

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.03.016

飞机俯仰姿态的 μ 鲁棒控制

李冀鑫^{1,2}

(1. 海军飞行学院 教研部, 辽宁 葫芦岛 125001;
2. 海军航空工程学院 研究生管理大队, 山东 烟台 264001)

摘要: 针对飞机飞行条件变化引起的模型不确定性问题, 基于 μ 控制理论设计鲁棒的俯仰姿态控制系统。根据干扰抑制原理将俯仰姿态控制系统设计转化为 μ 综合的一般框架, 将鲁棒性能问题转化为广义系统的鲁棒稳定性问题。利用 D-K 迭代算法求解得到 14 阶的 μ 控制器, 基于平衡截断方法将该控制器成功地降为 4 阶。对 μ 降阶控制器进行鲁棒性分析, 结果表明 μ 控制能兼顾系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能。

关键词: 飞行控制; 俯仰姿态; 结构奇异值

中图分类号: O232 **文献标志码:** A

μ Robust Control of Aircraft Pitch Attitude

Li Jixin^{1,2}

(1. Dept. of Teaching & Researching, Naval Flying Academy, Huludao 125001, China;
2. Administrant Brigade of Postgraduate, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: Aiming at the problem of model uncertainty caused by the change of flight conditions, robust pitch attitude control system is designed using μ control theory. The pitch attitude control system design is constructed into the general framework of μ synthesis according to the principle of interference suppression. And the robust performance problem is transformed into robust stability problem of augmented system. Secondly, the D-K iteration algorithm is used to solve the fourteenth-order controller. Then controller is reduced to fourth-order successfully using the balanced truncation model reduction procedure. Lastly, robustness analysis is performed in terms of the reduced-order μ controller. The reduced-order μ controller yields the desired robust stability as well as the robust performance.

Keywords: flight control; pitch attitude; structural singular value

0 引言

飞机俯仰姿态控制是常规自动驾驶仪的基本工作方式, 同时也是其他工作方式的基本控制器^[1]。随着飞机飞行包线的扩展, 姿态控制必须对飞行条件变化带来的气动参数摄动以及建模误差具有鲁棒性。常规的 PID 控制器尽管结构简单、易于实现, 但是存在着参数调整困难和鲁棒性不能令人满意的问题^[2]。目前, 常用的鲁棒控制设计方法是 H_∞ 控制和 μ 控制^[3]。在飞行控制系统设计中, H_∞ 控制得到了广泛应用^[4-6]。虽然 H_∞ 控制能实现一定的鲁棒稳定性, 却是以牺牲系统的某些性能为代价的, 存在着一定的保守性^[3,7]。而 μ 控制以结构奇异值作为系统鲁棒性的度量, 兼顾了控制系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能, 减小了设计的保守性^[3,8-9]。笔者首先根据干扰抑制原理将飞机俯仰姿态控制系统设计转化为 μ 控制的一般框架; 然后引入虚拟的不确定块将鲁棒性能问题转化为鲁棒稳定性问题; 最后选择适当的权函数使控制系统的性能满足要求。

1 飞机俯仰姿态的不确定性数学模型

飞机短周期运动的动力学数学模型可以采用线

性化方程表示如下^[1,5]:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= M_q q + M_\alpha \alpha + M_\eta \eta \\ \dot{\alpha} &= q + Z_\alpha \alpha + Z_\eta \eta \end{aligned} \quad (1)$$

俯仰姿态的运动学方程为

$$\dot{\theta} = q \quad (2)$$

式中, θ 、 q 、 α 和 η 分别是飞机的俯仰角、俯仰角速度、迎角和升降舵偏转角; M_q 、 M_α 和 M_η 分别对应于飞机的纵向俯仰阻尼导数、静稳定导数和升降舵操纵导数; Z_α 是飞机的升力导数, Z_η 是由于升降舵偏转引起的升力导数。气动导数和操纵导数的具体意义和表达式请参见文献[1]。图 1 为飞机短周期模态的信号流程图。

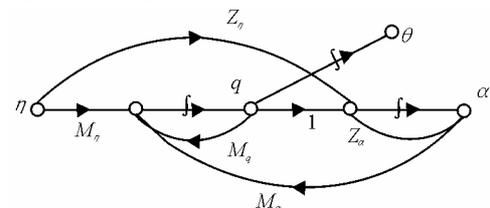


图 1 飞机短周期模态的信号流程图

式 (1) 中气动导数的标称值是在某一基准飞行条件下计算出来的。随着飞行条件的变化, 它们必

收稿日期: 2010-10-09; 修回日期: 2010-12-09

作者简介: 李冀鑫 (1976—), 男, 河北人, 博士研究生, 从事舰载飞机起降动力学及其控制研究。

然存在着不确定性。以 M_α 为例，计算公式为 $M_\alpha = 0.5\rho V^2 S b_A C_m^\alpha / I_y$ 。其中， ρ 是空气密度； V 是飞行速度； S 是机翼面积； b_A 是平均空气动力弦长； I_y 是飞机绕横轴的转动惯量； C_m^α 是俯仰力矩系数对迎角的导数，即迎角静稳定度。在这些因素中，空气密度随着飞行高度而改变；由飞行任务决定的武器弹药装载情况会引起转动惯量的变化和重心位置的移动，这会引引起迎角静稳定度 C_m^α 的摄动。所有这些因素都会引起气动导数的不确定性。

实际的系统不仅存在上述的参数摄动，而且还存在着未建模动态的影响。另外，实际的飞行控制系统常常采用俯仰角速度反馈形成阻尼器以改善飞机短周期的飞行品质。因此，如果用输入乘法不确定性表示系统的建模误差，并且把不确定性 Δ “抽”出来，则系统的结构如图 2。俯仰姿态的不确定模型可以用上线性分式变换^[3]的形式表示为式 (3) (根据需要省略传递函数的自变量 s)：

$$G_\theta = F_u(\bar{G}, \Delta) \quad (3)$$

式中

$$\bar{G} = \begin{pmatrix} \bar{G}_{11} & \bar{G}_{12} \\ \bar{G}_{21} & \bar{G}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k_q G_d G_q W_d}{1+k_q G_d G_q} & \frac{G_d W_d}{1+k_q G_d G_q} \\ G_q & G_d G_q \\ s(1+k_q G_d G_q) & s(1+k_q G_d G_q) \end{pmatrix}$$

其中， G_d 描述舵机的动态特性，表示为如下的传递函数^[6]：

$$G_d = \frac{1 \ 325}{s^2 + 29.85s + 1 \ 325} \quad (4)$$

G_q 是由式 (1) 决定的，从升降舵偏转角到俯仰角速度的传递函数。不确定性 Δ 满足 $\|\Delta(s)\|_\infty \leq 1$ ； $W_d(s)$ 表示不确定性的界。

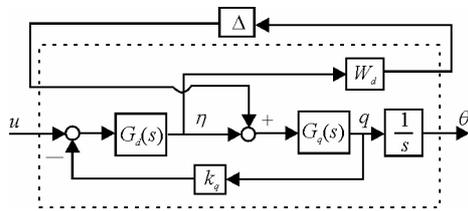


图 2 飞机俯仰姿态不确定性模型

2 飞机俯仰姿态 μ 控制器设计

2.1 结构奇异值理论

图 3 所示的标准反馈互联结构中， $M \in C^{n \times n}$ 是稳定的传递函数矩阵； $\Delta \in \mathcal{A}$ 表示结构化不确定性的分块对角阵集合，具有与 M 相匹配的维数。

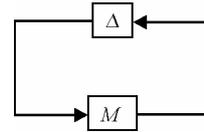


图 3 标准反馈互联结构

M 关于 Δ 的结构奇异值定义如下：

$$\mu_\Delta(M) = \begin{cases} \frac{1}{\min(\bar{\sigma}(\Delta): \Delta \in \mathcal{A}, \det(I - M\Delta) = 0)} & (5) \\ 0 & \det(I - M\Delta) \neq 0 \quad \forall \Delta \in \mathcal{A} \end{cases}$$

结构奇异值描述了反馈系统在不确定性摄动下的鲁棒稳定裕度； $\mu_\Delta(M)$ 越小，系统所能承受的不确定摄动越大 (在 $\|\Delta\|_\infty$ 范数意义下)。利用结构奇异值进行控制系统分析和设计的基础是鲁棒稳定性定理和鲁棒性能定理，该定理详见参考文献[3]。

2.2 阻尼器参数选择

设计算例采用文献[6]给出的气动导数，即 $M_q = -0.254 \ 4$ 、 $M_\alpha = -1.166$ 、 $M_\eta = -1.815$ 、 $Z_\alpha = -0.343$ 和 $Z_\eta = -0.072 \ 1$ 。基于以上数据分析飞机的运动特性发现，其短周期阻尼仅为 0.27。而一级飞行品质要求短周期阻尼在 0.35 和 1.30 之间^[10]。如果把俯仰角速度的反馈增益选择为 $K_q = 1$ ，则系统的短周期阻尼为 0.915，满足了一级飞行品质的要求。

2.3 基于干扰抑制原理的设计框架

假设 r 是系统的参考输入， y 是作为量测输出的跟踪误差， w 是施加于系统输出端的外部干扰。为衡量系统的性能，引入评价信号 $z = (z_1 \ z_2)^T$ ，以及相应的加权函数 w_p 和 w_u ，使得 $z_1 = w_p \cdot (\theta + w)$ 、 $z_2 = -w_u \cdot u$ 。采用线性分式变换的表示方法，把不确定性和控制器“抽”出来，则可以得到图 4 所示的一般框架。

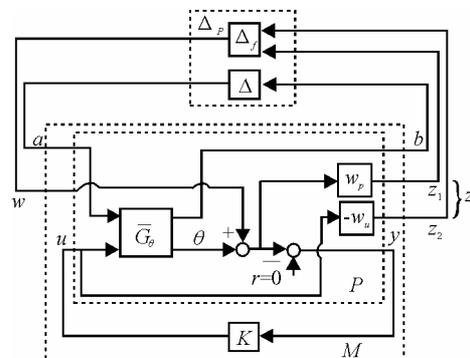


图 4 俯仰姿态 μ 综合框架

图 4 中虚线内所示的部分就是广义被控对象 P 的内部结构，经过推导可得：

$$P = \begin{pmatrix} \bar{G}_{11} & 0 & \bar{G}_{12} \\ w_p \bar{G}_{21} & w_p & w_p \bar{G}_{22} \\ 0 & 0 & -w_u \\ -\bar{G}_{21} & -1 & -\bar{G}_{22} \end{pmatrix} \quad (6)$$

图 4 中点划线内的部分是 M 的结构，按照 b 、 a 、 w 和 z 的维数把 M 进行分块，即：

$$M = F_l(P, K) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (7)$$

则由 w 到 z 的传递函数矩阵可以采用上线性分式变换表示为：

$$T_{zw} = F_u(M, \Delta) = M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} \quad (8)$$

可见，不确定性 Δ 就是通过 M_{11} 、 M_{12} 和 M_{21} 进入系统进行摄动的。

飞机俯仰姿态控制系统设计问题可以描述为：针对具有不确定性 Δ 的被控制对象 $G_\theta(s)$ ，选择合适的权函数 w_p 和 w_u ，设计正则实有理的稳定化控制器 $K(s)$ ，使闭环系统满足以下要求：

- 1) 鲁棒稳定性，即 $\mu_\Delta(M_{11}) < 1$ 。
- 2) 鲁棒性能，即 $\|T_{zw}\|_\infty < 1$ 。

为了应用 μ 理论设计控制系统，引入虚拟的不确定块 $\Delta_f \in C^{1 \times 2}$ ，且 $\|\Delta_f\|_\infty \leq 1$ ，使得 $w = \Delta_f \cdot z$ 。定义增广不确定性 $\Delta_p = \text{diag}(\Delta, \Delta_f)$ 。 μ 控制器的设计框架如图 4。

根据鲁棒性能定理，对鲁棒性能的要求可以转化为对 M 关于增广不确定性 Δ_p 的结构奇异值的要求，即 $\mu_{\Delta_p}(M) < 1$ 。控制系统的设计转化为如下的优化问题：

$$\min_K \sup_\omega \mu_{\Delta_p}(F_l(P, K)(j\omega)) \quad (9)$$

2.4 加权函数的选择

μ 鲁棒控制系统的设计性能在很大程度上取决于权函数 w_p 和 w_u 的选择。具体来说，由于参考输入和外部干扰一般是低频信号，为了达到较好的跟踪和干扰抑制效果， w_p 在低频段应该具有较高的增益，选择为如下形式：

$$w_p(s) = k_p \frac{s^2 + 2\xi_n \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2} \quad (10)$$

式中， $\omega_d < \omega_n$ ，调节参数可以改善控制系统的性能。经试凑研究确定这些参数取值为： $k_p = 0.92$ 、 $\omega_n^2 = 18$ 、 $\omega_d^2 = 0.01$ 、 $\xi_n = 0.47$ 、 $\xi_d = 40$ 。

w_u 的作用是限制控制量的大小，防止系统在实

际工作中产生严重的饱和现象以及控制量过大而导致执行器损害。由于飞机水平尾翼的偏转角度一般为 $\pm 20^\circ$ ，所以选择：

$$w_u = 20^{-1} = 0.05 \quad (11)$$

不确定性的界函数可以表示为：

$$W_d(s) = 0.3 \times \frac{s+100}{s+500} \quad (12)$$

该界函数表示系统模型在低频段存在着 6% 的建模误差，而在高频段建模误差达到 30%。

2.5 μ 控制器的求解和降阶

引入正定的对角化标度矩阵 $D_l \in C^{3 \times 3}$ 和 $D_r \in C^{2 \times 2}$ ，满足条件^[11]： $D_l \Delta_p = \Delta_p D_l$ ， $D_l = D_l^*$ ， $D_r = D_r^*$ 。

则 μ 值满足不等式：

$$\mu_{\Delta_p}(F_l(P, K)) \leq \inf_{D_l, D_r} \bar{\sigma}(D_l F_l(P, K) D_r^{-1}) \quad (13)$$

利用该不等式可以把式 (9) 对 μ 值的优化转化为对其上界的优化，所以优化目标变为：

$$\begin{aligned} \min_K \sup_\omega \inf_{D_l, D_r} \bar{\sigma}(D_l F_l(P, K) D_r^{-1}(j\omega)) = \\ \min_K \inf_{D_l, D_r} \sup_\omega \bar{\sigma}(D_l F_l(P, K) D_r^{-1}(j\omega)) = \\ \min_{K, D_l, D_r} \|D_l F_l(P, K) D_r^{-1}\|_\infty \end{aligned} \quad (14)$$

对于固定的标度矩阵 D_l 和 D_r ，式 (14) 就是标准的 H_∞ 控制问题；对于固定的 $K(s)$ ，式 (14) 就是关于 D_l 和 D_r 的凸优化问题。上述问题可采用对标度矩阵 D_l 、 D_r 和控制器 K 交替进行优化的方法求解。这个过程可借助 Matlab 提供的 mu 工具箱编程求解^[11]。

求解得到 14 阶的 μ 控制器。为便于应用，必须对控制器进行降阶，降阶的原则是保证 $\mu_\Delta(M_{11}) < 1$ 和 $\mu_{\Delta_p}(M) < 1$ ，即降阶控制器仍然要满足鲁棒稳定性和鲁棒性能的要求。为此，首先采用平衡截断法^[11]将控制器降为 5 阶；然后采用主导极点方法又消去一对偶极子得到 4 阶的控制器，即：

$$K_\mu(s) = \frac{-32(s+29.7)(s^2+2.3s+1.8)}{(s+5.0)(s+0.3)(s^2+15.3s+140.4)} \quad (15)$$

2.6 鲁棒性分析

对控制系统进行鲁棒性分析，首先要根据式 (6) 求得图 5 中的 M ；然后，取出 M_{11} 并计算 $\mu_\Delta(M_{11})$ 进行鲁棒稳定性分析；最后，计算 $\mu_{\Delta_p}(M)$ 进行鲁棒性能的分析。

作为对比，基于完全相同的加权函数采用

matlab 的 hinftopt 函数设计了 H_∞ 控制器, 采用主导极点法降阶后得到 4 阶的 H_∞ 控制器, 即:

$$K_\infty(s) = \frac{-24.9(s+13.3)(s^2+2.5s+1.9)}{(s+8.0)(s+0.3)(s^2+8.7s+36.9)} \quad (16)$$

分别采用式 (15) 的 μ 控制器和式 (16) 的 H_∞ 控制器计算 $\mu_\Delta(M_{11})$ 和 $\mu_{\Delta_p}(M)$ 的频率响应如图 5。

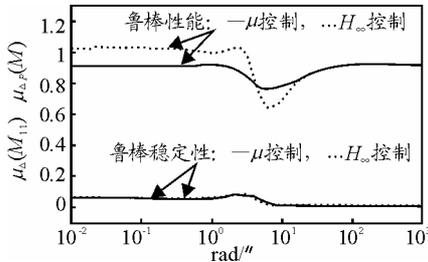


图 5 鲁棒性分析

图 5 下部的实线和虚线表示分别采用 μ 控制和 H_∞ 控制的鲁棒稳定性, 即结构奇异值 $\mu_\Delta(M_{11})$ 的频率响应曲线。可见其峰值分别为 0.083 和 0.087, 表示 2 种控制器能够承受的最大不确定性分别为 $0.083^{-1}=12.04$ 和 $0.087^{-1}=11.49$, 这说明 2 种控制器都能够使系统鲁棒稳定。图 5 上部的实线和虚线表示分别采用 μ 控制和 H_∞ 控制的鲁棒性能, 即结构奇异值 $\mu_{\Delta_p}(M)$ 的频率响应曲线。可见其峰值分别为 0.922 和 1.031, 这表明 μ 控制实现了系统的鲁棒性能, 而 H_∞ 控制没有实现系统的鲁棒性能。所以 μ 控制既实现了系统的鲁棒稳定性又实现了鲁棒性能, 避免了 H_∞ 控制的保守性。

3 仿真结果

首先以俯仰角对阶跃输入信号的响应验证系统的跟踪性能; 然后, 仿真系统在气动参数摄动条件下的响应以验证其鲁棒性。

系统对俯仰角阶跃输入的响应如图 6。可见, 阶跃响应快速准确, 上升时间为 0.83 s (以首次到达终值的时间计算), 超调量为 10.85%。图 7 说明控制器产生的控制信号使升降舵迅速上偏 (下偏为正), 产生使飞机抬头的俯仰操纵力矩。

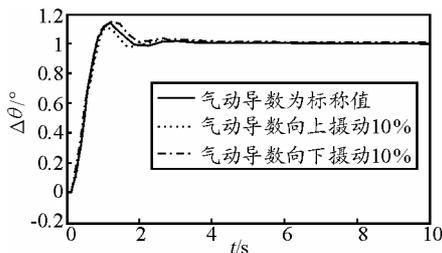


图 6 俯仰角的阶跃响应

对鲁棒性能的检验方法是把气动导数分别向上

和向下施加 10% 的摄动, 俯仰角的阶跃响应如图 6 中的虚线和点划线。可见, 该控制系统对于气动参数的摄动具有较好的鲁棒性能。

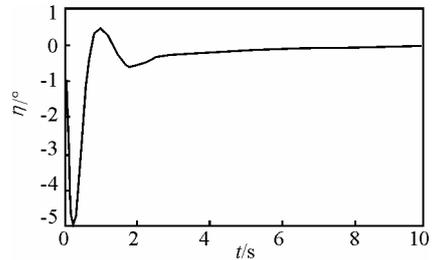


图 7 升降舵变化

4 结论

仿真结果表明, μ 控制的性能良好, 对气动参数的摄动具有一定的鲁棒性。经研究, 在 μ 控制中的加权函数对所设计的控制系统性能影响较大, 而加权函数一般基于设计经验采用试凑的方法来选择。因此, 在将 μ 控制应用于飞行控制设计时, 如何最优地确定加权函数是下一步研究的方向。

参考文献:

- [1] 吴森堂, 费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009.
- [2] 胡剑波, 辛海良. 飞机姿态角稳定系统的标准系数法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(1): 152-155.
- [3] 周克敏, DOYLE J C, GLOVER K. 鲁棒与最优控制[M]. 毛剑琴, 钟宜生, 林岩, 等译. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [4] NIEWOEHNER R J, KAMINER I I. Design of an Autoland Controller for an F-14 Aircraft Using H_∞ Synthesis[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1996, 19(3): 656-663.
- [5] REINER J, BALAS G J, WILLIAM L G. Robust Dynamic Inversion for Control of Highly Maneuverable Aircraft[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1995, 18(1): 18-24.
- [6] SUBRAHMANYAM M B. H_∞ Design of F/A-18A Automatic Carrier Landing System[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1994, 17(1): 187-191.
- [7] BALAS G J, LIND R. Optimal Scaled H_∞ Full Information Control Synthesis with Real uncertainty[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1996, 19(4): 855-862.
- [8] SPARKS A, SIVA B. Application of Structured Singular Value Synthesis to a Fighter Aircraft[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1994, 16(5): 940-947.
- [9] 胡兆丰. 人机系统和飞行品质[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994.
- [10] BALAS G J, DOYLE J C, GLOVER K, et al. MATLAB μ -analysis and Synthesis Toolbox User's Guide[M]. American Natick: The Math Works Inc., 1998.
- [11] 王广雄, 何朕. 控制系统设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.