doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.04.003

近似计算求解高炮相遇问题

李文才[1]，张翼[2]

（1. 中国兵器工业第 58 研究所 军品部，四川 绵阳 621000；2. 总装驻绵阳地区军代室，四川 绵阳 621000）

摘要：为简化高炮解相遇问题，基于高炮火控系统求解目标与炮弹相遇的问题的基本原理和常用于求解该问题所用的快速迭代法的特征值的物理意义，提出用平均速率法近似计算相遇点的炮弹末速度的方法计算特征值，以简化计算，减小计算量。仿真分析结果表明，使用特征值近似计算的迭代收敛速度与使用其定义式的结果基本一致。

关键词：平均速率；近似计算；快速跌代法；特征值

中图分类号：O171　　**文献标志码**：A

Antiaircraft Artillery System Encounter Resolving Based on Approximate Calculation Algorithm

Li Wencai[1], Zhang Yi[2]

(1. Dept. of Armament Products, No. 58 Research Institute of China Ordnance Industries, Mianyang 621000, China;
2. Representative's Office of General Armament Department in Mianyang, Mianyang 621000, China)

Abstract: In order to resolve antiaircraft artillery system encounter resolving simply, based on principle of target and artillery encounter in antiaircraft artillery fire control system and the physical meaning of eigen value in fast iterative method, calculate eigenvalue by using the method which average velocity method use to calculate artillery terminal velocity in approximate calculation encounter point. The method is simple, and can reduce the calculation amount. The result of analysis indicates that the iterative convergence velocity of this method is equal to its definition formula result.

Keywords: average velocity; approximate calculation; fast iterative method; eigen value

0　引言

防空高炮解相遇问题的实质是求出炮弹与运动目标在空间相遇点的位置，即在目标运动航路上找到一个点，当炮弹飞到该点时，目标也刚好到达该点，两者在这点相遇，达到命中目标的目的。快速迭代法因在迭代计算过程中收敛速度快，而被较多地应用到防空高炮武器系统中。因此，笔者介绍一种近似计算快速迭代法的特征值 $I(A)$ 的新方法，以提高命中率。

1　高炮解相遇问题的原理

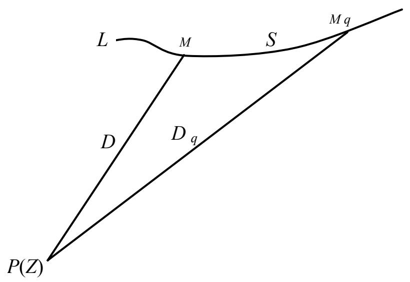

图 1　高炮与运动目标态势图

高炮与运动目标态势关系如图 1，L 为一运动目标航迹，P 点为高炮位置，目标某时刻位于 M 点，它相对于高炮的斜距离为 D，由于目标是运动的，此时需瞄准弹丸与目标在未来的相遇点 M_q 射击，方能命中目标。在炮弹飞抵相遇点的时间段内，目标运动矢量称为“提前量”，用 S 表示。

由图 1 中矢量三角形 ΔZMM_q 可以得到目标相对于 P 点的矢量方程为：

$$D_q = D + S = D + v \cdot t_f \tag{1}$$

其中：v 是目标在 MM_q 间的速度矢量；t_f 为炮弹飞行时间。t_f 和提前斜距离矢量 D_q 是 2 个弹道函数，根据射表，可以确定目标与炮弹相遇时关于 t_f 和 D_q 的弹道方程为：

$$t_f = f(D_q) \tag{2}$$

由式 (1) 和式 (2) 得到求解 t_f 和 D_q 的矢量方程组：

$$\begin{cases} D_q = D + S = D + v \cdot t_f \\ t_f = f(D_q) \end{cases} \tag{3}$$

防空高炮火控系统求解 t_f 和 D_q 的过程称为“解相遇问题”，该方程组被称为“解相遇问题的基

收稿日期：2010-12-12；修回日期：2011-01-28

作者简介：李文才（1975—），男，四川人，工程硕士，高级工程师，从事火力指挥与控制系统研究与开发研究。

本方程组”。

由于数字计算机能比较容易地实现复杂函数运算，所以目前通常是将矢量方程向直角投影轴系投影，以建立数字式火控系统解相遇问题的数学公式如下：

$$\begin{cases} X_q = X + f_X(t_f) \\ Y_q = Y + f_Y(t_f) \\ H_q = H + f_H(t_f) \\ D_q = \sqrt{X_q^2 + Y_q^2 + H_q^2} \\ t_f = f(D_q, H_q) \end{cases} \tag{4}$$

其中 $t_f = f(D_q, H_q)$ 称为外弹道方程，t_f 可通过插值射表或射表逼近表达式计算得。其余表达式为描述目标运动特性的运动方程，也称为相遇点的预测方程。X，Y，H 为目标现在点坐标，X_q，Y_q，H_q 为炮弹和目标的相遇点坐标，函数 $f_x(t_f)$，$f_Y(t_f)$，$f_H(t_f)$ 是炮弹飞行时间内目标在直角坐标改变量，其形式取决于对目标运动规律的假定。

2　快速迭代法解相遇问题

设相遇点为 $A(X_q，Y_q，H_q)$，根据参考文献[1]可知，快速迭代法求解相遇点处炮弹飞行时间的迭代数列满足下式：

$$\begin{cases} \overline{t_{mf}}^{(i)} = S^{(i)} t_f^i + (1 - S^{(i)}) . \overline{t_{mf}}^{(i-1)} \\ S^{(i)} = \dfrac{1}{1 - I(A^{(i-2)})} \end{cases} \tag{5}$$

$$(i = 1, 2, 3 \cdots)$$

其中 $S^{(i)}$ 为平方收敛速度最快意义下的迭代权系数，$I(A)$ 为相遇点处的特征值，$t_f^{(i)}$，$\bar{t}_{mf}^{(i)}$ 为由迭代方程中计算出来的弹飞时间迭代数列和目标飞行时间迭代数列。$I(A)$ 定义如下：

$$I(A) \underset{=}{\Delta} \frac{\partial f}{\partial X_q} v_{x_q} + \frac{\partial f}{\partial Y_q} v_{y_q} + \frac{\partial f}{\partial H_q} v_{H_q} \tag{6}$$

其中：$\dfrac{\partial f}{\partial X_q}$，$\dfrac{\partial f}{\partial Y_q}$，$\dfrac{\partial f}{\partial H_q}$ 分别为炮弹在各投影轴上 A 点处移动单位距离所用的时间；v_{X_q}，v_{Y_q}，v_{H_q} 分别为目标在 A 点在各投影轴上的分速度。根据参考文献[1]可知：$I(A)$ 的物理意义是相遇点的目标距离变化率和炮弹末速度之比，即：

$$I(A) = \frac{\text{目标距离变化率}}{\text{炮弹末速度}} \tag{7}$$

它是一个无量纲的数，其符号与目标在 A 点的距离变化率符号相同。当 $I(A) \le 0$，表示相遇点是临近的；当 $I(A)>0$ 表示相遇点是远离的。对于远离目标，当其值接近于 1 时候，表明相遇点处目标远离的距离变化率接近于炮弹末速度，此时解相遇问题已经失去了实际意义。从战术上说，完全可以放弃这个目标而转换火力去对付其它的威胁目标。由此可见，特征值 $I(A)$ 可以作为火力指挥控制技术中的一个示性数。

3　特征值 $I(A)$ 的近似计算

3.1　计算方法

如果按照式 (5) 计算 $I(A)$ 的值，需要在迭代方程组中引入射表中的弹丸存速与 (D_q, H_q) 函数关系式，其计算过程复杂，且计算量比较大，不适于工程应用。因此，在工程应用中，常通过近似逼近计算。平均速率法近似计算特征值 $I(A)$ 方法如下：

在用快速迭代法迭代求解相遇过程中，第 1 次迭代时，目标由现在点运动至航路上 M_0 点，运动时间为 t_{mf}^0，炮弹飞至 M_0 点的时间为 t_{df}^0，下次迭代时，目标由现在点运动至航路上 M_1 点的运动时间为 t_{mf}^1，炮弹飞至 M_1 点的时间为 t_{df}^1，从 M_0 到 M_1 距离为 ΔD，目标距离变化率为：$\dfrac{\Delta D}{t_{mf}^1 - t_{mf}^0}$，炮弹末速度用平均速率近似为：$\dfrac{\Delta D}{t_{df}^1 - t_{df}^0}$。由于 $I(A)$ 的物理意义是相遇点的目标距离变化率和炮弹末速度之比，可知：

$$I(A) = \frac{\dfrac{\Delta D}{t_{mf}^1 - t_{mf}^0}}{\dfrac{\Delta D}{t_{df}^1 - t_{df}^0}} = \frac{t_{df}^1 - t_{df}^0}{t_{mf}^1 - t_{mf}^0} \tag{8}$$

3.2　迭代初值的确定方法

某条航路首次解算射击诸元时的迭代初值的确定方法如下：$t_{mf}^0 = 0.0$，通过函数 $t_f = f(D_q, H_q)$ 计算出现在点弹丸飞行时间为 t_{df}^0，$t_{mf}^1 = t_{df}^0$，以 t_{mf}^1 为目标运动时间通过目标运动特性的运动方程计算出目标的未来点，并通过函数 $t_f = f(D_q, H_q)$ 计算该未来点弹丸飞行时间为 t_{df}^1，$I(A)$ 的初值即可计算得出，t_{mf}^1 为 $\bar{t}_{mf}^{(i)}$ 的初值，t_{df}^1 为 $t_f^{(i)}$ 的初值。

（下转第 11 页）

对表 1 的数据进行样条拟合处理，得到图 1 所示的拟合样条曲线。

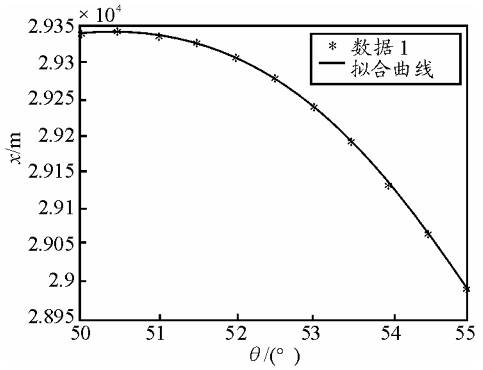

图 1　射程与射程角的二阶拟合曲线

当 $50° \le \theta \le 55°$，对表 1 的数据进行 2 次阶样条拟合，拟合方程见式 (2)。

$$x = -17.953\theta^2 + 1\,815.9\theta - 16\,572 \tag{2}$$

通过对式 (2) 求一阶导数，并令等式右边为 0，可以求得当 θ=50.573 7°=50°34′42″时，射程 y 具有最大值 29 346 m；故可以确定当初速为 900 m/s 时，弹药的最大射程角为 50°34′42″。

3　初速与最大射程角的关系

研究初速与最大射程角的关系，是通过计算最大射程角在相应的初速下得到的，表 2 给出了该弹初速为 850～1 200 m/s 之间的最大射程角。

表 2　初速与最大射程角的对应值表

初速 v/(m·s^{-1})	最大射程角/(°)	初速 v/(m·s^{-1})	最大射程角/(°)
850 ~ 880	50	980 ~ 990	52.5
890 ~ 900	50.5	1 000 ~ 1 020	53
910 ~ 930	51	1 030 ~ 1 090	53.5
940 ~ 950	51.5	1 100 ~ 1 160	54
960 ~ 970	52	1 170 ~ 1 200	54.5

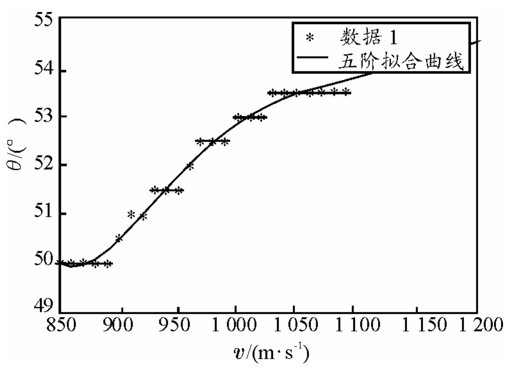

图 2　速度与射程角的五阶拟合曲线

对表格 2 的数据进行拟合处理，得到图 2 所示的初速与射程角五阶拟合曲线、等式 (3) 的五阶的拟合方程。

由图 2 可见，该口径高初速弹药的最大射程角与初速有关，初速越高，射程角越大。

$$\begin{aligned}\theta = &-1.046\,6\times10^{-11}v^5 + 5.547\,1\times10^{-8}v^4 - \\ &0.000\,117\,1v^3 + 12\,303v^2 - 64.294v + 13\,413\end{aligned} \tag{3}$$

通过式 (3) 可以求出任一给定初速所对应的最大射程角。

4　结束语

实践结果证明，该方法能应用到实践中，具有方便、快捷的优点。

参考文献：

[1] 实用弹道学[M]. 太原：中北大学.

[2] 浦发. 外弹道学[M]. 北京：国防工业出版社, 1980.

[3] 曾军令, 侯保林. 一种用于大口径火炮的气液弹射式输弹机[J]. 四川兵工学报, 2010, 31(1): 6–9.

[4] MATLAB 教程及实训[M]. 北京：机械工业出版社, 2009.

****

（上接第 9 页）

在某条航路完成第一次射击诸元计算后，$I(A)$、$\bar{t}_{mf}^{(i)}$ 和 $t_f^{(i)}$ 的初值为上次迭代结束后相应值。

4　仿真及结果

利用 25 mm 和 57 mm 高炮射表数据进行了仿真分析，弹道及气象条件为标准条件，目标运动规律假定为匀速直线运动，运动速度在 50～600 m/s 范围内。仿真结果为：用式 (8) 计算得到的 $I(A)$ 与用定义式得到的值之间的误差一般在 10^{-4}～10^{-2} 之间，2 种计算方法可以达到几乎相同的收敛速度。对于相遇点距离变化率绝对值在 600 m/s 之内的运动目标，当限定迭代精度 $\varepsilon = 10^{-4}\,s$ 时，一般迭代 2 次即可。

5　结束语

在计算快速迭代法特征值 $I(A)$ 时，该方法巧妙地利用 $I(A)$ 的物理意义，用平均速率法近似计算炮弹末速度，具有简单有效的特点。

参考文献：

[1] 张传富. 虚拟高炮训练仿真系统的设计与实现[D]. 长沙：国防科学技术大学, 2002.