doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2011.02.005

随机服务系统在装备需求预测与决策建模中的应用

李树广[1,2]，赵彦峻[1,3]，徐诚[1]
（1. 南京理工大学 机械工程学院，南京 210094；2. 防化指挥工程学院 军事学术研究所，北京 102205；
3. 山东理工大学 机械工程学院，山东 淄博 255000）

摘要：为解决复杂约束条件下装备维修保障决策难题，运用随机服务系统原理进行装备需求预测与决策建模。结合装备维修保障需求预测与决策问题实际，系统分析随机服务系统模型的基本组成、分布规律、表示方法及主要模型和衡量指标，提出基于保障效率约束条件的装备维修保障需求预测与决策方法，结合装备维修保障实际建立了装备维修保障的损失函数概念，并运用实例验证了该方法的可行性和有效性。该研究结论对创新装备维修保障需求预测与决策方法，推进装备维修保障精确化发展具有一定的现实意义。

关键词：装备需求；随机服务系统；预测与决策方法；损失函数
中图分类号：C945.25; O224 **文献标志码**：A

Application of Randomized Service System in Modeling of Equipment Demand Forecasting and Decision-Making

Li Shuguang[1,2], Zhao Yanjun[1,3], Xu Cheng[1]
(1. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China;
2. Military Academic Research Center, Institute of Chemical Defense, Beijing 102205, China;
3. School of Mechanical Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China)

Abstract: To solve the difficulty of decision making on equipment maintenance and insurance under restricted conditions, based on the principal of randomized service system, setting up the equipment demand forecasting and decision-making modeling. By combining the demand forecasting on equipment maintenance and insurance with the decision making process, conducting a systematic analysis on the basic components, distribution law, denotative method, primary model and evaluating index of the randomized service system, the method of equipment maintenance and insurance forecasting and decision making based on the maintenance efficiency is set forth, the concept of loss function of equipment maintain insurance is established by the examples of equipment maintaining insurance, the feasibility and validity is validated by using examples. The conclusion shows great realistic significance on innovating methods of equipment demand forecasting and decision-making and advancing the building of the precision of equipment maintaining insurance.

Keywords: equipment demand; randomized service system; forecasting and decision-making method; loss function

0 引言

装备维修保障需求预测与决策问题，不仅预测涉及的影响因素多，而且决策所受制约条件复杂，要实现装备维修保障精确化，简单运用现代数学理论方法，不仅难以得到符合实际的维修保障需求预测的数学模型，而且即使建立了维修保障需求预测的数学模型，决策问题仍需进行具体问题具体分析，才能得到比较符合实际的、满意的精确方案。

随机服务系统理论又称排队论，它源于 20 世纪初丹麦数学家、电气工程师爱尔朗（A.K.Erlang）用概率论方法研究电话通话问题，开创了这门应用数学学科。它是通过分析各种服务系统在排队等待中的概率特性，来解决系统的最优设计和最优控制，已成为应用概率和随机运筹的重要分支。故将随机服务系统应用到装备需求预测与决策建模中，以提高装备维修保障水平和装备保障信息化水平。

1 基本概念[1]

1.1 随机服务系统模型的基本组成

随机服务系统由服务对象（顾客）、服务台和排队规则三部分构成，主要描述输入过程、服务机构和排队规则三方面内容。顾客到来时刻和对其服务的时间（即占用服务系统的时间）都是随机的。图 1 为一个简单的随机服务系统模型。

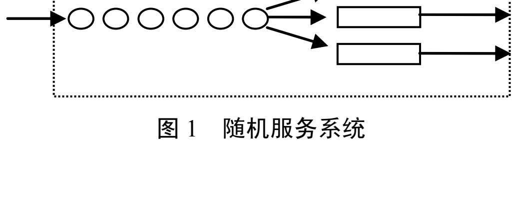

图 1 随机服务系统

收稿日期：2010-10-09；修回日期：2010-11-09
作者简介：李树广（1962—），男，辽宁人，博士，副研究员，从事防化装备建模、仿真、评估研究。

1.1.1　输入过程

输入过程描述的是顾客到达服务系统的规律，可以用一定时间内顾客到达数或前后两个顾客相继到达的间隔时间来描述，一般分为确定型和随机型两种。

1.1.2　服务机构

服务机构可以是一个或多个服务台。多个服务台视维修过程既可以是平行排列的，也可以是串连排列的。服务时间一般也分成确定型和随机型 2 种。

1.1.3　排队规则

排队规则分为等待制、损失制和混合制 3 种。当顾客到达时，所有服务机构都被占用，则顾客排队等候，即为等待制。在等待制中，为顾客进行服务的次序可以是先到先服务，或后到先服务，或是随机服务和有优先权服务（如医院接待急救病人）。如果顾客到后看到服务机构没有空闲立即离去，则为损失制。有些系统因留给顾客排队等待的空间有限，因此超过所能容纳人数的顾客必须离开系统，这种排队规则就是混合制。

1.2　随机服务系统模型的分布规律[2]

到达间隔时间与服务时间的分布可概括为泊松分布、指数分布和爱尔朗分布 3 种。

1.2.1　泊松分布

若离散型随机变量 N 满足 $P(N=n)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!}$ $(n=0,1,2,3\cdots)$，则称 N 服从参数为 λ 的泊松分布，其均值和方差为 $E(N)=D(N)=\lambda$。

1.2.2　指数分布

若随机变量 ξ 的密度函数为 $f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$，则称为参数为 λ 的指数分布，其均值为 $E(\xi)=1/\lambda$，方差为 $D(\xi)=E(\xi^2)-E(\xi)^2=1/\lambda^2$。

1.2.3　爱尔朗分布

若随机变量 η 的密度函数为 $f(t)=\frac{R(Rt)^{k-1}e^{-Rt}}{(k-1)!}$ $(t\geq 0)$，则称其为爱尔朗分布，其中，R 称为速率参数，k（k 为正整数）称为形状参数。其均值为 $E(\eta)=k/R$，方差为 $D(\eta)=k/R^2$。

1.2.4　分布特点及分布间的关系

当且仅当在时间间隔 t 中到达者数服从参数为 λt 的泊松分布时，时间间隔才服从参数为 λ 的指数分布。

大部分的时间间隔都是服从指数分布的，其主要表现为：

1) $P(\xi>t+h|\xi\geq t)=P(\xi>h)$ 对 $\forall t\geq 0,\forall\geq 0$ 成立，称为指数分布的无记忆性；

2) 在非重叠的时间间隔上定义的到达人数是独立的；

3) 当 Δt 以及 t 的任意值很小时，在时间间隔 $[t,t+\Delta t]$ 之间出现一个到达者的概率为 $\lambda\Delta t+o(\Delta t)$。

当到达时间间隔不服从指数分布时，通常可以用爱尔朗分布建模，k=1 时，爱尔朗分布即为指数分布，在增加时爱尔朗分布逐渐逼近正态分布，若 k 值极大时爱尔朗分布近似为方差为 0 的单点分布（即到达时间为固定时间间隔）。

1.3　随机服务系统的 Kendall-Lee 符号表示法

为了描述排队系统，Kendall-Lee 发明了下述符号表示法：X/Y/Z/A/B/C。

其中，X 表示顾客相继到达的间隔时间的分布；Y 表示服务时间的分布（M：指数分布；D：确定型；Ek：k 阶爱尔朗分布；G：一般分布）；Z 表示并行服务台个数（排队列数）；A 表示系统容量限制（默认为∞）；B 表示顾客源数目（默认为∞）；C 表示服务规则（FCFS：先来先服务；LCFS：后来先服务；SIRO：按随机顺序服务；GD：一般排队规则（默认为 FCFS））。

1.4　随机服务系统的主要模型及衡量指标[3]

由 1.3 可见，由于随机服务系统的参数取值不同，可派生出各种不同的系统，在此，主要分析几个在装备维修保障系统中常用的模型。

1.4.1　标准的 $M/M/1$ 模型

系统在稳定状态下处于状态 n 的概率：$p_0=1-\rho,\ p_n=\rho^n(1-\rho),\ n\geq 1,\ \rho<1,$ 其中 $\rho=\lambda/\mu$，它是系统的平均到达率与平均服务率之比，称为服务强度或称为话务强度。

系统的运行指标包括：

1) 系统中的平均顾客数 L 为：

$$L=\sum_{N=0}^{\infty}np_n=\frac{\rho}{1-\rho}=\frac{\lambda}{\mu-\lambda},0<\rho<1;$$

2) 系统中等待的平均顾客数（队长）L_q 为：

$$L_q=\sum_{n=1}^{\infty}(n-1)p_n=\frac{\rho^2}{1-\rho}=\frac{\rho\lambda}{\mu-\lambda}$$

3) 顾客在系统中的停留时间 W 为：

$$W=\frac{1}{\mu-\lambda}$$

4) 顾客在系统中的平均等待时间 W_q 为：

$$W_q=\frac{L_q}{\lambda}=\frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$$

1.4.2 有限源模型 $M/M/R/K/K/GD$

有限源模型也称为机器维修模型，是指有 K 台机器和 R 名维修人员（或 R 台设备）的维修系统。其系统的运行指标为：系统在稳定状态下处于状态 n 的概率。

$$p_0=\left[\sum_{k=1}^{R-1}\binom{K}{k}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k+\sum_{k=R}^{K}\binom{K}{k}\frac{k!}{R!R^{k-R}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\right]^{-1} \quad (1)$$

$$p_n=\begin{cases}\binom{K}{n}\cdot\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & 0\le n\le R\\ \binom{K}{n}\frac{n!}{R!R^{n-R}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\cdot P_0 & R+1\le n\le K\end{cases} \quad (2)$$

$$L=\sum_{n=0}^{K}n\cdot P_n \quad (3)$$

$$L_q=\sum_{n=R+!}^{K}(n-R)P_n \quad (4)$$

设每单位时间内的平均到达者数为：$\overline{\lambda}=\sum_{n=0!}^{K}\lambda(K-n)P_n=\lambda(K-L)$；则有：$W=L/\overline{\lambda}$ 和 $W_q=L_q/\overline{\lambda}$。

1.4.3 优先排队模型

在许多情况下，系统服务并不都是按 FCFS 原则进行，特别在装备维修系统中，经常把各类装备按照重要程度或维修时间分为不同的等级，服务顺序按照装备的优先等级而定。在此，笔者介绍一种非抢占式优先服务模型。$M_i/G_i/1/\infty/\infty/NPRP$。

设维修系统中有 n 类装备，记 W_{qk} 为第 k 类装备的预期平稳等待时间，W_k 为第 k 类装备在系统中的预期平稳时间，L_{qk} 为排队等待的第 k 类装备的预期平稳数量，L_k 为第 k 类装备在系统中的预期平稳数量。定义 $\rho_i=\frac{\lambda_i}{\mu_i}$，$a_0=0$，$a_k=\sum_{i=1}^{k}\rho_i$，假设 $\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{\mu_i}<1$，则有：

$$W_{qk}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i E\left(S_k^2\right)/2}{(1-a_{k-1})(1-a_k)},\quad L_{qk}=\lambda_k W_{qk},\quad W_k=W_{qk}+\frac{1}{\mu_k},$$

$$L_k=\lambda_k W_k \quad (5)$$

2 装备维修保障需求预测与决策规则

在装备维修保障系统中，现役装备发生故障的间隔，故障装备到达维修地点的时间，各类故障的维修时间都有其本身的规律，服从一定的概率分布。维修机构（单元）的设置，故障装备在维修机构驻地有秩序地等待维修的过程，明显属于排队问题；而对部分故障装备维修问题的决策分析，可以用排队系统模型去逼近，给出实际问题的答案。

2.1 基于装备维修保障效率约束条件的预测与决策方法[4-5]

2.1.1 影响装备维修保障效率的因素分析与求解

在装备维修保障系统中，装备维修力量配置是最富变化的内容之一。利用排队论解决装备维修力量配置问题，主要是运用排队论方法原理，研究分析影响装备维修保障效率的因素，并针对现役装备故障时间间隔，故障装备到达维修机构（地点）时间，各类装备故障平均维修时间等各项因素指标遵循的变化规律进行系统分析，明确其概率分布，从而求出满足一定约束条件下的最优解。

故障装备等待维修时间 W_q、故障装备在维修系统中停留时间 W 和队长 L 都随装备维修力量单元数 R 的递增而减少；而装备平均完好率 $\eta=\frac{M-L}{M}\cdot 100$ 则是 R 的递增函数，故可通过对维修力量单元数 R 的穷举得到满足等待时间最短、维修保障效率最高或维修费用最省等不同条件下的最优解问题。

2.1.2 装备维修保障力量需求预测实例

某部队某类装备车辆 48 辆，单车平均无故障时间 40 h，故障间隔服从指数分布，通过对每个装备维修小组的维修历史数据统计分析，单车故障修复时间服从指数分布，平均时间为 4 h。该问题可归结为一个 $M/M/R/48/48/GD$ 的排队问题，其中，设 $\lambda=1/40$；$\mu=4$；$\rho=\lambda/\mu=0.1$，代入式 (1) ～式

(4)，利用计算机编程可计算出在不同维修力量编组情况下的装备维修保障指标及装备完好率，如表 1。

表 1　装备维修保障指标及装备完好率（$\lambda=1/40$;　$\mu=4$;　$\rho=\lambda/\mu=0.1$）

在用装备数量	维修单元配备数量 R	故障装备数量 L	等待维修装备数量 L_q	故障装备停留时间 W/h	故障装备等待维修时间 W_q/h	装备完好率/% $\eta=\frac{M-L}{M}\cdot100$
48	2	28	26	56	52	41.66
	3	18	15	24	20	62.43
	4	9.7	5.9	10	6	79.71
	5	6.1	1.8	5.8	1.8	87.32
	6	4.9	0.6	4.57	0.58	89.72
	7	4.55	0.21	4.19	0.19	90.51
	8	4.42	0.069	4.06	0.063	90.77
	9	4.38	0.022	4.02	0.020	90.87

由表 1 可见，在 λ=1/40；μ=4；$\rho=\lambda/\mu$=0.4 不变条件下，随装备维修保障力量单元 R 的增加，L、Lq、W、Wq 随之减少，装备完好率逐渐增加；但当 R 增加到一定程度时，上述各值增加缓慢。由此可得出结论：要保证装备完好率达到 90%以上，需要编配 7 个装备维修小组；而要保证故障装备等待维修时间控制在一个小时内，则至少需要编配 6 个装备维修小组，如何决策装备维修力量编配数量时，应视装备保障约束条件情况而定。

2.2　装备维修保障决策策略分析实例

近几年，在装备维修实践过程中，课题组经常遇到下列情况：1) 面对装备使用效率相同、所需维修时间不同两辆故障装备，为满足装备使用需求或部队装备完好率约束条件，通常并非完全遵循先来先服务的维修原则，而是优先处理所需维修时间短的故障装备，主要原因是能够满足部队装备完好率始终保持在 90%以上要求；2) 面对所需维修时间相同、装备使用效率不同的两辆故障装备，我们更愿意优先处理装备工作效率高的装备，以便更好地发挥装备使用效能；3) 面对一辆所需维修时间短但装备工作效率低，另一辆装备工作效率高但所需维修时间长装备，如何进行装备维修保障秩序决策，则需要进行更加细致、全面研究。

2.2.1　建立装备维修保障的损失函数

首先，定义一辆故障装备对执行某项使命任务所造成的损失是维修时间与工作效率的乘积，不同类型装备完成同一任务的使用效率，由其单位时间内完成的工作量之比来确定。

其次，选定某种装备为基准装备，其工作效率为 100%。

第三，计算其它第 k 类装备的工作效率，采用以下公式计算：

一辆 k 类装备在单位时间内完成的工作量/某基准装备在单位时间内完成的工作量×100%，其中，k 类故障装备的损失函数为：$L_k\cdot W_k\cdot U_k$。则所有故障装备的损失函数为：$F=\sum_{k=1}^{n}L_k\cdot W_k\cdot U_k$。

2.2.2　装备维修保障需求决策方法应用实例

某部队有两种洗消装备车辆执行某项洗消任务，第一类洗消装备车辆工作效率为 75%，故障间隔服从指数分布 λ_1=1.2 次/h，故障维修时间服从 $E(S_1)=20$ 分钟，$E(S_1^2)=60$(分钟)^2=(1/60) h；第二类洗消装备车辆工作效率为 100%，故障间隔服从指数分布 λ_2=0.6 次/h，装备故障维修时间服从 $E(S_2)=40$ 分钟，$E(S_2^2)=180$(分钟)^2=(1/20) h。试确定其优先顺序。

首先，设第一类洗消装备车辆优先，则由式 (5) 可得：

$$\lambda_1=1.2,\quad \mu_1=3,\quad \rho_1=0.4,\quad \lambda_2=0.6,$$

$$\mu_2=1.5,\quad \rho_2=0.4,\quad a_0=0,\quad a_1=0.4,\quad a_2=0.8$$

$$W_{q1}=\frac{\frac{1}{2}\left(1.2\times\frac{1}{60}+0.6\times\frac{1}{20}\right)}{(1-0)(1-0.4)}=0.042\text{ h},$$

$$W_1=W_{q1}+\mu_1=0.042+0.333=0.37\text{ h}$$

$$L_1=\lambda_1W_1=1.2\times0.37=0.444;$$

$$W_{q2}=\frac{\frac{1}{2}\left(1.2\times\frac{1}{60}+0.6\times\frac{1}{20}\right)}{(1-0.4)(1-0.8)}=0.208$$

$$W_2=W_{q2}+\mu_2=0.208+0.666=0.878$$

$$L_2=\lambda_2W_2=0.6\times0.878=0.526$$

得损失函数：$F_1=0.444\times0.37\times0.75+0.526\times0.878\times1=0.123+0.462=0.584$。

仿此，可得第二类洗消装备车辆优先的损失函数：$F_2=0.599$。按损失最小原则，应给予第一类洗消装备车辆优先维修。

（下转第 30 页）

根据式 (8) 和式 (9) 得各评价指标权重 W'：

$W' = (0.16, 0.18, 0.15, 0.15, 0.21, 0.15)$；

（注：当 $p_{ij} = 0$ 时，不参加运算）

根据式 (10) 得各评价指标综合权重 W^0：

$W^0 = (0.23, 0.14, 0.33, 0.11, 0.12, 0.07)$

3.4 计算关联系数

根据式 (11) 得目标方案 S_i 与理想最优目标方案 S^+ 的区间数关联系数矩阵：

$$\delta = \begin{bmatrix} 0.56 & 0.75 & 0.75 & 1 & 0.40 & 0.81 \\ 1 & 1 & 0.60 & 0.72 & 0.44 & 0.42 \\ 0.42 & 0.55 & 0.55 & 0.52 & 0.35 & 0.55 \\ 0.70 & 0.87 & 1 & 0.64 & 0.62 & 0.47 \\ 0.33 & 0.55 & 0.87 & 0.86 & 0.56 & 1 \\ 0.44 & 0.60 & 0.68 & 0.57 & 1 & 0.63 \end{bmatrix}$$

3.5 计算关联度并对目标方案排序

根据式 (12) 得目标方案 S_i 与理想最优目标方案 S^+ 的区间数关联度：

$$\varepsilon = (0.70, 0.73, 0.49, 0.79, 0.67, 0.63)$$

即 $\varepsilon_4 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1 > \varepsilon_5 > \varepsilon_6 > \varepsilon_3$，得到电力目标的打击顺序为：电力目标 D > 电力目标 B > 电力目标 A > 电力目标 E > 电力目标 F > 电力目标 C。

4 结束语

该方法能够有效解决战场决策信息不确定的问题，在权重确定上，采用能够同时体现主观信息和客观信息的组合赋权法，使目标选择结果更加真实准确，为指挥员下定作战决心、制定作战计划奠定了有利基础。

参考文献：

[1] 张勇涛，张松良. 基于主成分分析的战场目标选择模型[J]. 指挥控制与仿真, 2009, 31(4): 43-45.

[2] 王鹏华，李源. 基于主成分分析的自行火炮作战效能评价[J]. 兵工自动化, 2009, 28(5): 24-25.

[3] 周磊，赖庆平. 层次分析法在电子对抗目标选择中的运用[J]. 舰船电子对抗, 2008, 31(6): 18-21.

[4] 夏勇其，吴祈宗. 基于效用函数的打击目标选择方法[J]. 火力指挥与控制, 2005, 30(6): 39-42.

[5] 何文平，龚玮. 基于逼近理想解方法在目标选择中的应用[J]. 南通大学学报, 2009, 8(1): 69-71.

[6] 王洁，娄寿春. 基于模糊神经网络防空重点保卫目标的选择[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(1): 158-161.

[7] 吕政光，赵文杰. 基于模糊聚类方法的机场目标选择模型[J]. 指挥控制与仿真, 2009, 31(3): 13-16.

[8] 党耀国，刘思峰，王正新. 灰色预测与决策模型研究[M]. 北京：科学出版社, 2009.

[9] 杨保安，张科静. 多目标决策分析理论、方法与应用研究[M]. 上海：东华大学出版社, 2008.

[10] 朱方霞，陈华友. 确定区间数决策矩阵属性权重的方法—熵值法[J]. 安徽大学学报, 2006, 30(5): 4-6.

****

（上接第 13 页）

参考文献：

[1] 张耀辉，郭金茂，张仕新，等. 以使用功能为中心的维修[C]. 中国兵工学会装备保障专业委员会装备保障支撑理论与关键技术学术研讨会论文集, 2006: 450-455.

[2] 吕立波. 军械装备电子器件故障及维修[J]. 维修技术, 2008, 4(1): 35-37.

[3] 李根庄. 装备电子设备的维修方法与注意事项[J]. 导弹管理与维修工程, 2005, 71(4): 36-40.

[4] 李锦冬，何敬东，陶灵娟. 军用电子产品的维修性和测试性设计方法研究[J]. 装备技术, 2007, 5(2): 29-32.

[5] J.Moubray, Reliability-centered Maintenance, Second Edition[M]. New York: Industrial press, 1997.

[6] 蔡霖，贾红丽. 维修性实验样本关系及选择[J]. 四川兵工学报, 2009(1): 86-87.

****

（上接第 17 页）

3 结束语

本文结合装备维修保障实例，通过建立装备维修保障损失函数概念，提出装备维修保障决策原则，并以实例验证了该方法的可行性和有效性。该研究结论对创新装备维修保障需求预测与决策方法，推进装备维修保障精确化发展具有一定的现实意义。

参考文献：

[1] 齐欢，王小平. 系统建模与仿真[M]. 北京：清华大学出版社, 2004.

[2] Wayne L. Winston. 概率模型应用范例与解法[M]. 北京：清华大学出版社, 2006.

[3] 钱颂迪，甘应爱，等. 运筹学[M]. 北京：清华大学出版社, 2004.

[4] 王博，刘军，等. 战时装甲装备维修保障力量需求分析[J]. 装备指挥技术学院学报, 2007(3): 15-18.

[5] 张忠斌，王精业. 基于排队论的装甲装备维修力量预测建模研究[J]. 系统仿真学报, 2008(8): 1017-1019.

[6] 李伯虎，柴旭东，等. 现代建模与仿真技术发展中的几个焦点. 系统仿真学报, 2004(9): 1871-1878.

[7] 柏立君，罗建华，杜家兴，等. 基于机械可靠性的装甲装备使用维修决策支持[J]. 四川兵工学报, 2009(1): 20-22.