

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2010.12.025

## 基于 FFT 的电抗性电路故障捕获方法

黄蕾<sup>1</sup>, 雷艾<sup>2</sup>

(1. 中国兵器工业第五八研究所 军品部, 四川 绵阳 621000;  
2. 中国兵器工业第五八研究所 信息中心, 四川 绵阳 621000)

**摘要:** 针对电抗性故障问题, 提出一种基于快速傅立叶变换 (Fast Fourier Transform Algorithm, FFT) (算法) 的电路故障捕获方法。以 Altium Designer Summer 09 混合信号仿真瞬态分析中 FFT 模型为例, 分析 RLC 串、并联回路的稳定与谐振特性, 并通过 Excel 拟合阻抗幅频特性曲线, 引出趋势分析, 验证该方法的可行与可达性。结果表明, 该方法能捕获电抗性电路故障, 具有工程推广应用价值。

**关键词:** 快速傅立叶变换; 误差控制; 故障捕获精度; 电抗性

**中图分类号:** TP277 **文献标识码:** A

## Method of Catching Reactance Faults Based on FFT

Huang Lei<sup>1</sup>, Lei Ai<sup>2</sup>

(1. Dept. of Armament Products, No. 58 Research Institute of China Ordnance Industries, Mianyang 621000, China;  
2. Information Center, No. 58 Research Institute of China Ordnance Industries, Mianyang 621000, China)

**Abstract:** Aiming at the reactance fault, bring forward a method of catching reactance faults based on FFT (fast fourier transform) algorithm, taking the FFT-model which belongs to Altium Designer Summer 09, analyzing the characterizations of the stability and synonym with serial-link circuits and parallel-link circuits of RLC, drawing the amplitude-frequency tide-lines of resistance and reactance by Excel, bringing out the tide analysis, and testing its feasibility and availability. As the result, this method turns to be able to catch reactance faults of circuits, and it can be used broadly.

**Keywords:** FFT; error control; fault catching precision; reactance

### 0 引言

任何电抗性负载 (特别是电机负载) 电路都可以等效为 RLC 串、并联回路, 其中,  $X_L$  及  $X_C$  与信号频谱密切相关, 从而导致了时域波形含有不同分量的谐波, 基波与谐波叠加在一起的时域波形不易观察出规律性, 又根据快速傅立叶变换 (算法) (Fast Fourier Transform Algorithm(method), FFT) 性质知, 时域中的微分计算等价于频域中的乘除运算<sup>[1]</sup>, 所以通过 FFT 转换为频域分析, 并提供通用接口, 实现系统级的快速无缝集成。根据工程经验, RLC 回路在某一频率点处, 极有可能发生谐振而使功能失控<sup>[2]</sup>。一般认为信号 1~5 倍基频段 (根据工程实践, 可将频率范围缩减为 1~3 倍基频段), 不能产生谐振<sup>[3]</sup>。除了发生谐振这一极限状况外, 还要保证系统的稳定性, 这就要求阻抗幅频特性函数必须为最小相移函数<sup>[4]</sup>。

核电站辐射监测领域中, 需处理的信号种类较多, 频谱覆盖较广, 信号与信号间的相关性与不确定性均较强, 而且绝大多数电气系统均为电抗性负载 (特别是电机负载), 导致电路故障捕获的难度

加大, 急需采用一种故障跟踪、捕获、定位及处理的有效方法<sup>[5]</sup>。故提出一种基 FFT 的电路故障捕获方法, 并以 Altium Designer Summer 09 混合信号仿真瞬态分析中 FFT 模型, 分析 RLC 串、并联回路的稳定与谐振特性, 并通过 Excel 拟合阻抗幅频特性曲线, 引出趋势分析。工程化应用可考虑虚拟仪器及其故障记录与分析<sup>[6]</sup>研究方向。

### 1 RLC 串联回路稳定性分析

测试串联谐振阻抗特性等效电路如图 1。

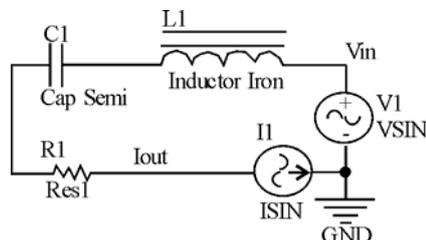


图 1 串联谐振测试阻抗特性等效电路图

图 1 中, 设置地电平为电势参考 0 点, V1 为测量当前电压装置, L1 为系统等效电感, C1 为系统等效电容, R1 为系统等效电阻, I1 为测量当前电流装置, 网络表 Vin 及 Iout 为测试点。

收稿日期: 2010-06-08; 修回日期: 2010-07-12

作者简介: 黄蕾 (1981-), 女, 四川人, 硕士, 从事测控技术、电路仿真研究。

根据基尔赫夫电流定律 (KCL) 知, 系统电压方程为:

$$L1 \times d^2 I_{out} / dt^2 + R1 \times d I_{out} / dt + 1 / C1 \times I_{out} = d V_{in} / dt \quad (1)$$

将式 (1) 作拉普拉斯变换<sup>[3]</sup>, 得出:

$$V_{in}(s) / I_{out}(s) = S / (L1 \times S^2 + R1 \times S + 1 / C1) \quad (2)$$

式 (2) 中, 极点  $P$  为虚轴, RLC 等效串联回路本身为临界稳定系统, 所以只作串联谐振分析。

## 2 串联谐振阻抗幅频特性分析

将式 (1) 左右两边作 FFT 并根据 FFT 性质<sup>[3]</sup>得出:

$$(-L1 \times W^2 + R1 \times j \times W + 1 / C1) \times I_{out}(W) = j \times W \times V_{in}(W) \quad (3)$$

由式 (3) 得出频域阻抗特性为:

$$R(W) = V_{in}(W) / I_{out}(W) = R1 + (1 / (C1 \times W) - L1 \times W) \times j \quad (4)$$

式 (4) 中,  $W = 2 \times \pi \times f$ 。则有式 (4) 为基于 FFT 的阻抗特性函数。

以交流单相异步电机等效  $R$  及  $L$  参数为迭代中心点引入本方法。则图 1 中  $R1 = 56.42 \Omega$ ,  $L1 = 15.19 \text{ H}$ , 经  $V1$  及  $I1$  测得的交流电压、电流基频为  $50 \text{ Hz}$ 。串联谐振阻抗最小, 式 (4) 取模即为阻抗, 式 (4) 中,  $R1$  为定值, 则  $1 / (C1 \times W) = L1 \times W$  即为串联谐振阻抗最小条件。初步估算 1~5 倍基频各频率点发生串联谐振时的  $C1$  容值如表 1。因 RLC 串联回路电抗在阻抗中占绝大比例, 电抗的大小会随着频率的变化而急剧变化, 如果把阻抗  $R(W)$  趋势图集成在一幅图中, 有些关键频率点值将湮没, 则 RLC 串联回路的  $R(W)$  趋势图分别如图 2~图 6。其中, 图 2~图 6 中横轴为采样点, Altium Designer Summer 09 混合仿真瞬态分析模型中的 FFT 模型每  $5 \text{ Hz}$  采样一次, 则有图 2~图 6 中的采样点对应的为  $0 \text{ Hz} \sim 310 \text{ Hz}$ , 包含 1~5 倍基频段。

表 1 串联谐振  $C1$  参数

谐振点 $f/\text{Hz}$	谐振容值 $C1/\text{nF}$
50	668
100	167
150	74
200	41.75
250	26.72

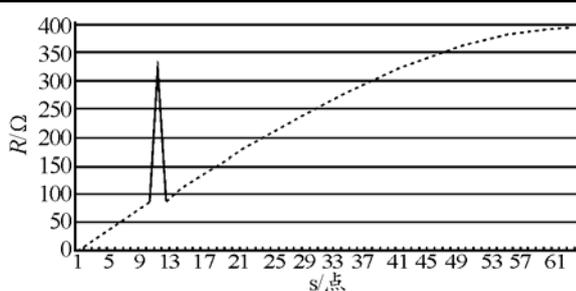


图 2 50 Hz 串联谐振频率时  $R(W)$  趋势图

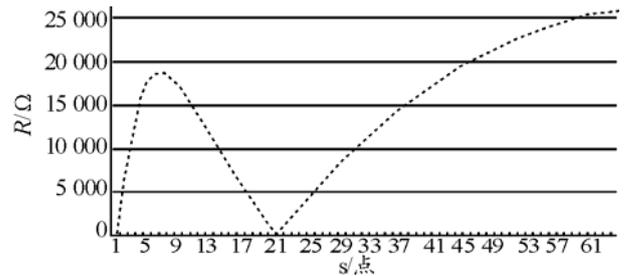


图 3 100 Hz 串联谐振频率时  $R(W)$  趋势图

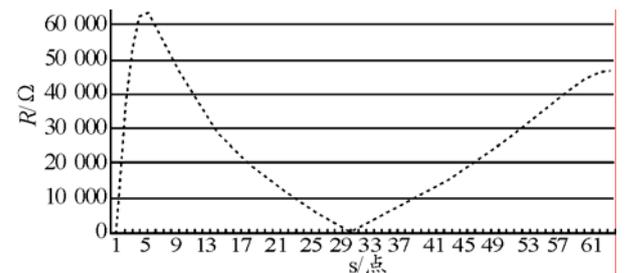


图 4 150 Hz 串联谐振频率时  $R(W)$  趋势图

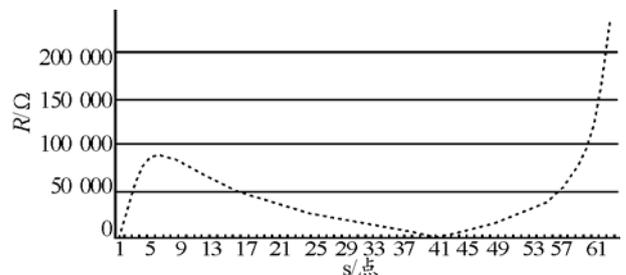


图 5 200 Hz 串联谐振频率时  $R(W)$  趋势图

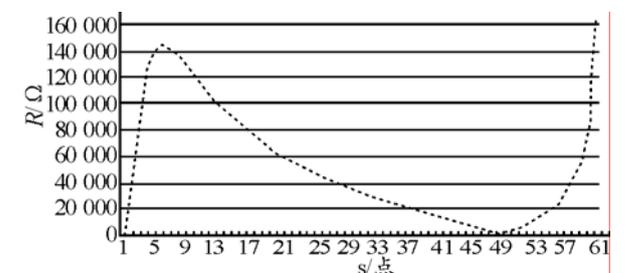


图 6 250 Hz 串联谐振频率时  $R(W)$  趋势图

## 3 RLC 并联等效回路稳定性分析

测试并联谐振阻抗特性等效电路图如图 7。

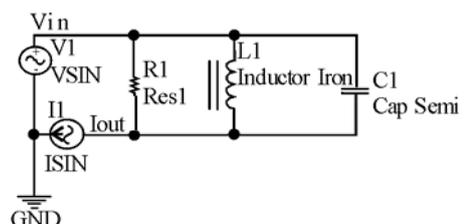


图 7 并联谐振测试阻抗特性等效电路图

图 7 中, 设置地电平为电势参考 0 点,  $V1$  为测量当前电压装置,  $L1$  为系统等效电感,  $C1$  为系统等效电容,  $R1$  为系统等效电阻,  $I1$  为测量当前电流

装置, 网络表 Vin 及 Iout 为测试点。

根据基尔赫夫电压定律 (KVL) 知, 系统电压方程为:

$$C1 \times d^2 Vin/dt^2 + 1/R1 \times dVin/dt + 1/L1 \times Vin = dIout/dt \quad (5)$$

将式 (5) 作拉普拉斯变换, 得出:

$$Vin(s)/Iout(s) = S / (C1 \times S^2 + 1/R1 \times S + 1/L1) \quad (6)$$

式 (6) 中, 零点 Z 为虚轴, 要保证系统稳定性, 则有极点  $P_1 = -(1/2C1) \times (1/R1^2 - 4 \times C1/L1)^{1/2}$  及  $P_2 = -(1/2C1) \times (1/R1^2 + 4 \times C1/L1)^{1/2}$  均 < 0。P<sub>2</sub> 明显 < 0, P<sub>1</sub> 中若  $1/R1^2 - 4 \times C1/L1 < 0$ , P<sub>1</sub> 落在虚轴上, 系统不稳定。 $1/R1^2 - 4 \times C1/L1 \geq 0$  为 RLC 并联等效回路稳定条件, 即有  $C1 \leq L1 / (4 \times R1^2)$  定义 P<sub>1</sub> = 0 为临界稳定条件。

由上述分析可知, 并联回路 R1、L1 及 C1 相关, 并具有较强的不确定性。工程应用中, 一般只能得到 R(W) 趋势图, 而并不知道 R、L 及 C 参数。一般等效电阻 R 易用仪器直接测量, 即 R 已知, L 及 C 与频率相关, 一般要用频谱适应性强及响应时间短的高速高精度的专用仪器测量, 笔者提出下述折衷方法: 取基频及一次谐波阻抗相频特性值粗略估算 L 及 C 等效参数值。

将式 (5) 左右两边作 FFT 并根据 FFT 性质得出:

$$(-C1 \times W^2 + 1/R1 \times j \times W + 1/L1) \times Vin(W) = j \times W \times Iout(W) \quad (7)$$

由式 (7) 得出频域阻抗幅频特性为:

$$R(W) = Vin(W) / Iout(W) = (1/R1 \times W^2 + (1/L1 - C1 \times W^2) \times W \times j) / ((1/L1 - C1 \times W^2)^2 - 1/R1^2 \times W^2) \quad (8)$$

式 (8) 中,  $W = 2 \times \Pi \times f$ 。则有式 (8) 为基于 FFT 的 RLC 等效并联电路的阻抗特性函数。

以 R1=56.42 Ω, L1=168 mH 及 C1=7.42 μF 为迭代初始值代入式 (8), 并令 Vin(t) 相位超前 Iout(t) 为正, 反之为负, 并设定基频及一次谐波所对应的初始相位分别为 ψ0 及 ψ1 得:

$$\text{tg}(\psi_0) = (1 / (314 \times L1) - 314 \times C1) \times R1 \quad (9)$$

$$\text{tg}(\psi_1) = (1 / (628 \times L1) - 628 \times C1) \times R1 \quad (10)$$

联立求解式 (9) 及式 (10) 得出关系式:

$$L1 \times C1 = K \times |(\text{tg}(\psi_0) - 2 \times \text{tg}(\psi_1)) / (2 \times \text{tg}(\psi_0) - \text{tg}(\psi_1))| \quad (11)$$

其中,  $K = 5.07 \times 10^{-6}$ 。

$$R1 = (314 \times \text{tg}(\psi_0) \times a) / (1 - 314^2 \times K \times a) \quad (12)$$

其中,  $a = 2 \times \text{tg}(\psi_0) - \text{tg}(\psi_1)$ 。

再将并联回路稳定条件  $C1 \leq L1 / (4 \times R1^2)$  代入式 (11) 得:

$$L1 \leq 4.5 \times 10^{-3} \times |(\text{tg}(\psi_0) - 2 \times \text{tg}(\psi_1)) / (2 \times \text{tg}(\psi_0) - \text{tg}(\psi_1))| \times R1 \quad (13)$$

因 Altium Designer Summer 09 的混合仿真瞬态分析中包含信号 0~10 次谐波的傅立叶分析, 截取前 3 次谐波相位代入式 (13), 初始值 R1=56.42 Ω, L1=168 mH 及 C1=7.42 μF 不满足上述不等式, 考虑三次谐波方均根 (RMS) 误差限, 经多次迭代估算, 取临界条件为  $0 \text{ H} \leq L1 \leq 1.06 \text{ H}$ ,  $C1 \leq 4.77 \mu\text{F} \leq 83.25 \mu\text{F}$ , 满足稳定性条件。又 C1 取极大值时不能包括并联谐振点。即有: 并联谐振阻抗取极大值, 简化处理, 考虑极限情况: 因  $W > 0$ ,  $1/R1 \times W^2 > 0$ , 式 (8) 若取极大值, 则分母必为 0, 即有:

$$|1/L1 - C1 \times W^2| = 1/R1 \times W \quad (14)$$

以 R1=56.42 Ω 及 L1=1.06 H 为迭代初始值代入, 经 V1 及 I1 测得的交流电压、电流基频为 50 Hz。初步估算 1~5 倍基频各频率点发生并联谐振时 C1 参数如表 2。

表 2 并联谐振 C1 参数

谐振点 f/Hz	谐振容值 C1/μF
50	66.48
100	30.73
150	11.21
200	3.69
250	1.14

表 2 知, 发生并联谐振时, 随着谐振频率点的升高, C1 容值呈下降趋势。C1<sub>max</sub> = 66.48 μF, C1<sub>min</sub> = 1.14 μF。

以 C1 取极小值降半额进行 RLC 并联回路稳定性分析。将 C1=1.14/2=0.57 uF 代入式 (11) 得出 L1=11.29 H, 得到并联回路阻抗特性趋势图如图 8。笔者只是提供一种基于 FFT 算法定位电抗性故障方法, 并论述其可行及可工程推广应用性, 不作严格意义上的定量分析。对 RLC 并联回路稳定性阻抗幅频特性, 由 Altium Designer Summer 09 中函数生成器中 RMS() 生成器得到其 RMS 数据, 此 RMS 数据必须具有典型性, 能作为参照基准。对 1~5 倍基频点处分析的并联谐振 R(W) 趋势图作 RMS 趋势分析, 并与 RLC 并联回路稳定性阻抗幅频特性的 RMS 值进行比较, 以验证其可靠性。

#### 4 并联谐振阻抗特性分析

因基频下分析 RLC 等效串联回路阻抗特性, 电

压、电流基频点的主瓣含量导致阻抗幅频特性不可能达到极小值, 图 2 中的基频串联谐振阻抗幅频特性拟合曲线不具代表性, 易造成误分析, 所以引入并联谐振分析。

以  $R1=56.42 \Omega$  及  $L1=11.29 \text{ H}$  为迭代初始值, 经 V1 及 I1 测得的交流电压、电流基频为  $50 \text{ Hz}$ 。初步估算 1~5 倍基频各频率点发生并联谐振时的 C1 参数如表 3。

表 3 并联谐振 C1 参数

谐振点 $f/\text{Hz}$	谐振容值 $C1/\mu\text{F}$
50	57.43
100	28.47
150	10.64
200	3.54
250	1.11

因 RLC 并联回路电阻在阻抗中占绝大比例, 电抗的大小不会随着频率的变化而急剧变化, 此时可把阻抗  $R(W)$  趋势图集成在一幅图中, 如图 8, 所对应的  $R(W)$  的 RMS 趋势图如图 9。其中, 图 8~图 9 中横轴为采样点 S, Altium Designer Summer 09 混合仿真瞬态分析中的 FFT 模型每  $5 \text{ Hz}$  采样一次, 则有图 8~图 9 中的采样点对应的为  $0 \text{ Hz} \sim 310 \text{ Hz}$ , 包含 1~5 倍基频段。

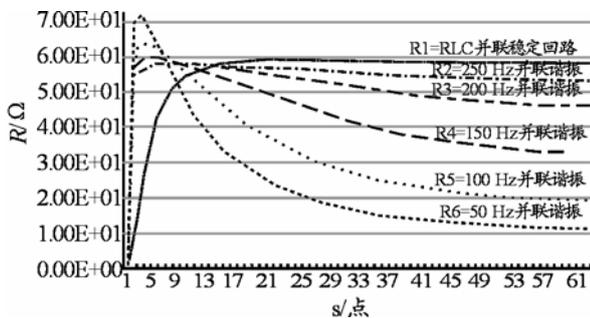


图 8 RLC 并联回路稳定及 1-5 倍频的  $R(W)$  趋势图

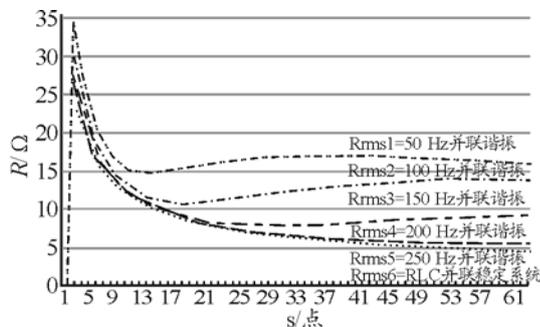


图 9 图 8 的 RMS 趋势图

比较图 8 中各曲线, 在误差限范围之内, 除 R1 曲线近似呈单调上升趋势外, 其余曲线均出现极大值, 证明确实在某一频率点发生了并联谐振, 但具

体哪一点, 图 8 不易定位, 应采用其它算法估测并联谐振点。

比较图 9 中各曲线,  $R_{rms5}$  与  $R_{rms6}$  基本重合, 从而初步说明 Altium Designer Summer 09 混合信号仿真中 FFT 模型的 128 点精度不够, 不能满足较高故障定位精度及误差控制算法的需求。工程推广应用, 建议暂不作第五倍基频并联谐振分析。

## 5 结论

针对电抗与信号频谱密切相关, 利用 Altium Designer Summer 09 FFT 模型 128 点粗略分析及 Excel 256 点拟合 RLC 等效电路工频段内谐振与稳定性趋势, 得出如下 5 点结论:

- 1) 因串联谐振频率点只与 L 及 C 相关, 而并联谐振频率点与 R、L 及 C 均相关。所以如在整数倍基频点处出现极小值, 则电路发生串联谐振的概率大一些; 如在非整数倍基频点处出现极大值, 则电路发生并联谐振的概率大一些;
- 2) 分析谐振特性时, 基频不宜采用串联电路模型分析, 高次谐波不宜采用并联电路模型分析;
- 3) 在误差限范围内, 稳定电路的  $R(W)$  幅频特性曲线不能出现极值, 如出现极值, 需依据故障定位精度及误差控制算法分析重新界定误差限或选取迭代中心点;
- 4) 数据采集量及运算复杂度与捕获故障精度及误差控制密切相关, 因此具有较强的不确定性, 所以不建议纯硬件实现本文所述的基于 FFT 的电抗性故障捕获方法<sup>[6]</sup>;
- 5) RLC 串联回路的临界稳定性导致其阻抗幅频特性拟合曲线呈纵轴发散状, 不易做定量分析。所以本文也仅针对 RLC 并联回路作了 RMS 定量初步分析。

## 参考文献:

- [1] 王宝祥. 信号与系统[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2000.
- [2] 陈国柱, 吕征宇, 钱照明. 典型工业电网谐波及其混合有源滤波抑制[J]. 电网技术, 2000, 24(5): 59-62.
- [3] Kenneth V, Cartwright, Ph.D. Determining the Effective or RMS Voltage of Various Waveforms without Calculus[C]. New Mexico State University(NMSU) The Technology Interface, 2007/Fall, 8(1): 1-20.
- [4] 阎修平. 压水堆核电站分布式故障诊断技术探讨[C]. 中国核学会 2007 年学术年会, 武汉: 中国核学会出版社.
- [5] 刘玉军, 黄灵芝. 虚拟仪器故障记录与分析相关算法[J]. 辽宁科技学院学报, 2006, 8(1): 22-23.
- [6] 柴保明, 赵春宇. 在线电能质量监测系统[J]. 电子测量技术, 2008, 31(7): 128-131.