分别为3个桨叶的变桨距的旋转轴。

3 叶素的速度三角形

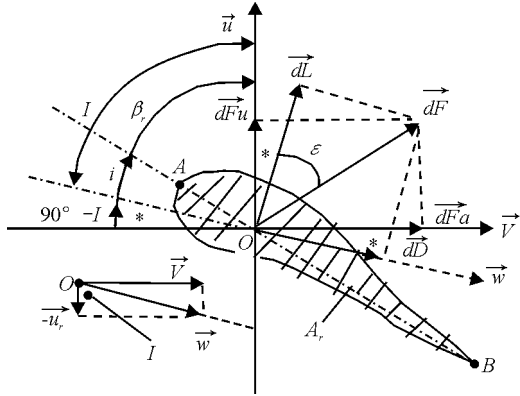


图2 叶素的受力和速度三角形

风轮以角速度 ω 围绕轴 \vec{OV} 旋转时，由于受旋转速度 ω 以及因旋转引起涡流的影响，气流相对于叶素的速度方向为 \vec{w} ，如图2。分别称 \vec{w} ， AB 轴线与风轮旋转平面 XOU 的夹角为倾斜角 I 与节距角 β_r （又称为安装角），而称 \vec{w} 与 AB 之间的夹角为攻角 i ，这样有：

$$i = I - \beta_r \quad (1)$$

将速度 \vec{w} 分解成互相垂直的轴向分量 \vec{v} 与周向（又称切向）分量 $-\vec{u}_r$ ，即 $\vec{w} = \vec{v} - \vec{u}_r$ ，其中轴向分量 \vec{v} 的方向与风轮旋转轴 \vec{OV} 一致，分量 $-\vec{u}_r$ 的方向与轴 \vec{OU} 相反，这样由 \vec{w} ， \vec{v} ， $-\vec{u}_r$ 组成了一个叶素的速度三角形，如图2的左下角所示。根据美国马萨诸塞州 Amherst 大学提出的经过改进的 Glauert 理论，在该速度三角形中有：

$$\begin{aligned} v &= (1-a) \cdot v_1 - u_r = -(1+b)\omega \cdot r \\ w &= \frac{v}{\sin I} = \frac{1-a}{\sin I} V_1 \\ \text{tg } I &= \frac{V}{u_r} = \frac{1-a}{\lambda_r (1+b)} \end{aligned} \quad (2)$$

式中， $\lambda_r = \frac{\omega}{v_1} r$ 称为叶素的当地叶尖速比； v_1 为风轮上游风速； $-av_1$ 为由涡流引起的轴向风速分量，称 a 为涡流轴向速度系数； $-b\omega r$ 为由涡流引起的周向风速分量，称 b 为涡流周向速度系数。

a ， b 与叶素的当地叶尖速比的大小有关：

$$\begin{cases} a = a(r) = \frac{3\lambda_r^2}{4 + 9\lambda_r^2} \\ b = b(r) = \frac{2}{4 + 9\lambda_r^2} \end{cases} \quad (3)$$

将式 (3) 代入式 (2) 可得：

$$\text{tg } I = \frac{2}{3\lambda_r}, \quad \text{ctg } I = \frac{3\lambda_r}{2}, \quad \sin I = \frac{2}{\sqrt{4 + 9\lambda_r^2}} \quad (4)$$

由式 (2)、式 (4) 可知，角 I 随叶素当地半径 r 的增大而减小。为了使叶素的攻角 i 尽量不随 r 的增大也随 I 减小（如式 1），把桨叶在围绕其变桨距轴线方向上做成扭曲的，设当地半径为 r 的叶素相对于桨叶根部（即半径为 r_0 处）的围绕变桨距轴线的扭角为 $\beta_o = \beta_o(r)$ ，而叶根相对于轮毂的变桨节距角为 β ，那末叶素的当地节距角 β_r 为：

$$\beta_r = \beta_o(r) + \beta \quad (5)$$

叶素的归一化扭角的桨叶制造特性 $\beta_o(r) / \beta_{o\max}$ 由桨叶制造商提供。

4 叶素的气动力分析

如图2，作用在以 ω 角速度回传的叶素 Ar 上的气动力 \vec{dF} 可分解为2个互相垂直的分量 \vec{dD} 与 \vec{dL} ，其中平行于相对气流速度方向的分量 \vec{dD} 称为阻力，而称 \vec{dL} 为升力。根据德国的贝兹 (Betz) 于 1926 年建立的理论，有：

$$\begin{cases} dD = \frac{1}{2} \rho C_d w^2 l dr \\ dL = \frac{1}{2} \rho C_L w^2 l dr \end{cases} \quad (6)$$

式中， ρ 为空气密度 (kg/m^3)； w 为气流相对于叶素的速度大小 (m/s)； C_d 为阻力系数， C_L 为升力系数，它们均为攻角 i 的函数，即 $C_d = C_d(i)$ ， $C_L = C_L(i)$ 。

在 \vec{dF} 、 \vec{dD} 与 \vec{dL} 组成的叶素气动力三角形中有：

$$\begin{aligned} \text{tg } \varepsilon &= \frac{dD}{dL} = \frac{C_d}{C_L} = \frac{C_d(i)}{C_L(i)} \\ \varepsilon &\approx \text{tg } \varepsilon = \frac{C_d(i)}{C_L(i)} = \varepsilon(i) \end{aligned} \quad (7)$$

一般来说，因 ε 很小，所以有：

称 $C_d(i)$ ， $C_L(i)$ ， $\varepsilon(i)$ 为桨叶的叶型特性，也由桨叶的制造商提供。

作用在叶素上的气动力 \vec{dF} 还可分解成作用在风轮转轴方向上的分量，即推力 \vec{dF}_a 与风轮回传的切向（周向）分量 \vec{dF}_u ，在图2中，因 $\angle^* = 90^\circ - I$ ，所以有：

$$\begin{cases} dF_a = dD\cos(90^\circ - I) + dL\sin(90^\circ - I) \\ dF_u = -dD\sin(90^\circ - I) + dL\cos(90^\circ - I) \end{cases} \quad (8)$$

这样，叶素在气动力的作用下，产生的转矩 $dT=r dF_u$ 与输出的功率 $dP=\omega dT$ 的大小由式 (6)、式 (7)、式 (8) 求得：

$$\begin{cases} dT \approx \frac{1}{2} \rho V_1^2 l r C_L \frac{(1-a)^2}{\sin I} (1-\varepsilon \operatorname{ctg} I) dr \\ dP \approx \frac{1}{2} \rho V_1^3 \frac{\lambda}{R} l r C_L \frac{(1-a)^2}{\sin I} (1-\varepsilon \operatorname{ctg} I) dr \end{cases} \quad (9)$$

式中，称 $\lambda = \frac{\omega R}{V_1}$ 为桨叶叶尖速比。因 $\lambda_r = \frac{\omega}{V_1} r$ ，所以

$$\lambda_r = \frac{r\lambda}{R} \quad (10)$$

5 风力机静态特性模型的建立

设风力机风轮有 k 个桨叶，则根据式 (9) 可计算出整个风轮的转矩 $T=k \int dT$ 与输出功率 $P=k \int dP$ ，即

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2} \rho V_1^2 \sigma B \\ P = \frac{1}{2} \rho V_1^3 \frac{\lambda}{R} \sigma B \end{cases} \quad (11)$$

式中， $B=k \int_0^R l r C_L \frac{(1-a)^2}{\sin I} (1-\varepsilon \operatorname{ctg} I) dr$ ； $\sigma = (1 - \frac{0.93}{k\sqrt{\lambda^2 + 0.445}})^2$ ；

σ 是考虑到风轮桨叶数有限的影响，在计算 T, P 时应乘上的 Prandtl 系数。风力机的转矩系数 C_T 与功率系数 C_P 定义如下：

$$\begin{cases} C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho V_1^2 S R} = \frac{1}{\pi R^3} \sigma B \\ C_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho V_1^3 S} = \frac{\lambda}{\pi R^3} \sigma B = \lambda C_T \end{cases} \quad (12)$$

式 (11) 和式 (12) 就是笔者所要建立的风力机的静态特性模型。根据该模型可计算求得 C_T, C_P, T, P ，但都必须先求得积分项 B ，它是变桨节距角 β 与桨叶叶尖速比 λ 的函数 $B=B(\beta, \lambda)$ 。下面先推导由 β 与 λ 的一组离散值 (β_m, λ_j) ， $m=1, 2, \dots, M$ ； $j=1, 2, \dots, Q$ 。求取相应的一个积分值 $B_{mj}=B(\beta_m, \lambda_j)$ 的计算方法。

计算输入为：风轮参数 R, r_o, k 以及由桨叶制造商提供的桨叶制造特性：弦长 $l(r)$ ，扭角 $\beta_o(r)$ ；与桨叶叶型特性 $C_d(i), C_L(i), \varepsilon(i)$ 。

计算步骤如下：

1) 将桨叶从 r_o 到 R 范围内等分成为 N 个叶素，

计算各个叶素的当地半径 r_n 和积分步长 Δr ：

$$\begin{cases} r_n = r_o + \Delta r \cdot n \\ \Delta r = \frac{R-r}{N} \end{cases}, n=1, 2, \dots, N \quad (13)$$

2) 由 r_n 根据桨叶制造特性，查求弦长 $l(r_n)$ ，扭角 $\beta_o(r_n)$ ，并由式 (5) 计算叶素当地桨距角

$$\beta_{mn} = \beta_o(r_n) + \beta_m \quad (14)$$

3) 由 r_n 与 λ_j ，根据式 (10) 计算每一个叶素的当地叶尖比 λ_{rjn} ：

$$\lambda_{rjn} = \frac{\lambda_j}{R} r_n \quad (15)$$

4) 由 λ_{rjn} ，根据式 (3)、式 (4) 分别求得：

$$\begin{cases} (1-a)^2 = \left(\frac{4+6\lambda_{rjn}^2}{4+9\lambda_{rjn}^2}\right)^2 \\ I_{jn} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2}{3\lambda_{rjn}} \\ \operatorname{ctg} I_{jn} = \frac{3\lambda_{rjn}}{2} \\ \sin I_{jn} = \frac{2}{\sqrt{4+9\lambda_{rjn}^2}} \end{cases} \quad (16)$$

5) 由 I_{jn}, β_{mn} ，根据式 (1) 计算每个叶素的当地攻角：

$$i_{mjn} = I_{jn} - \beta_{mn} \quad (17)$$

6) 由 i_{mjn} 根据桨叶叶型特性，查求 $C_{Lmjn} = C_L(i_{mjn})$ ， $\varepsilon_{mjn} = \varepsilon(i_{mjn})$ ；

7) 对 n 的每个值，计算一个 B_{mjn} 值：

$$B_{mjn} = r_n l(r_n) C_{Lmjn} \left(\frac{4+6\lambda_{rjn}^2}{4+9\lambda_{rjn}^2}\right)^2 \frac{\sqrt{4+9\lambda_{rjn}^2}}{2} (1-\varepsilon_{mjn} \frac{3\lambda_{rjn}}{2}) \quad (18)$$

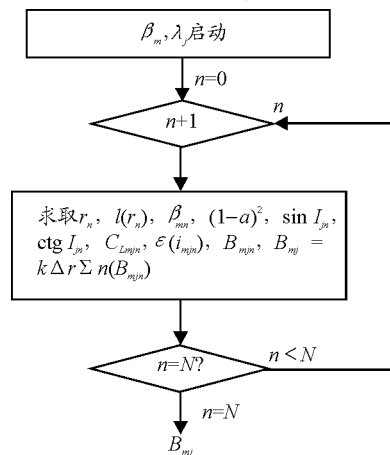


图 3 B_{mj} 计算流程

8) 根据式 (11) 计算积分值 B_{mj} ：

$$B_{mj} = k \cdot \Delta r \sum_n (B_{mjn}), n=0, 1, 2, \dots, N; B_{mj0} = 0。$$

当已累加到 $n=N$ 后，就求得了与一组 (β_m, λ_j) 取值所对应的一个积分值 B_{mj} ，以上过程如果用计算程序来实现，需要进行 N 个循环，如图 3。

6 转矩系数 C_T 与功率系数 C_P 的计算

C_T, C_P 都是 λ, β 的函数。下面根据式 (12) 来推导 C_T, C_P 的计算方法。

1) 首先确定一个桨叶变距角的离散值 $\beta_m, m=1, 2, \dots, M$ ，例如， β_m 可依次选择 $1^\circ, 2^\circ, \dots, 15^\circ$ ，分别对应于 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{15}$ ，此时 $M=15$ ；

2) 当每确定一个离散值 β_m ，例如 $\beta_5=5^\circ$ 后，再依次确定桨叶叶尖速比的离散值 $\lambda_j, j=1, 2, \dots, Q$ ，例如， λ_j 依次选择 $0, 0.5, 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$ ，分别对应于 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{12}$ ，此时 $Q=12$ ；

3) 对应每一组的离散值 (β_m, λ_j) ，根据式 (13)~式 (18)，依据图 3 的流程，计算相应的积分值 B_{mj} ；

4) 对应每一个 λ_j 值，根据式 (11)，计算 σ_j ；

$$\sigma_j = \left(1 - \frac{0.93}{k\sqrt{\lambda_j^2 + 0.445}}\right)^2 \quad (19)$$

5) 对应每一组的 (β_m, λ_j) ，由 $\beta_m, \sigma_j, \lambda_j$ 根据式 (12) 可计算得：

$$\begin{cases} C_{Tmj} = \frac{1}{\pi R^3} \sigma_j B_{mj} \\ C_{Pmj} = \frac{\lambda}{\pi R^3} \sigma_j B_{mj} = \lambda_j C_{Tmj} \end{cases} \quad (20)$$

式中， $m=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, Q$ 。这样，可计算得到风力机的转矩系数特性 $C_T(\lambda, \beta)$ 与功率系数特性 $C_P(\lambda, \beta)$ 的 $M \times Q$ 组离散值 (C_{Tmj}, C_{Pmj}) ，以上过程如果用计算程序来实现，需要进行 $M \times Q$ 个循环，如图 4。

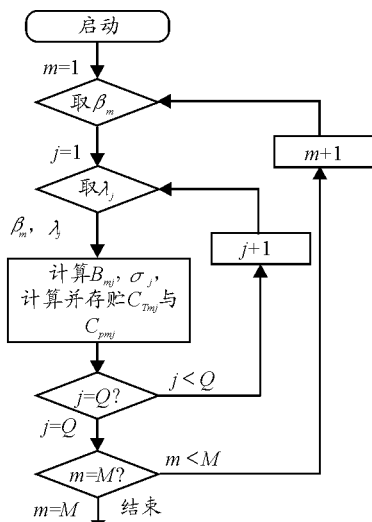


图 4 $C_T(\lambda, \beta), C_P(\lambda, \beta)$ 计算流程

7 风力机出力矩与输出功率特性的计算

风力机出力矩特性 T 与输出功率特性 P 都是 β, v_1, ω 函数，即 $T=T(\beta, v_1, \omega), P=P(\beta, v_1, \omega)$ 。

下面分 2 种情况说明 T, P 的计算方法：

1) C_T, C_P ，积分项 B 均未知，根据式 (11) 直接推导 T, P 的计算方法：

① 首先确定一个桨叶变距角的离散值 $\beta_m, m=1, 2, \dots, M$ ；

② 当每确定一个离散值 β_m ，再依次确定桨叶叶尖速比的离散值 $\lambda_j, j=1, 2, \dots, Q$ ；

③ 对应每一组的离散值 (β_m, λ_j) ，根据式 (13)~式 (18)，依据图 3 的流程，计算相应的积分值 B_{mj} ，这样可计算得到 $M \times Q$ 个积分值 B_{mj} ，同时对应每一个 λ_j 值，根据式 (19) 计算 σ_j ；

④ 再确定选择风力机上游风速 v_1 的一个离散值 $v_{1i}, i=1, 2, \dots, P$ ，例如 v_{1i} 依次选择 $2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28$ (m/s)，此时 $P=15$ ；

⑤ 对于每一个 i 值，由 v_{1i}, λ_j 根据式 $\omega = \lambda \frac{v_{1i}}{R}$ 计算确定 Q 个风力机角速度 ω 离散值 ω_{ij} ：

$$\omega_{ij} = \frac{v_{1i}}{R} \lambda_j \quad (21)$$

式中， $j=1, 2, \dots, Q$ 。这样，对于不同的风速 v_1, Q 个 ω 的离散值是不相同的，并建立 (v_{1i}, ω_{ij}) 与 λ_j 的关系表：

⑥ 对于每一组离散值 $(\beta_m, v_{1i}, \omega_{ij})$ ，先由 (v_{1i}, ω_{ij}) 与 λ_j 关系表确定相应的离散值 λ_j ，再由 (β_m, λ_j) 从上述计算结果中查得 B_{mj}, σ_j ，代入式 (11) 计算得 T, P 的一组离散值 T_{mij}, P_{mij} ：

$$\begin{cases} T_{mij} = \frac{1}{2} \rho v_{1i}^2 \sigma_j B_{mj} \\ P_{mij} = \frac{1}{2} \rho v_{1i}^3 \frac{\lambda_j}{R} \sigma_j B_{mj} \end{cases} \quad (22)$$

这样，根据式 (22) 可计算得到风力机出力矩特性 $T(\beta, v_1, \omega)$ 与输出功率特性 $P(\beta, v_1, \omega)$ 的 $M \times P \times Q$ 个组离散值 (T_{mij}, P_{mij}) 。

2) C_T, C_P 已知，根据式 (12) 来推导 T, P 的计算方法：

① 可根据已知的 $M \times Q$ 组离散值 (C_{Tmj}, C_{Pmj}) ，确定 M 个离散值 $\beta_m, m=1, 2, \dots, M$ 与 Q 个离散值 $\lambda_j, j=1, 2, \dots, Q$ ；

② 再确定选择风力机上游风速 v_1 的一个离散值 v_{1i} , $i=1, 2, \dots, P$; 然后由 v_{1i} , λ_j 根据式 (21) 计算确定风力机角速度 ω 离散值 ω_{ij} , 建立 (v_{1i}, ω_{ij}) 与 λ_j 的关系表;

③ 对于每一组离散值 $(\beta_m, v_{1i}, \omega_{ij})$, 先确定相应的 (β_m, λ_j) , 再查得 (C_{Tmj}, C_{Pmj}) , 代入式 (12) 计算得 T, P 的一组离散值 T_{mij}, P_{mij} :

$$\begin{cases} T_{mij} = \frac{1}{2} \rho V_{1i}^2 S R C_{Tmj} \\ P_{mij} = \frac{1}{2} \rho V_{1i}^3 S C_{Pmj} \end{cases} \quad (23)$$

式中, $S=\pi R^2$ 为风力机桨叶的扫风面积。根据式 (23) 同样可计算得到风力机出力矩特性 $T(\beta, v_1, \omega)$ 与输出功率特性 $P(\beta, v_1, \omega)$ 的 $M \times P \times Q$ 个组离散值 (T_{mij}, P_{mij}) 。

8 风电机组动态特性模型的建立

考虑到风力机输出轴通过增速箱与发电机的输入轴相连接, 风力发电机组的动态特性模型可用以下运动方程给出:

$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega = T(\beta \cdot V \cdot \omega) - T_e(\omega \cdot C_e) \quad (24)$$

如果式 (24) 是在风力机输出轴端建立, 那么式中 J 为折合到风力机输出轴端的风电机组的总转动惯量; ω 为风力机输出轴的角速度; B 为风电机组折合到风力机输出轴端的摩擦损耗系数; $T(\beta, v_1, \omega)$ 为风力机出力矩静态特性; $T_e(\omega, C_e)$ 为折合到风力机输出轴端的发电机负载力矩的静态特性; C_e 为发电机负载系数。

9 风力机静态特性模型的仿真结果

1) 仿真输入: 风轮参数 $R=2.5 \text{ m}$, $r_o=0.125 \text{ m}$, $k=2$ 以及由桨叶制造商提供的桨叶制造特性: 弦长 $l(r)$, 扭角 $\beta_o(r)$; 与桨叶叶型 (NACA23015) 特性 $C_d(i)$, $C_L(i)$, $\epsilon(i)$ 。因受篇幅所限, 这里不再列出制造特性与叶型特性;

2) 仿真设置: 桨叶变距角的离散值 β_m 设置为 $5^\circ, 15^\circ$; 风力机上游风速的离散值 v_{1i} 设置为 $4, 5, 6, 7, 8(\text{m/s})$; 桨叶叶尖速比的离散值 λ_i 设置为 $0, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$;

3) 风力机角速度 ω 的离散值 ω_{ij} 如表 1;

表 1 风力机角速度 ω 的离散值 ω_{ij} rad/s

λ_i	$V_{1i}/(\text{m/s})$				
	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0
0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6
1	1.6	2	2.4	2.8	3.2
2	3.2	4	4.8	5.6	6.4
4	6.4	8	9.6	11.2	12.8
6	9.6	12	14.4	16.8	19.2
8	12.8	16	19.2	22.4	25.6

4) 得到风力机出力矩特性 $T(\beta, v_1, \omega)$ 的仿真结果, 如图 5、图 6。由图 5、图 6 可知, 仿真结果与风力机制造商提供的设计结果非常接近。

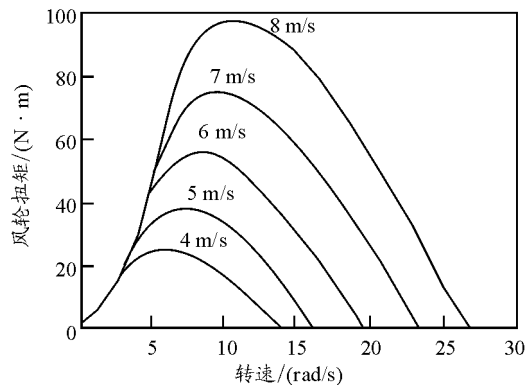


图 5 风力机出力矩特性 (变桨距角 5°)

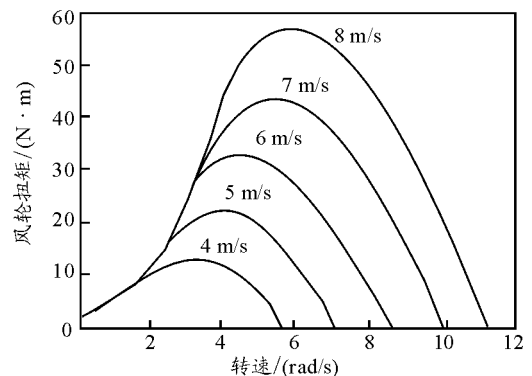


图 6 风力机出力矩特性 (变桨距角 15°)

10 结束语

仿真结果表明, 风力机静态特性数学模型及其计算方法是可信的, 可供相关技术人员参考。

参考文献:

[1] 叶杭冶. 风力发电机组的控制技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
 [2] 刘杨, 赖笑. 动力系统模型仿真在军事战争建模中的应用[J]. 四川兵工学报, 2010(4): 112-114.
 [3] D·勒古里雷斯. 风力机的理论与设计[M]. 施鹏, 译. 北京: 机械工业出版社, 1985.