

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.02.024

# 基于测量时差和方位角的定位方法的误差分析

朱福成

(绵阳职业技术学院 信息工程系, 四川 绵阳 621000)

**摘要:** 为实现对静/动目标的有效定位, 推导出定位精度的几何稀释(Geometric Dilution of Positioning Accuracy, GDOP)的协方差矩阵计算公式和 GDOP 的影响因素。利用时差和目标方位角对静/动目标进行定位的基本原理, 可得到定位精度的一般表达式及其理论曲线, 以及其目标和接收机之间的相对几何关系与测量误差的关系, 可有效实现对静/动目标的定位。

**关键词:** 目标定位; 时差和方位角定位; 协方差矩阵; GDOP 定位误差

**中图分类号:** O241.1; TP206<sup>+</sup>.1 **文献标志码:** A

## Error Analysis of Positioning Method Based on Measure Time Difference and Azimuth

Zhu Fucheng

(Dept. of Information & Control, Mianyang Vocation & Technical College, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** The computing formula of the covariance matrix of GDOP (geometric dilution of positioning accuracy) and the factors influencing it are derived by using time difference and target azimuth to analyze the basic principles and positioning accuracy for positioning the static/ moving targets. Using TDOA position method, the general expression and the theoretical curve of positioning accuracy, as well as the relation between the measurement error and the relative geometrical relation between the target and the receiver can be obtained, which can be used to effectively position the static/moving target.

**Keywords:** target position; time difference and azimuth position; covariance matrix; positioning error of GDOP

### 0 引言

在利用被动辐射信号进行目标定位的问题中, 定位是其中的一个步骤, 假设时差  $\Delta T$  和目标方位角  $\theta$  已由测量和信号处理算法得到, 利用它可对目标进行定位。笔者对基于测量时差和方位角的定位方法进行误差分析, 以有效实现对静/动目标的定位。

### 1 时差定位问题的基本方法

#### 1.1 静目标情况下的定位问题

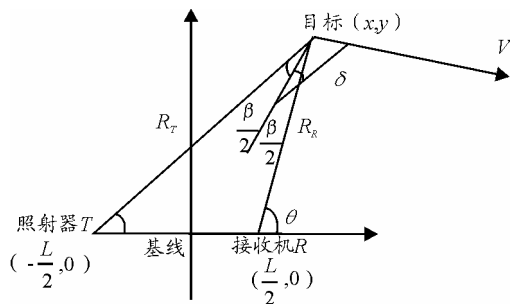


图 1 时差定位的基本原理图

如图 1 所示, 假设目标静止不动, 发射基地和接收基地也静止不动, 照射器为非合作的发射器, 基线  $L$  为发射基地和接收基地的距离,  $R_T$ 、 $R_R$  分别为发射基地和接收基地距目标的距离。 $\theta$  为定位平

面上以接收基地为顶点的方位角, 也称为定位平面上的目标视角。在图 1 中矢量  $V$  为目标速度矢量在定位平面上的投影分量, 其幅值为  $V$ , 视线角为  $\delta$ , 它以目标角平分线为基准逆时针旋转为正直。由于发射基地和接收基地静止不动, 可推导出目标回波的多普勒频移的表达式。设接收机  $R$  接收的照射器  $T$  的直射信号和经过目标反射回来的反射信号的时间延迟为  $\Delta T$ , 电磁波的传播速度为  $C$ 。有以下三角函数关系:

$$\begin{cases} R_T + R_R - L = n = C\Delta T \\ \cos(180^\circ - \theta) = \frac{L^2 + R_R^2 - R_T^2}{2LR_R} \end{cases} \quad (1)$$

令:  $\rho = R_T + R_R$ , 将  $R_T = \rho - R_R$  和  $R_R = \rho - R_T$  代入式 (1), 可得:

$$\begin{aligned} R_R &= \frac{\rho^2 - L^2}{2(\rho + L \cos \theta)} \\ R_T &= \frac{\rho^2 + L^2 + 2\rho^2 L \cos \theta}{2(\rho + L \cos \theta)} \end{aligned} \quad (2)$$

由式 (2) 知, 要实现对目标的定位, 须知道  $\rho$  和  $\theta$ 。其中,  $\rho$  可由式  $\rho = C\Delta T + L$  求得, 式中电磁波的传播速度  $C$  和基线的距离  $L$  都可视为已知, 目标视角  $\theta$  可由相控阵天线完成。所以要对一个目标

收稿日期: 2010-10-10; 修回日期: 2010-11-15

作者简介: 朱福成 (1969—), 男, 四川人, 羌族, 副教授, 从事电子信息技术、通信技术和楼宇智能化研究。

进行定位，首先要知道直射信号和目标回波信号的时间延迟  $\Delta T$  和目标视角  $\theta$ ，因而该定位方法叫做时差和目标方位角定位方法。时差  $\Delta T$  的提取可用相关法求得，由于这里用到非合作式发射器， $\Delta T$  的提取可能存在一定的困难，另外还要考虑发射和接受设备在时间、频率、空间的同步性，这就增加了信号处理的难度。

### 1.2 动目标情况下的定位问题

上面只是对一个在二维平面上固定目标的定位方法，对一个运动目标来讲，还须知道时差定位系统中目标的回波的多普勒频移  $f_d$ 。 $f_d$  是发射信号的波长  $\lambda$  的散射信号的总路径长度随时间的变化率：

$$f_d = \frac{1}{\lambda} \frac{d}{dt} [R_T + R_R] = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{dR_T}{dt} + \frac{dR_R}{dt} \right) \quad (3)$$

由图 1 可分别得到目标相对发射基地和接收基地的径向速度为：

$$\begin{aligned} \frac{dR_T}{dt} &= V \cos\left(\delta + \frac{\beta}{2}\right) \\ \frac{dR_R}{dt} &= V \cos\left(\delta - \frac{\beta}{2}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

由式 (3)、式 (4) 可得只有目标运动引起的多普勒频移为：

$$f_d = \frac{V}{\lambda} \left[ \cos\left(\delta + \frac{\beta}{2}\right) + \cos\left(\delta - \frac{\beta}{2}\right) \right] = \frac{2V}{\lambda} \cos \delta \cos \frac{\beta}{2} \quad (5)$$

由式 (5) 知，多普勒频移  $f_d$  和目标的运动速度  $V$ 、双基地角  $\beta$ （以目标为顶点，发射基地、接收基地与目标连线之间的夹角）有关，并且对所有的  $\beta$ ，当目标的速度矢量垂直于双基地角平分线时，即  $\delta = \pm 90^\circ$  时，多普勒频移为 0。

由前面讨论可知，要对一个动目标进行定位，除了知道时差  $\Delta T$ 、目标方位角  $\theta$  以外，还需知道动目标的多普勒频移  $f_d$ 。

## 2 定位误差理论分析

目标的定位精度指定位系统对目标位置估计的精度，任何一种定位系统对不同空间位置的目标，其定位精度是不同的。这就意味着目标位置的定位误差与目标相对与定位站的相对几何关系是密切相关的。不同几何布局的定位站对同一空间的目标，其定位误差是不同的，故需研究定位误差与定位站几何布局之间的关系。同样地，在定位站几何布局已定的条件下，了解这种定位系统对不同空间位置上目标的定位误差分布，对有效地使用这种定位系统，精确地对目标进行跟踪也是十分必要的。为描述定位误差与几何的关系，用“定位精度的几何稀

释”（Geometric Dilution of Positioning Accuracy, GDOP）来描述定位精度。DGOP 描述定位误差的三维几何分布，其定义为：

$$GDOP = [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2]^{1/2}$$

在二维平面内描述定位误差在平面上的分布可用  $GDOP = [\sigma_x^2 + \sigma_y^2]^{1/2}$ 。因为在三维的平面上定位精度的分析方法类似于二维平面，故只重点分析无源时差定位误差在二维平面上的分布。

如图 1 所示的时差定位系统在二维平面上的几何布置，这种定位系统的间接测量值是距离和  $\rho = R_T + R_R = C\Delta T + L$  和方位角  $\theta$ ，直接测量时差  $\Delta T$  和  $\theta$ ，从定位平面图可得到：

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} \frac{\rho^2 \cos \theta + \rho L}{L \cos \theta + \rho} \\ y &= \frac{1}{2} \frac{(\rho^2 - L^2) \sin \theta}{L \cos \theta + \rho} \end{aligned} \quad (6)$$

设  $\rho$  和  $\theta$  的测量误差为零均值，方差为  $(d\rho)^2$  和  $(d\theta)^2$  的高斯分布的随机变量，且它们是互不相关的。由上式可得出二维平面上的测量误差：

$$\begin{aligned} dx &= \frac{\partial x}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial x}{\partial \theta} d\theta = \\ &= \frac{(2\rho \cos \theta + L)(L \cos \theta + \rho) - (\rho^2 \cos \theta + \rho L)}{2(L \cos \theta + \rho)^2} d\rho + \\ &= \frac{(-\rho^2 \sin \theta)(L \cos \theta + \rho) - (\rho^2 \cos \theta + \rho L)(-L \sin \theta)}{2(L \cos \theta + \rho)^2} d\theta = \\ &= \frac{\rho^2 \cos \theta + 2\rho L \cos^2 \theta + L^2 \cos \theta}{2(L \cos \theta + \rho)^2} d\rho + \frac{\rho L^2 \sin \theta - \rho^3 \sin \theta}{2(L \cos \theta + \rho)^2} d\theta \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} dy &= \frac{\partial y}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial y}{\partial \theta} d\theta = \\ &= \frac{2\rho L \cos \theta \sin \theta + \rho^2 \sin \theta + L^2 \sin \theta}{2(L \cos \theta + \rho)^2} d\rho + \frac{\rho^2 L + \rho^3 \cos \theta - L^3 - \rho L^2 \cos \theta}{2(L \cos \theta + \rho)^2} d\theta \end{aligned} \quad (8)$$

设  $dX = [dx \quad dy]^T$ ， $dV = [d\rho \quad d\theta]^T$ ，有：

$$\begin{aligned} A &= \frac{\rho^2 \cos \theta + 2\rho L \cos^2 \theta + L^2 \cos \theta}{2(L \cos \theta + \rho)^2} \\ B &= \frac{\rho L^2 \sin \theta - \rho^3 \sin \theta}{2(L \cos \theta + \rho)^2} \\ C &= \frac{2\rho L \cos \theta \sin \theta + \rho^2 \sin \theta + L^2 \sin \theta}{2(L \cos \theta + \rho)^2} \\ D &= \frac{\rho^2 L + \rho^3 \cos \theta - L^3 - \rho L^2 \cos \theta}{2(L \cos \theta + \rho)^2} \end{aligned} \quad (9)$$

则前面的关系式可表示为  $dX = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} dV$ 。再设定位误差协方差矩阵：

(下转第 84 页)

参考文献:

[1] 李晓麟. 实用电子装联技术[J]. 电子工艺技术, 2001, 22(6): 272-274.  
 [2] 李晓麟. 整机装联中的接地技术与处理[G]. 中国兵工学会第三期电装工艺技术高级研修班资料汇编.  
 [3] 孙延林. 电子工业静电防护指南[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006: 76-80.

[4] 刘玲, 郝云刚. 伺服箱体的电磁屏蔽设计[J]. 兵工自动化, 2009, 28(12): 41-44.  
 [5] 贾忠中. SMT 工艺质量控制[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007: 86-89.  
 [6] 郭云松, 张子车, 姚淳. 电磁兼容中的接地技术. (2009-07-22)http://www.21ic.com/app/analog/200907/45237.htm

\*\*\*\*\*

(上接第 81 页)

$$P_{dx} = E[dXdX^T] = \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix} \{ E[dVdV^T] \} \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}^{-1} \quad (10)$$

式中,  $E[dVdV^T] = \text{diag}[\sigma_\rho^2, \sigma_\theta^2]$

定义  $P_{dx} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$  将

$$\rho = \sqrt{(x - \frac{L}{2})^2 + y^2} + \sqrt{(x + \frac{L}{2})^2 + y^2}$$

$$\cos \theta = \frac{x - \frac{L}{2}}{\sqrt{(x - \frac{L}{2})^2 + y^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{\sqrt{(x - \frac{L}{2})^2 + y^2}}$$

代入式 (9) 中的 A、B、C、D 得:

$$\sigma_x^2 = (A^2(d\rho)^2 + B^2(d\theta)^2) / E^2$$

$$\sigma_y^2 = (C^2(d\rho)^2 + D^2(d\theta)^2) / E^2$$

$$\sigma_{xy} = (A^2(d\rho)^2 + B^2D^2(d\theta)^2) / E^2$$

$$A' = \frac{(x - L/2)^2}{((x - L/2)^2 + y^2)^2}$$

$$B' = \left( \frac{x - L/2}{\sqrt{(x - L/2)^2 + y^2}} + \frac{x + L/2}{\sqrt{(x + L/2)^2 + y^2}} \right)^2 \quad (11)$$

$$C' = \frac{y^2}{((x - L/2)^2 + y^2)^2}$$

$$D' = \left( \frac{x - L/2}{\sqrt{(x - L/2)^2 + y^2}} + \frac{x + L/2}{\sqrt{(x + L/2)^2 + y^2}} \right)^2$$

$$E = (x + y - L/2)(x - L/2 + \frac{(x + L/2)\sqrt{(x - L/2)^2 + y^2}}{\sqrt{(x + L/2)^2 + y^2}})$$

再把  $\rho = C\Delta T + L$  得出的  $d\rho = C d\Delta T$  代入误差协方差矩阵得:

$$\sigma_x^2 = (A'^2 C^2 (d\Delta T)^2 + B'^2 (d\theta)^2) / E^4 \quad (12)$$

$$\sigma_y^2 = (C'^2 C^2 (d\Delta T)^2 + D'^2 (d\theta)^2) / E^4$$

$$\sigma_{xy}^2 = (A'^2 C^2 (d\Delta T)^2 + B' D' (d\theta)^2) / E^4$$

式 (12) 中, C 是电磁波的传播速度, 由此看出误差的协方差矩阵与时差测量误差  $d\Delta T$  及方位角测量误差  $d\theta$  有直接的关系。代入误差协方差矩阵得:

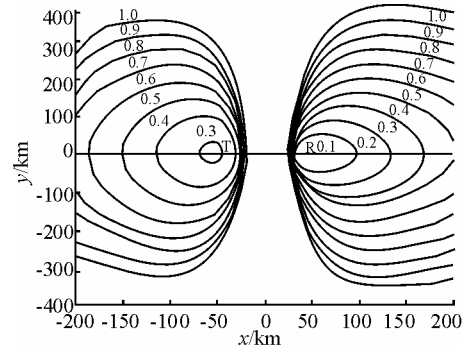
误差协方差矩阵:  $P_{dx} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$

定位精度:  $GDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (13)$

可见, 误差协方差矩阵不但是测量目标的直角坐标 x、y 函数, 还与所测得的时差测量的精度  $d\Delta T$ 、方位角测量精度  $d\theta$  有关。

3 GDOP 的理论曲线

根据式 (13) 可画出等剖面的 GDOP 等值线分布图如图 2。



$d\Delta T = 0.33 \mu s, d\theta = 3 \text{ mrad}, T(-40 \text{ km}, 0), R(40 \text{ km}, 0)$

图 2 等剖面的 GDOP 等值线分布图

由图 2 可知, 测量误差以及目标的位置对定位精度产生影响的规律为: 存在一个精度较差的基线区, 在基线内几乎不可以对目标进行定位, R 站区的定位精度较高, 而且离 R 站越近定位精度越高; 而在 T 站区定位精度较差, 离 R 站越近定位精度越高, 离 R 站越远定位精度越低; 时差越大定位精度越低, 时差越小定位精度越高, 说明这种系统对低空飞行的目标有很好的探测性能。

4 小结

利用该方法可得到定位精度的一般表达式及其理论曲线, 以及目标和接收机之间的相对几何关系与测量误差的关系, 可有效实现对静/动目标的定位。

参考文献:

[1] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.  
 [2] 杨振起, 张永顺, 骆永军. 双(多)基地雷达系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.  
 [3] Target Tracking Using Television-Based Bistatic Radar P. E. Howland PhD MEng CEng MIEE 2001.