doi: 10.7690/bgzdh.2026.10.013

基于故障切割的抗差算法

杨　泳，孔令兵，李东霖，徐开俊，向宏辉
（中国民用航空飞行学院飞行技术学院，四川 广汉 618307）

摘要：为了解决传统抗差方法对持续突变故障与缓变故障处理效果不佳的问题，提出一种故障切割的抗差算法。在传统残差卡方检验法与渐消序贯概率比检测法（sequential probability ratio test，SPRT）基础上进行改进优化，提高故障定位准确性和检测灵敏度。根据 2 种改进后检测方法划分故障类型并设置处理因子，通过重置处理因子和抗差处理因子交替响应的方式实现对故障的切割处理。算法使用残差中位数重置处理当前故障残差，使用 IGGIII 法对切割后故障进行抗差处理。结果表明：该算法比 IGGIII 法对持续突变故障和缓变故障的处理效果更加显著，并在一定程度上提升无故障情况下的导航定位精度，具有较好的工程参考意义。

关键词：残差卡方检验；故障切割；IGGIII；持续突变故障；缓变故障
中图分类号：TN967　　**文献标志码：**A

Robust Algorithm Based on Fault Cutting

Yang Yong, Kong Lingbing, Li Donglin, Xu Kaijun, Xiang Honghui
(*College of Flight Technology*, *Civil Aviation Flight University of China*, *Guanghan* 618307, *China*)

Abstract: In order to solve the problem that the traditional robust method is not effective in dealing with the continuous mutation fault and the slow change fault, a robust algorithm based on fault cutting is proposed. Based on the traditional residual chi-square test method and the gradual elimination sequential probability ratio detection method, the fault location accuracy and detection sensitivity are improved. Accord to that two improved detection method, the fault types are divided and the processing factor are set, and the fault cutting processing is realized by alternately responding to the reset processing factor and the robust processing factor. The algorithm uses residual median reset to deal with the current fault residual, and uses IGGIII method to deal with the fault after cutting. The results show that the algorithm is more effective than IGGIII in dealing with the continuous mutation fault and the slow change fault, and improves the navigation and positioning accuracy in the case of no fault to a certain extent, which has a good engineering reference significance.

Keywords: residual chi-square test; fault cutting; IGGIII; persistent mutation fault; slow change fault

0　引言

在组合导航系统过程中，及时对量测信息进行故障检测和故障处理成为一种保证组合导航系统稳定性常用方式。在故障检测方面，常用的故障检测方法有残差 χ^2 法与序贯概率比检测法（SPRT）[1-2]。残差 χ^2 检验凭借其计算简单、灵敏应对突变故障检测而成为一种常用的检测方法；但针对小量的缓变故障，反应迟缓[3]。传统的 SPRT 法作为一种基于残差的检验方法，与状态的变化统计无关，成为一种组合导航系统中常用的软件故障检测方法，但存在着检测时间延迟[4]、统计量负值[5]、检测故障结束延迟[6]等问题，需进一步改进优化。

国内外众多学者对此进行了富有成效的研究，杨苏桥等[7]通过结合残差 χ^2 检验的故障结束时间，对 SPRT 法的统计量进行重置，消除故障结束后的时间延迟问题，但该方法仅能检测到满足残差 χ^2 检验的故障大小作为故障结束时间，无法有效检测拖尾状态下的缓变故障结束时间；高超等[8]通过引入渐消因子增强新历元对检验统计量变化率和统计量的影响，提升了传统 SPRT 算法检测速率，改进了传统 SPRT 法无法检测到缓变故障结束时刻的缺陷；在双导航传感器系统中，沈笑云等[4]采用将故障量测信息置零处理方式，排除故障量测信息对定位结果的影响；多数学者利用抗差对故障进行处理，通过降低故障量测信息在状态更新中的权重，以达到隔离的效果[9]，但该方法仅对单一突变故障效果显著，对持续突变故障或缓变故障会分别产生拖尾和处理不显著的现象。

综上所述，为了解决在双导航传感器组合导航中传统抗差方法针对持续突变故障与缓变故障效果欠佳的问题，笔者先对检验算法进行优化改进，之后采用故障切割的方式将 2 种故障类型转变为便于

收稿日期：2025-02-10；**修回日期：**2025-03-25
基金项目：2024 年度中央高校基本科研项目（24CAFUC04002）；民航飞行技术与飞行安全重点实验室项目（FZ2020KF09，FZ2021ZZ06）；四川省民航机场智慧运营与维护工程研究中心自主研究项目（JCZX2023ZZ07）
第一作者：杨　泳（1982—），男，湖北人，博士。

IGGIII算法处理的突变故障，实现组合导航系统的抗差处理，提升系统的鲁棒性。

1 故障检测与抗差方法介绍

1.1 故障模型

故障可分为突变故障和缓变故障：

$$\left.\begin{array}{l}\text{突变故障：}\tilde{z}_k = z_k + \delta z_k \\ \text{缓变故障：}\tilde{z}_k = z_k + \alpha_z(k-k_0)\end{array}\right\}。\tag{1}$$

式中：$\tilde{z}_k$ 为故障观测值；z_k 为真实观测值；δz_k 为突变故障值；α_z 为故障变化率；k 为当前时刻；k_0 为故障起始时刻。

1.2 残差卡方检验法

残差卡方检验针对突变故障反应灵敏，结构简单便于计算使用。设残差为 ε_k：

$$\varepsilon_k = Z_k - H_k\hat{X}_{k/k-1}。\tag{2}$$

式中：Z_k 为量测值；$\hat{X}_{k/k-1}$ 为一步状态预测。

根据正交性原理[10]，残差马氏距离的平方服从卡方分布，其统计量为：

$$M_k^2 = \varepsilon_k^{\mathrm{T}}\left(H_kP_{k/k-1}H_k^{\mathrm{T}} + R_k\right)\varepsilon_k \sim \chi^2(n)。\tag{3}$$

如果量测值发生异常，将会使残差的马氏距离的平方不符合自由度为 n 的卡方分布，n 为量测维度。令 $\lambda_k = M_k^2$，则得到卡方检验统计量判据为：

$$\lambda_k = \varepsilon_k^{\mathrm{T}}(H_kP_{k/k-1}H_k^{\mathrm{T}} + R_k)\varepsilon_k。\tag{4}$$

若 $\lambda_k > T_D$，则判定残差异常，否则相反（T_D 为卡方门限）。

残差卡方检验仅靠状态估计 $\hat{X}_{k,k-1}$ 信息，能够有效应对突变故障的检测；但面对包含缓慢变化故障量，相邻历元残差的统计特性变化小，残差卡方检验会出现检测延迟的现象，导致对缓变故障检测不灵敏。

1.3 渐消 SPRT 检验法

传统 SPRT 算法是一种针对缓变故障反应灵敏的检测方法，被广泛应用于组合导航的缓变故障检测。

对组合导航系统的量测值进行二元假设：正常状态 H_0 和异常状态 H_1。当量测值无故障时，ε_k 符合均值为 0 的高斯分布，残差期望和方差表示为：

$$H_0 = \begin{cases}E(\varepsilon_k) = 0 \\ E(\varepsilon_k^{\mathrm{T}}\varepsilon_k) = \sigma_{\varepsilon_k}^2\end{cases}。\tag{5}$$

当量测值故障时，ε_k 不服从均值为 0 的高斯分布。对应的残差期望和方差表示为：

$$H_1 = \begin{cases}E(\varepsilon_k) = \delta v_k \\ E((\varepsilon_k - \delta v_k)(\varepsilon_k - \delta v_k)^{\mathrm{T}}) = \sigma_{\varepsilon_k}^2\end{cases}。\tag{6}$$

式中 δv_k 为故障噪声。

式(5)—(6)中残差的期望可用均值表示：

$$\bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\varepsilon_i = \frac{k-1}{k}\bar{\varepsilon}_{k-1} + \frac{1}{k}\varepsilon_k。\tag{7}$$

传统 SPRT 法的统计量：

$$\lambda_k = \sum_{i=1}^{k}\frac{(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_k)^{\mathrm{T}}\left(\sigma_{\varepsilon_k}^2\right)^{-1}(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_k) - \varepsilon_i^{\mathrm{T}}\left(\sigma_{\varepsilon_k}^2\right)^{-1}\varepsilon_i}{2}。\tag{8}$$

则通过化简可得统计量的迭代关系为：

$$\lambda_k = \lambda_{k-1} + \Delta\lambda_k。\tag{9}$$

在已知 P_f 误警率与 P_m 漏警率的前提下，统计量的阈值可由 Wald 提出的 SPRT 方法设置为：

$$T_D = \ln\left((1-P_m)/P_f\right)。\tag{10}$$

根据统计量和阀值的关系，对系统的正常状态和故障状态进行检测：

$$e_k = \begin{cases}\lambda_k < T_D, H_0\text{：正常状态} \\ \lambda_k > T_D, H_1\text{：故障状态}\end{cases}。\tag{11}$$

上述为传统的 SPRT 算法，为了解决缓变故障检测无法检测到故障结束这一问题，渐消 SPRT 算法[6]通过在式(7)和(9)中引入渐消因子 α，降低历史残差与统计量的影响，达到了对故障结束时间检测的目的。

$$\left.\begin{array}{l}\bar{\varepsilon}_k = \dfrac{\alpha k - 1}{\alpha k}\bar{\varepsilon}_{k-1} + \dfrac{1}{\alpha k}\varepsilon_k \\ \lambda_k = \alpha\lambda_{k-1} + \Delta\lambda_k\end{array}\right\}。\tag{12}$$

1.4 IGGIII抗差法

IGGIII抗差法是常用的故障处理算法，在组合导航应用中，为量测噪声分配权重：

$$K_k = P_{k/k-1}H_k^{\mathrm{T}}\left(H_kP_{k/k-1}H_k^{\mathrm{T}} + T_kR_k\right)^{-1}。\tag{13}$$

式中：T_k 为抗差因子，$T_k = \mathrm{diag}(\dfrac{1}{t_1}, \dfrac{1}{t_2}, \cdots, \dfrac{1}{t_n})$，$n$ 为量测维数。

IGGIII法构造抗差因子，函数表达式为：

$$t_k = \begin{cases}1, & e_k \leqslant k_0 \\ \dfrac{k_0}{e_k}\left(\dfrac{k_1 - e_k}{k_1 - k_0}\right)^2, & k_0 < e_k \leqslant k_1 \\ 10^{-6}, & e_k > k_1\end{cases}。\tag{14}$$

式中：e_k 为标准化残差；k_0、k_1 为调节系数为常值，

k_0 通常取 1.0～2.5，k_1 取 3.5～8.0。

$$e_k = \frac{\varepsilon_k}{\hat{\sigma}_k}。\tag{15}$$

式中：ε_k 为第 k 时刻的残差；$\hat{\sigma}_k$ 为残差距离：

$$\hat{\sigma}_k = 1.482\,6 \bullet \mathrm{med}\left(\left|\bar{\varepsilon}_k - \mathrm{med}\left(\bar{\varepsilon}_k\right)\right|\right)。\tag{16}$$

式中：$\bar{\varepsilon}_k$ 为第 k 时刻的一组残差向量；med(•)为取中位数。

2　基于故障切割的抗差算法

在故障量级小于一定门限时，IGGIII 故障处理方法不能有效处理，即使超过门限时对持续突变故障与缓变故障也存在处理效果不佳的现象。经过仿真发现，IGGIII 法能对达到卡方检验门限的故障进行有效处理。此外，残差卡方检验对缓变故障检测不灵敏。笔者提出使用渐消 SPRT 法与残差卡方检验法综合检验的方式实现对故障的有效识别，并以此划分故障类型，对低于卡方检验门限的故障进行重置，对高于卡方检验门限的故障进行重置和抗差交替处理。

2.1　双检验算法优化

在组合导航的量测向量中，若某量测信息出现故障，由于观测向量残差间的相关性，会影响其他观测残差，从而引起组合导航整体定位结果出现异常。

残差卡方检验结果为一个数值，无法定位故障发生的具体位置，因此需要对残差卡方检验进行优化。笔者提出采用序贯思想对残差卡方检验进行优化，即对所有维度统计量依次计算：

$$\lambda_{i,k} = \varepsilon_{i,k}^{\mathrm{T}}(H_{i,k}P_{(i,i),k/k-1}H_{i,k}^{\mathrm{T}} + R_{(i,i),k})\varepsilon_{i,k}。\tag{17}$$

式中：$\lambda_{i,k}$ 为 i 个维度卡方统计量；$P_{(i,i),k/k-1}$ 为 $P_{k,k-1}$ 第 i 行 i 列的对角线元素；$R_{(i,i),k}$ 为 R_k 第 i 行 i 列的对角线元素。

在渐消 SPRT 法中，将计算统计量过程中超过检测门限的残差统计结果对应的量测维度的协方差 $P_{(i,i)k,k-1}$ 替换为上一时刻的 $P_{(i,i)k-1}$，以防止计算所用的 $P_{(i,i)k,k-1}$ 随着故障的不断施加而持续增长从而减弱检测统计量的增长趋势。与此同时，为保证统计量不为负，取统计量 $\tilde{\lambda}_k = \max\{0 \quad \lambda_k\}$。

2.2　故障切割步骤

故障切割主要分为故障类型检验、处理因子更新、抗差与重置处理 3 个步骤。通过上一时刻与当前时刻的处理方式的不同，实现对未能达到残差卡方检验的缓变故障进行重置处理，对达到残差卡方检验门限的持续突变故障与缓变故障实现故障重置与抗差间隔处理，以实现对持续突变故障与缓变故障切割的效果。主要步骤为：

Step1：故障类型检验。

计算当前时刻量测残差 ε_k，并统计每一时刻残差构造残差向量组 $\bar{\varepsilon}_k$。设残差卡方检验统计量为 $\lambda_k^{\chi^2}$，对应的残差卡方检验门限为 $T_D^{\chi^2}$。渐消 SPRT 检验统计量 $\lambda_k^{\mathrm{sprt}}$，对应的检验门限为 T_D^{sprt}。采用序贯的方式同时对第 k 时刻的第 i 个维度的残差进行 2 种检验，可能出现 3 种检验结果：

1) 当 $\lambda_{i,k}^{\chi^2} < T_D^{\chi^2}$，且 $\lambda_{i,k}^{\mathrm{sprt}} < T_D^{\mathrm{sprt}}$，此时检验结果为无故障；

2) 当 $\lambda_{i,k}^{\chi^2} < T_D^{\chi^2}$，且 $\lambda_{m,k}^{\mathrm{sprt}} > T_D^{\mathrm{sprt}}$ 时，此时检验结果为缓变故障；

3) 当 $\lambda_{i,k}^{\chi^2} > T_D^{\chi^2}$，必定满足 $\lambda_{m,k}^{\mathrm{sprt}} > T_D^{\mathrm{sprt}}$，此时检验结果为突变故障。

将第 k 时刻的第 i 个纬度对应的检验情况定为 $FT_{i,k}$，综上所述，双检验法的检验流程如图 1 所示。

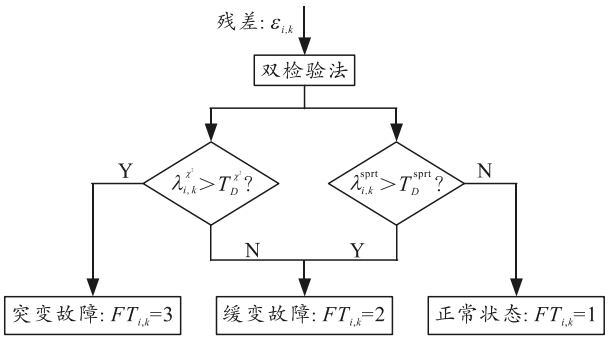


图 1　双检验法检验流程

Step2：处理因子更新。

通过 Step1 中获得的检验结果 $FT_{i,k}$ 更新处理因子，$NT_{i,k}$ 为抗差处理因子，$NR_{i,k}$ 为重置处理因子。处理因子为 1 表示进行这种处理，处理因子为 0 表示不进行这种处理。当时刻 k =0 时，故障类型对应的处理因子的初始状态如式(18)所示；当 $k \neq 0$ 时，结果 1 与结果 2 的处理因子更新流程如表 1 所示，结果 3 的处理因子更新流程如图 2 所示。

$$\left.\begin{aligned} &NR_{i,0} = 0,\ NT_{i,0} = 0;\ FT_{i,0} = 1\\ &NR_{i,0} = 1,\ NT_{i,0} = 0;\ FT_{i,0} = 2\\ &NR_{i,0} = 0,\ NT_{i,0} = 1;\ FT_{i,0} = 3 \end{aligned}\right\}。\tag{18}$$

表 1 情况 1～2 处理因子更新

$FT_{i,k-1}$	$FT_{i,k}$	$NT_{i,k}$	$NR_{i,k}$
	1	0	0
1	2	0	1
	3	1	0
	1	0	0
2	2	0	1
	3	1	0

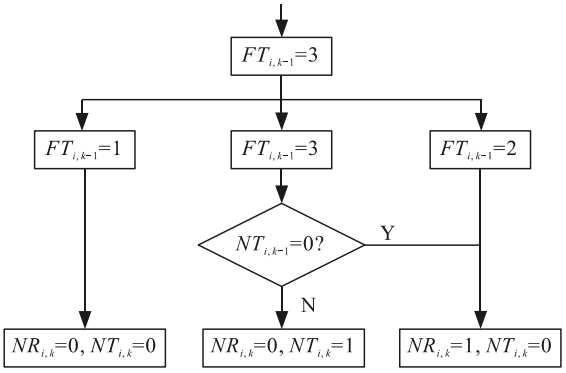


图 2 结果 3 处理因子更新流程

Step3：抗差与重置处理。

经过 Step2 获得 3 种处理因子组合模式与处理方式的对应关系：

$$\left.\begin{array}{ll} NR_{i,0}=0, NT_{i,0}=0; & \text{无处理} \\ NR_{i,0}=1, NT_{i,0}=0; & \text{重置处理} \\ NR_{i,0}=0, NT_{i,0}=1; & \text{抗差处理} \end{array}\right\}。 \tag{19}$$

1) 抗差处理。利用 IGGIII法求抗差权值因子 $t_{i,k}$，将式(13)中的 $R_{(i,i),k}$ 替换 $R_{(i,i),k}/t_{i,k}$，实现当前维度的抗差处理。

2) 重置处理。用残差统计量组 $\bar{\varepsilon}_{i,k-1}$ 的中位数对上一时刻和当前时刻的故障残差进行替换。

3 仿真与分析

3.1 仿真参数设置

笔者通过仿真一条飞行训练科目轨迹数据验证所提算法的有效性。设飞机的初始位置为北纬 N:30°58′39″，东经 E:104°16′54″，高度 H:0、初始速度 0kt、初始航向 0；东北天三向的初始位置误差为 1、1 和 3 m，初始失准角为 0.5°，初始速度误差为 0.1 m/s。惯导的参数设置为：陀螺零偏稳定性 eb=15(°)/h；陀螺随机游走 web=500(°)/sqrt(h)；加速度计零偏稳定性 db=1 ug；加速度计测量随机游走 web=500 ug/sqrt(Hz)。GNSS 定位位置误差设置为：东(北)向误差 1 m，天向误差 3 m；仿真轨迹包含飞机的起飞、爬升、加速、转弯等运动状态，如图 3 所示。

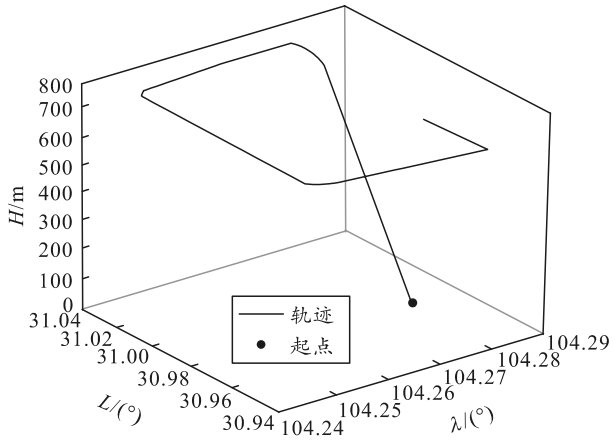
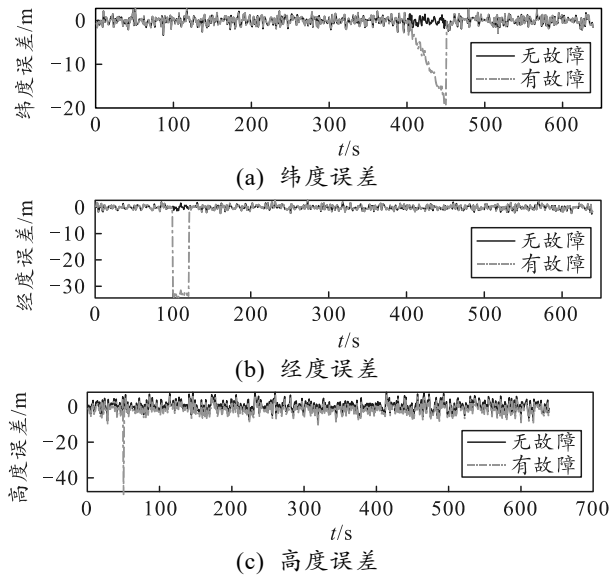


图 3 飞行轨迹

笔者通过在 GNSS 量测的经纬度信息中分别施加持续突变故障与缓变故障验证所提算法的有效性。对正常的量测信息施加表 2 所示的故障，可得到无故障添加与有故障添加各个量测维度对应的量测误差变化，如图 4 所示。其中残差卡方检验与 SPRT 法的误警率和漏警率均为 5%，对应的卡方门限为 12.84，SPRT 门限为 5.29。

表 2 量测信息故障设置

故障类型	位置	故障大小/m	故障时间/s
突变故障	高度	50	50
持续突变故障	经度	40	100～120
缓变故障	纬度	0.3*(t−400)	400～450



(a) 纬度误差

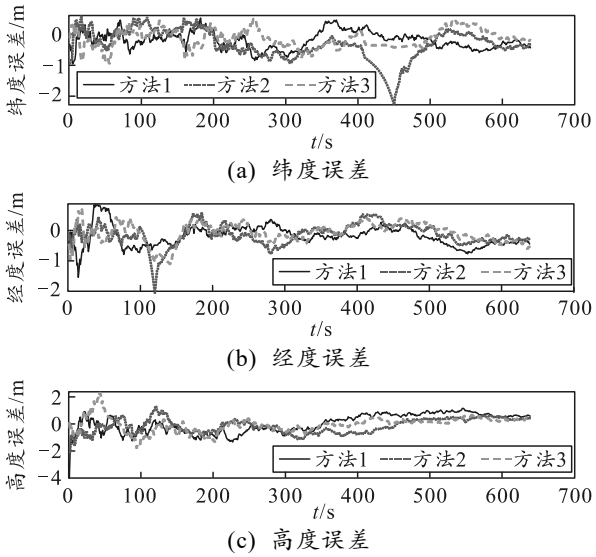
(b) 经度误差

(c) 高度误差

图 4 GNSS 位置量测误差变化

3.2 结果分析

笔者将不添加任何故障的正常 KF 组合导航结果作为方法 1，只进行 IGGIII抗差处理结果作为方法 2，经过故障切割处理的 IGGIII抗差结果作为方法 3，组合导航定位误差结果如图 5 所示。



(a) 纬度误差

(b) 经度误差

(c) 高度误差

图 5　定位误差变化

由图 5 可见：方法 2 只进行 IGGIII抗差处理能对高度误差中的突变故障有效隔离，对纬度和经度中的缓变故障和持续突变故障处理有一定的处理效果，使现有故障远小于所施加的故障，但无法实现对缓变故障和持续突变故障完全抗差处理。方法 3 为笔者提出的故障切割抗差方式的组合导航结果。该方法的定位结果与方法 1 无故障情况下的定位结果贴合，证明本文中的处理算法对缓变故障与持续突变故障的抗差结果有效。为了更清晰地展示算法的处理效果，通过计算几种方法对应纬经高 3 个方向的 RMSE 值进行比较，如表 3 所示。

表 3　算法误差 RMSE　　m

方法	纬度误差	经度误差	高度误差
1	0.338 1	0.380 8	0.688 9
2	0.583 9	0.383 6	0.551 6
3	0.321 1	0.331 7	0.545 6

可见本文中算法比方法 1 的 RMSE 值略小，这是因为本文中算法在组合导航过程中对随机出现的缓变噪声进行了检测和重置，使得本文中算法的定位结果略优于方法 1。对比方法 1 的纬度、经度、高定位精度分别提升了 5.03%、12.90%、19.94%，对比方法 2 分布提升了 45.01%、13.53%、1.09%。方法 2 与方法 3 的高度维度定位精度相差不大，是因为高度维度只添加了单一时刻的突变故障，而IGGIII抗差法能有效去除单一突变故障。

4　结论

笔者针对导航系统中量测信息的持续突变故障与缓变故障，提出一种故障切割的抗差方式。仿真分析结果表明：本文中算法对达到残差卡方检验门限的故障进行故障切割的抗差处理，对达到 SPRT 门限不满残差卡方检验门限的故障进行重置处理。有效提高了传统抗差方式的抗差效果，具有一定的工程参考意义。

参考文献：

[1] BRUMBACK B D, SRINATH M D. A fault-tolerant multisensor navigation system design[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1987(6): 738−756.

[2] 杨春, 张磊, 郭健, 等. 采用双状态传播卡方检验和模糊自适应滤波的容错组合导航算法[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(4): 500−511.

[3] 张春熹, 卢鑫, 高爽, 等. 基于残差卡方检验和动态 Allan 方差的 INS/GPS 故障检测与定位算法研究[J]. 导航与控制, 2018, 17(2): 25−31.

[4] 沈笑云, 唐鹏, 张思远, 等. 机载 GPS 接收机软故障检测方法的研究[J]. 电光与控制, 2014, 21(10): 47−51.

[5] 刘昆朋, 曾庆华. 序贯概率比检验用于残差检测的一种改进方法[J]. 电光与控制, 2009, 16(8): 36−39.

[6] 高广乐, 高社生, 彭旭, 等. 渐消 SPRT 在 SINS/CNS/SRS 导航系统软故障诊断中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28(6): 834−840.

[7] 杨苏桥, 郑恩辉, 田琛, 等. 基于 EKF 残差的无人机 GPS 故障诊断方法[J]. 电光与控制, 2024, 31(7): 61−65, 72.

[8] 高超, 赵修斌, 庞春雷, 等. 一种残差 χ^2 与改进 SPRT 互辅的故障检测方法[J]. 火力与指挥控制, 2020, 45(4): 148−152, 157.

[9] 杨元喜, 任夏, 许艳. 自适应抗差滤波理论及应用的主要进展[J]. 导航定位学报, 2013, 1(1): 9−15.

[10] 刘子龙, 楼家祺. 基于正交性原理的组合导航系统故障检测[J]. 控制工程, 2024, 31(10): 1841−1848.