

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2010.10.020

基于小波降噪误差方差模型的 GPS/SINS 组合导航技术

林雪原, 梁发麦, 徐志斌

(海军航空工程学院 电子信息工程系, 山东 烟台 264001)

摘要: 为进一步提高 GPS/SINS 组合导航系统的精度, 对基于小波降噪误差方差模型的 GPS/SINS 组合导航技术进行研究。根据小波多尺度理论, 分析了小波降噪前后信息的误差方差模型间的理论关系, 推导出在小波多尺度分析中平滑信号误差的理论方差模型, 将该理论模型引入到 GPS 后, 试验分析证明理论分析与试验结果基本一致; 然后以该理论模型为基础, 提出了基于小波降噪误差方差模型的 GPS/SINS 组合导航系统并进行了静态试验验证。试验结果表明, 该模型能显著地提高组合导航系统各项导航参数的精度。

关键词: 小波降噪; 多尺度分析; 误差方差模型; 组合导航系统; 试验验证

中图分类号: TN967.2 **文献标识码:** A

Technique of GPS/SINS Integrated Navigation Based on Error Variance Model of Wavelet Denoising

Lin Xueyuan, Liang Famai, Xu Zhibin

(Dept. of Electronic & Informational Engineering, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: In order to improve the precision of GPS/SINS integrated navigation system further, after introduce the principle of wavelet's multi-scale analysis, deduce the theoretical variance model of smooth signal during the wavelet's multi-scale analysis. When this model is applied to GPS's output information, the experimental results show that this theoretical variance model is basically consistent with the experimental results; then on the basis of the above, put forwards one new method for GPS/SINS integrated system based on the theoretical variance model of GPS output information, and then this new method is validated by the practical static experiment. The experimental results show that when this method is used, the precision of every navigation parameter is improved obviously.

Keywords: wavelet de-noising; multi-scale analysis; error variance model; integrated navigation system; experimental verification

0 引言

GPS与惯性的组合可以取长补短, 使组合后的导航精度高于2个系统单独工作的精度, 是航行载体以及测绘领域内理想的组合导航系统。为了进一步提高其精度, 许多学者对此进行研究, 并提出了改进方法, 如序贯滤波^[1]、协方差配置鲁棒滤波^[2]、状态与偏差解耦算法^[3]、状态与偏差解耦—平方根算法^[3]等。

小波分析具有时频多分辨功能, 时间尺度变化可以取值到任意细节, 更能准确地刻划信号的内在特性, 为信号滤波、信噪分离和特征提取提供了有效途径^[4]。在国外, 加拿大的Nassar Sameh等人提出了将小波变换用于组合导航系统的思想: 在GPS与SINS组合期间, 利用小波建立SINS的误差模型, 当GPS信号丢失时利用上述模型修正SINS的各导航参数^[5]。Nasser El-Sheimy等人提出了将小波变换理论

用于SINS初始对准的思想^[6]。在国内, 也有学者提出了把量测信息经过小波变换预处理后引入GPS/SINS组合导航系统中的思想, 但该方面的研究仅停留在计算机理论仿真的阶段, 并未对系统的融合算法做深入研究^[7]。故对基于小波降噪误差方差模型的GPS/SINS组合导航技术进行研究。

1 多尺度分析中平滑信号的误差方差建模

1.1 小波定义与多尺度分析

设 $\psi(t) \in L^2(R)$, 其傅里叶变换为 $\Psi(\omega)$, 当 $\Psi(\omega)$ 满足 $\int_R \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$ 时, 称 $\psi(t)$ 为一个基本小波。基本小波 $\psi(t)$ 经伸缩和平移后可得:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in R; \quad a \neq 0 \quad (1)$$

收稿日期: 2010-04-19; 修回日期: 2010-06-21

基金项目: 国家自然科学基金项目基于尺度的综合导航系统信息融合方法研究(60874112); “泰山学者”建设工程专项经费资助
作者简介: 林雪原(1970-), 男, 山东人, 博士, 副教授, 从事数据融合、捷联惯性以及组合导航系统的研究。

称其为一个“小波序列”。其中, a 为尺度, b 为平移因子。小波变换是线性变换^[8-9]。

多尺度分析是在 $L^2(R)$ 函数空间内, 将函数 $x(t)$ 描述为一系列近似函数的极限, 即空间 $L^2(R)$ 内的多尺度分析是指构造 $L^2(R)$ 空间内的一个子空间序列 $\{V_j, j \in Z\}$, 并使其具备单调性、逼近性、伸缩性、平移不变性、Riesz 基存在性的性质。

假设令 V_j (其中 $j \in Z$) 是空间 $L^2(R)$ 的一个多尺度逼近, 则存在一个唯一的函数 $\phi(t) \in L^2(R)$ 使得

$$\phi_{j,k} = 2^{j/2} \phi(2^j t - k), \quad k \in Z \quad (2)$$

则 $\phi_{j,k}$ 必定是 V_j 内的一个标准正交基, 其中, $\phi(t)$ 称为尺度函数。

根据多尺度定义的包容关系, 可得到尺度函数的双尺度方程与小波函数的双尺度方程为:

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k) \phi(2t - k) \quad (3)$$

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k) \phi(2t - k) \quad (4)$$

其中, 小波系数 $g(k)$ 与尺度系数 $h(k)$ 之间的关系为:

$$g(k) = (-1)^{1-k} \bar{h}(1-k), \quad \forall k \in Z \quad (5)$$

可得如下的关系^[9]:

$$\sum_{n \in Z} h(n) h(n-2k) = \delta_{k0} / 2$$

$$\sum_{n \in Z} g(n) g(n-2k) = \delta_{k0} / 2 \quad (6)$$

$$\sum_{n \in Z} h(n) g(n-2k) = 0$$

将待处理的信号用小波在不同的尺度上进行分解, 在尺度 i 上, 对给定信号序列 $x(i, k) \in V_i \subset L^2(Z)$, 通过一个脉冲响应为 $h(k)$ 的低通滤波器可获得粗尺度上平滑信号 $x_V(i-1, k) \in V_{i-1}$ 为:

$$x_V(i-1, l) = \sum_k h(2l-k) x(i, k) \quad (7)$$

这是一个从向量空间 $L^2(Z)$ 到它自身的变换, 下标 V 表示 $x(i, k)$ 在粗尺度 (平滑) 信号空间 V_{i-1} 上的投影^[10]。信号 $x(i, k)$ 在低通滤波器中丢失的

“细节信号”可以由 $x(i, k)$ 通过一个脉冲响应为 $g(k)$ 的高通滤波器得到 $x_D(i-1, k) \in D_{i-1}$:

$$x_D(i-1, l) = \sum_k g(2l-k) x(i, k) \quad (8)$$

其中, 下标 D 表示 $x(i, k)$ 在细节信号空间 D_{i-1} 上的投影。由 $x_V(i-1, k)$ 和 $x_D(i-1, k)$ 可以完全重构 $x_V(i, k)$:

$$x_V(i, k) = \sum_l h(2l-k) x_V(i-1, l) + \sum_l g(2l-k) x_D(i-1, l) \quad (9)$$

因此, 式 (7) 和 式 (8) 可以看作是对信号进行小波变换的分析形式, 式 (9) 则是对信号进行小波变换的综合形式。

1.2 多尺度分析中平滑信号的误差方差建模

对在某尺度 i 上获得的一随机信号序列:

$$Z_V(i) = [\dots, z_V(i, -1), z_V(i, 0), z_V(i, 1), z_V(i, 2), \dots] \quad (10)$$

且满足

$$E\{z_V(i, k) z_V^T(i, j)\} = \begin{cases} R(i) & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (11)$$

对其进行小波变换, 在尺度 $i-1$ 上得到平滑信号序列 $Z_V(i-1)$ 和细节信号序列 $Z_D(i-1)$:

$$Z_V(i-1) = [\dots, z_V(i-1, -1), z_V(i-1, 0), z_V(i-1, 1), z_V(i-1, 2), \dots] \quad (12)$$

$$Z_D(i-1) = [\dots, z_D(i-1, -1), z_D(i-1, 0), z_D(i-1, 1), z_D(i-1, 2), \dots] \quad (13)$$

根据式 (7)、式 (8) 有^[7]:

$$z_V(i-1, k) = \sum_l h(l) z_V(i, 2k-l)$$

$$z_D(i-1, k) = \sum_l g(l) z_V(i, 2k-l)$$

因此, $\forall k, j \in Z, k \geq j$, 有:

$$E\{z_V(i-1, k) z_V^T(i-1, j)\} = \sum_r h(r) \sum_l h(l) E\{z_V(i, 2k-r) z_V^T(i, 2j-l)\} \quad (14)$$

又由于

$$E\{z_V(i, 2k-r) z_V^T(i, 2j-l)\} = \begin{cases} R(i) & 2(k-j) = r-l \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

若令 $d = k - j$, 即 $r = l + 2d$, 有:

$$E\{z_V(i-1, k) z_V^T(i-1, j)\} =$$

$$E\{z_V(i-1, j+d) z_V^T(i-1, j)\} =$$

$$\sum_l h(l)h(l+2d)R(i)$$

由式 (6) 可知, 当 $d=0$ 时, 有:

$$E\{z_V(i-1, j)z_V^T(i-1, j)\} = \frac{1}{2}R(i)$$

当 $d=k-j \neq 0$ 时, 有:

$$E\{z_V(i-1, k)z_V^T(i-1, j)\} = 0 \tag{16}$$

即:

$$E\{z_V(i-1, k)z_V^T(i-1, j)\} = \frac{1}{2}R(i)\delta_{kj}$$

同理有:

$$E\{z_D(i-1, k)z_D^T(i-1, j)\} = \frac{1}{2}R(i)\delta_{kj}$$

$$E\{z_V(i-1, k)z_D^T(i-1, j)\} = 0$$

$$E\{z_D(i-1, k)z_V^T(i-1, j)\} = 0$$

理论证明: 尺度 $i-1$ 上平滑信号与细节信号的误差方差为尺度 i 上平滑信号与细节信号的误差方差的一半。

一般地, 利用实测观测数据序列对上述理论模型进行试验验证的基本步骤为:

- 1) 选取一定长度的实测观测数据序列, 并计算其均值与误差方差; 2) 对观测数据序列选取合理的边界延拓方法, 以防止在小波分析与综合过程中边界出现“畸形”的现象; 3) 进行小波分解。比如, 选择一组 Daubechies 小波滤波系数构造变换矩阵 W , 并确定其分解层次 J , 然后对观测数据序列进行 J 层小波分解; 4) 小波分解高频系数的阈值量化处理; 5) 利用分解的第 J 层低频系数和经过阈值量化处理后的各层高频系数, 得到低尺度平滑信号, 并计算其均值与误差方差。

2 基于小波降噪误差方差模型的 GPS/SINS 组合导航模型

所选取的组合导航系统状态方程为 SINS 误差方程, 在忽略高度通道的情况下, 系统方程可写成如下形式^[11]:

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + W(t) \tag{17}$$

取状态向量为 10 阶:

$$X = [\phi_N, \phi_E, \phi_D, \delta V_N, \delta V_E, \delta L, \delta \lambda, \varepsilon_{rx}, \varepsilon_{ry}, \varepsilon_{rz}]^T,$$

其中, 下标 N 、 E 、 D 代表北向、东向、地向, ϕ 代

表姿态角误差, δV 代表速度误差, δL 、 $\delta \lambda$ 分别代表纬度误差、经度误差, ε_{rx} 、 ε_{ry} 、 ε_{rz} 代表 3 个方向陀螺误差的一阶马尔可夫过程, $F(t)$ 、 $W(t)$ 分别为系统状态转移矩阵、系统噪声矩阵, 其定义可参照文献[8]。而量测方程采用 GPS 输出的经度、纬度和水平速度作为外部观测值^[11], 表示如下:

$$Z(t) = HX(t) + V(t) \tag{18}$$

其中, H 为 4×10 的矩阵, 不为零的元素为 $H(1,6)=1$ 、 $H(2,7)=1$ 、 $H(3,4)=1$ 、 $H(4,5)=1$, $V(t)$ 为量测噪声矩阵。

将第二部分的多尺度分析中平滑信号的误差方差建模理论用于 GPS 的量测信息, 并引入卡尔曼滤波器中, 根据降噪的尺度自适应地调整常规卡尔曼滤波器的量测噪声的方差矩阵 R_k ($E\{V_k V_k^T\} = R_k \delta_{kj}$), 进而与 SINS 进行常规卡尔曼滤波, 滤波的结果对 SINS 进行反馈校正, 则该组合导航的原理图如图 1。

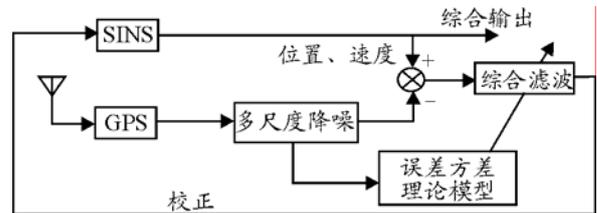


图 1 基于多尺度小波降噪误差方差模型的组合导航系统原理图

由于小波变换是一种全域变换, 在线 GPS 消噪处理过程中不能用到以前所有的信号, 故在实际应用中, 选取当前信息之前的 m 个值作为参考, 并进行小波变换, 提高信号处理的实时性^[7]。

3 试验结果与分析

为了验证上述理论模型, 在某地进行了静态试验, 试验采用低精度的 SINS 且其型号为 YH5000, GPS 接收机的型号为 Garmin25。试验时, 利用计算机实时采集 SINS 与 GPS 的原始数据, 试验中每隔 0.01 s 对陀螺、加速度计进行采样一次, 每隔 2 s 采集一次 GPS 输出的经度、纬度与水平速度信息。为了验证尺度分析中 GPS 平滑信号的误差方差模型, 首先单独对 GPS 接收机进行了 3 400 s 的试验, 算得原始信号的纬度方向定位误差方差为 260.208 9 m²、经度方向定位误差方差为 158.982 3 m²。对原

始信号应用 db2 小波进行 4 层分解, 根据其分解结果算得各尺度下的误差方差如表 1。

表 1 各尺度下的 GPS 定位误差方差

	第 1 层分解	第 2 层分解	第 3 层分解	第 4 层分解
纬度误差方差/m ²	239.589 0	82.077 4	33.586 4	19.140 4
经度误差方差/m ²	141.950 3	48.498 7	21.124 9	12.213 8

比较 GPS 输出的原始数据与处理后的数据可以发现: 对原始信号应用 db2 小波分解后没有引起系统误差, 即引入小波分解前后数据的平均值没有发生变化。这里之所以采用 4 层分解, 是因为笔者综合考虑了系统的实时性与分解效果的综合因素。为了避免对当前信息造成边界效应, 笔者采用了对称延拓的边界延拓方法。由以上试验可以看出, 经小波分解后的 GPS 平滑信号的误差方差与理论模型基本符合。

为了进一步验证上述算法, 又对 SINS 和 GPS 进行了 1 个小时的静态试验, 试验所用设备不变, 选取 GPS 当前信息之前的 200 个值作为参考, 并进行小波变换。为了方便起见, 首先对组合导航系统进行常规的卡尔曼滤波并对 SINS 进行校正, 得到一组导航误差数据曲线; 然后对 GPS 输出的位置与速度信息进行在线小波去噪, 并根据小波分解的层

数来确定其误差方差, 将此引入到综合滤波器进行滤波, 并对 SINS 进行校正, 又得到了第二组导航误差曲线, 如图 2~图 7。

在组合系统的 GPS 在线小波去噪时, 采用的小波为 db2, 分解层数为 4, 对各层系数去噪所需的阈值采取缺省阈值, 缺省阈值模型由式 $thr = \sqrt{2\log(n)} * \sigma$, 其中, n 代表信号的长度, σ 代表信号噪声强度。由于状态方程中航向信息的可观测性较弱 (静态条件下和地球自转角速率的北向分量耦合), 所以经卡尔曼滤波修正后, 航向角误差虽有所改善, 但仍然有发散的趋势, 这一趋势的缓急与方位轴向陀螺的漂移大小有关。图 8 为基于常规卡尔曼滤波的组合导航系统输出的航向角变化曲线, 当采用本文模型时, 发现航向角变化曲线与图 8 基本一样。

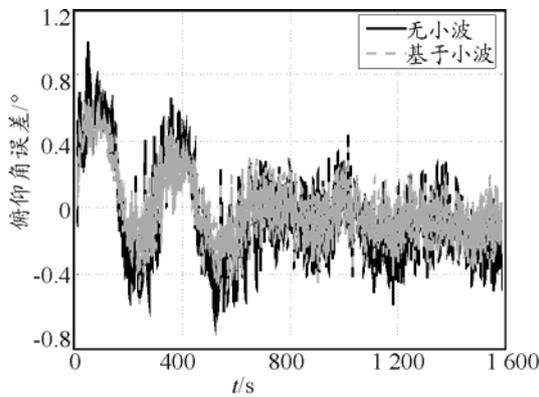


图 2 俯仰角误差曲线

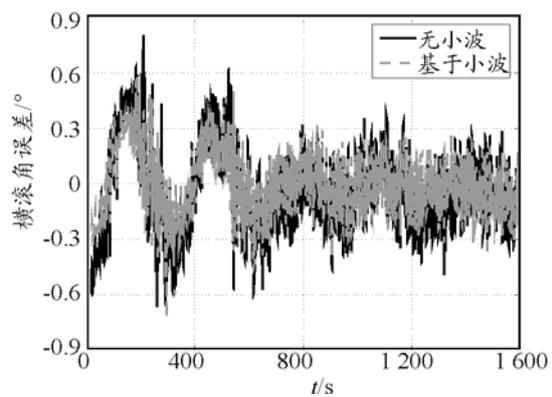


图 3 横滚角误差曲线

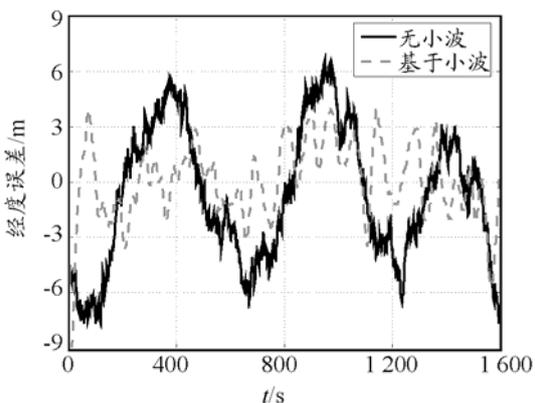


图 4 经度误差曲线

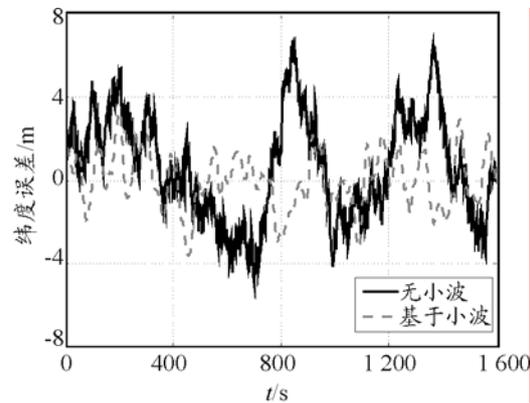


图 5 纬度误差曲线

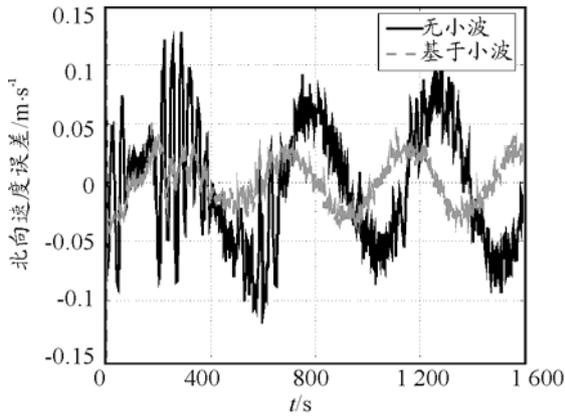


图 6 北向速度误差曲线

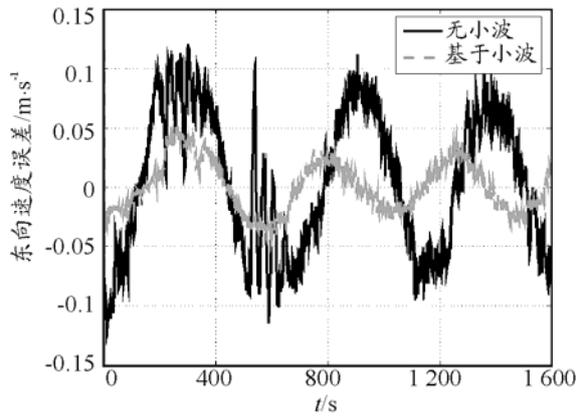


图 7 东向速度误差曲线

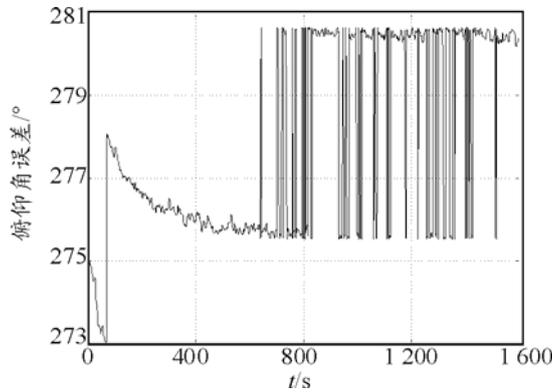


图 8 航向角变化曲线

表 2 试验结果误差均方根比较

	俯仰角/°	横滚角/°	经度误差/m	纬度误差/m	北向速度误差 /m·s ⁻¹	东向速度误差 /m·s ⁻¹
有小波分析时	0.315 4	0.257 7	2.733 6	2.175 5	0.016 6	0.018 4
无小波分析时	0.363 4	0.292 6	5.092 1	3.555 7	0.058 8	0.063 5

从试验结果可以看出，笔者提出的方法对各导航参数精度改善很大。为了进一步比较，计算各导航参数误差的均方根，如表 2。

4 结论

试验结果表明，该模型能显著地提高组合导航系统各项导航参数的精度，为提高导航系统的精度提供了一条新的途径。

参考文献：

[1] 孙德波, 杨功流, 张玉堂. SINS/GPS 组合导航序贯滤波算法[J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13(1): 59-64.
 [2] Sameh Nassar, Naser EI-Sheimy. Wavelet Analysis For Improving INS and INS/GPS Navigation Accuracy[J]. The Journal of Navigation, 2005, 58: 119-134.
 [3] Naser EI-Sheimy, Sameh Nassar. Wavelet De-Noising for

IMU Alignment[J]. IEEE A&E System, 2004, 10: 32-38.
 [4] 刘建娟, 徐晓芬, 刘锡祥. 基于小波变换的自适应滤波技术在组合导航系统中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13(6): 28-34.
 [5] 文成林, 施晨鸣, 潘泉, 等. 信号处理中量测多尺度预处理算法[J]. 河南大学学报, 2000, 30(2): 5-9.
 [6] M. Shensa. The discrete wavelet transform: wedding the trous and Mallat algorithms[J]. IEEE Trans. On Signal Processing, 1992(10): 2464-2482.
 [7] 胡广书. 现代信号处理教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
 [8] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
 [9] 袁信, 俞济祥, 陈哲. 导航系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 1993.
 [10] 林雪原. 基于小波分析的载波相位双差周跳检测[J]. 兵工自动化, 2009, 28(11): 42-44.