

doi: 10.7690/bgzdh.2026.05.019

基于两级迭代补偿的机器人定位精度提升方法

刘宇宸¹, 杨治林², 张书歌², 史慧芳², 李昂², 李自胜¹

(1. 西南科技大学制造科学与工程学院, 四川 绵阳 621010;

2. 中国兵器装备集团自动化研究所智能制造事业部, 四川 绵阳 621000)

摘要: 针对现有机器人运动学标定方法中测量坐标系与工具坐标系转化误差的问题, 提出一种两级迭代补偿方法。一级补偿采用线性搜索准则对高斯牛顿法进行改进, 利用改进高斯牛顿法求粗解, 初步标定测量坐标系与工具坐标系, 再采用最小二乘法对标定初值与机器人本体求细解, 进行完整运动学参数标定补偿。二级补偿通过逆运动学迭代方法对机器人各残余转角误差进行补偿。利用激光跟踪仪对 KR210_2700 机器人进行补偿实验验证。实验结果表明: 经过 2 次补偿后, 机器人绝对定位误差均值由 2.862 降至 0.571 mm, 平均定位精度提高约 80.05%, 有效提高了机器人的绝对定位精度。

关键词: 工业机器人; 误差辨识; 机器人标定; 绝对定位精度

中图分类号: TP242.2 **文献标志码:** A

Method For Improving Robot Positioning Accuracy Based on Two-stage Iterative Compensation

Liu Yuchen¹, Yang Zhilin², Zhang Shuge², Shi Huifang², Li Ang², Li Zisheng¹

(1. School of Manufacturing Science and Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China; 2. Department of Intelligent Manufacturing, Automation Research Institute Co., Ltd. of China South Industries Group Corporation, Mianyang 621000, China)

Abstract: A two-stage iterative compensation method is proposed to solve the problem of the conversion error between the measurement coordinate system and the tool coordinate system in the existing robot kinematics calibration methods. The first level of compensation uses the linear search criterion to improve the Gauss-Newton method, uses the improved Gauss-Newton method to get the rough solution, initially calibrates the measurement coordinate system and the tool coordinate system, and then uses the least square method to get the detailed solution of the initial calibration value and the robot body, and carries out the complete kinematics parameter calibration compensation. The secondary compensation compensates the residual angle errors of the robot by the inverse kinematic iteration method. KR210_2700 robot is compensated by laser tracker. The experimental results show that after two times of compensation, the average absolute positioning error of the robot is reduced from 2.862 to 0.571 mm, and the average positioning accuracy is improved by about 80.05%, which effectively improves the absolute positioning accuracy of the robot.

Keywords: industrial robot; error identification; robot calibration; absolute positioning accuracy

0 引言

目前, 工业机器人已被广泛应用于军工自动化生产线。在弹药装配、精密加工等高精度军事工业领域, 机器人的绝对定位精度直接决定了产品的性能可靠性与一致性。随着国防现代化建设的飞速发展, 任务需求对机器人的绝对定位精度提出了更高要求, 其现有精度水平已成为提升作业效能的主要瓶颈, 对机器人展开定位误差补偿研究至关重要。

由于串联机器人在装配与应用过程中不可避免会引入几何误差和非几何误差, 导致其真实运动学参数偏离理论名义值^[1-2], 为此许多研究者致力于机器人运动学参数误差分析及补偿研究。

Zeng 等^[3]提出了一种基于位置误差相似性的误差补偿方法, 该方法利用普通克里金法预测机器人 TCP 的位置误差, 通过修改机器人控制中的指令坐标实现补偿。Li 等^[4]提出了一种基于表面重建的误差补偿, 采用移动最小二乘插值和 B 样条法进行误差面重建, 实验结果和仿真结果验证了提出方法的有效性。寇斌等^[5]提出一种基于两段式的动态粒子群算法, 将几何误差标定问题转换成对高维非线性方程的求解, 有效减少工业机器人的定位误差。He 等^[6-7]针对关节的间隙误差, 采用误差前馈补偿的方式进行标定补偿, 取得了不错的效果。Xu 等^[8]提出一种机器人定位误差的分层补偿方法, 采用小龙虾

收稿日期: 2024-12-09; 修回日期: 2025-01-26

第一作者: 刘宇宸(1998—), 男, 四川人, 硕士。

优化算法和高斯过程回归模型，分别补偿机器人的几何误差与非几何误差。邹方星等^[9]运用微分运动学理论建立机器人末端位置误差模型，结合 IGG3 权因子函数采用抗差岭估计辨识了运动学参数，并采用空间插值法对剩余误差进行补偿。黄维等^[10]通过改进秃鹰搜索算法对工业机器人几何参数进行标定，通过实验验证了所提方法的有效性。乔贵方等^[11]通过优化 DNN 深度神经网络结构，利用该神经网络预测机器人实际位姿误差，避免复杂的误差建模。咎杰等^[12]提出基于惯性传感器的工业机器人定位误差补偿方法，通过融合惯性传感器与视觉传感器数据，结合极限学习机修正与自适应学习，实现了工业机器人定位误差的高精度补偿和稳定性提升。

当前，大多数对运动学模型参数的标定都采用开环测量技术^[13-14]，测量设备基于自身坐标系采集数据，与机器人基坐标系并不重合，测量工具与机器人末端位置也并不相同，在变换到基坐标过程中，这部分误差同样会传递与放大到机器人定位误差。针对上述问题，笔者提出一种两级迭代补偿方法，通过粗细两级迭代参数辨识补偿几何参数误差，再通过逆运动学迭代对机器人各残余转角误差进行补偿，进一步提升机器人定位精度，并通过补偿实验验证该方法的有效性。

1 几何参数误差辨识

1.1 几何参数误差分析

MD-H 参数法^[15]于 1985 年提出，为机器人的每个连杆在其关节轴上建立附体坐标系，采用 4 个经典参数，通过系统化的坐标系附着规则与最小参

$${}^{i-1}T_i = \text{Rot}(y_{i-1}, \beta_{i-1}) * \text{Rot}(x_i, \alpha_{i-1}) * \text{Trans}(a_{i-1}, 0, 0) * \text{Rot}(z_{i-1}, \theta_i) * \text{Trans}(0, 0, d_i) =$$

$$\begin{bmatrix} c\beta_{i-1}c\theta_i + s\beta_{i-1}s\theta_i s\alpha_{i-1} s\theta_i c\alpha_{i-1} & -c\beta_{i-1}s\theta_i + s\beta_{i-1}c\theta_i s\alpha_{i-1} c\theta_i c\alpha_{i-1} & s\beta_{i-1}c\alpha_{i-1} - s\alpha_{i-1} & c\beta_{i-1}a_{i-1} + s\beta_{i-1}d_i c\alpha_{i-1} - d_i s\alpha_{i-1} \\ -s\beta_{i-1}c\theta_i + c\beta_{i-1}s\theta_i s\alpha_{i-1} & s\beta_{i-1}s\theta_i + c\beta_{i-1}c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\beta_{i-1}c\alpha_{i-1} & -s\beta_{i-1}a_{i-1} + c\beta_{i-1}d_i c\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中： $s=\sin$ ； $c=\cos$ ； θ_i 为关节 $\{i\}$ 的关节转角； d_i 为关节 $\{i\}$ 的连杆偏置； α_{i-1} 为关节 $\{i-1\}$ 的关节转角； a_{i-1} 为关节 $\{i-1\}$ 的连杆长度； $i=1, 2, \dots, 6$ 。

末端执行器相对于基坐标系的位姿 0T_6 ，可通过依次连乘 6 个连杆的齐次变换矩阵推导得出：

$${}^0T_6 = {}^0T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 T_6 = \prod_{i=1}^6 {}^{i-1}T_i \quad (2)$$

将 ${}^{i-1}T_i$ 记为 T_i ，在引入机器人几何参数误差值 $\delta\alpha_i = [\delta\theta_i, \delta d_i, \delta\alpha_i, \delta a_i, \delta\beta_i]^T$ 后，关节 $\{i\}$ 的实际齐次

数集来建立相邻连杆间的空间几何关系。笔者以库卡 KR210_2700 型六自由度工业机器人为研究对象，其 2、3 关节轴线平行，为保证运动学参数连续性，根据 MD-H 法建立运动学参数模型。机器人各关节链路坐标系如图 1 所示，机器人 MD-H 参数如表 1 所示。

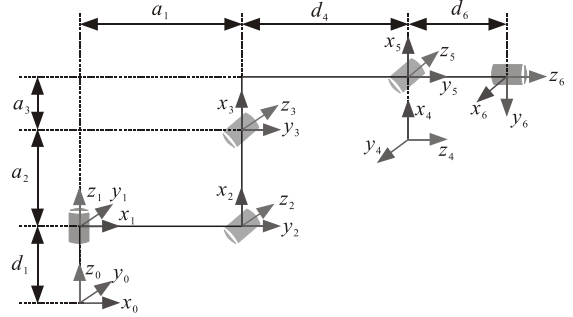


图 1 机器人各关节链路坐标系

表 1 机器人 MD-H 参数表

| 连杆 i | a_{i-1}/mm | $\alpha_{i-1}/(^{\circ})$ | d_i/mm | $\theta_i/(^{\circ})$ |
|--------|---------------------|---------------------------|-----------------|-----------------------|
| 1 | 0 | 0 | 645 | -90 |
| 2 | 330 | -90 | 0 | -90 |
| 3 | 1 150 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 115 | -90 | 1 220 | 90 |
| 5 | 0 | 90 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | -90 | 215 | 0 |

MD-H 法的变换序列被严格定义为 4 个参数。当机器人存在相邻关节轴线平行或接近平行时，采用 4 个参数会产生奇异值问题。为保证运动学参数的完整性，克服 MD-H 模型在关节轴平行时因微小误差导致的参数奇异问题，笔者引入一个绕 y 轴的冗余旋转角 β ，以补偿 z 轴间的实际偏斜。由此引入五参数扩展 MDH 模型。把机器人相邻坐标系定义为 $\{i-1\}$ 与 $\{i\}$ ，此时坐标系间的齐次变化矩阵 ${}^{i-1}T_i$ ：

变换矩阵 ${}^i T_i$ 为：

$${}^i T_i = R(y_{i-1}, \beta_{i-1} + \delta\beta_{i-1}) * R(x_i, \alpha_{i-1} + \delta\alpha_{i-1}) * T(x_i, a_{i-1} + \delta a_{i-1}) * R(z_{i-1}, \theta_i + \delta\theta_i) * T(z_{i-1}, d_i + \delta d_i) \quad (3)$$

根据机器人微分运动学，机器人齐次变换矩阵相对于机器人基坐标系发生微分变化时，存在 Δ_i ，使得：

$$dT_i = T_i \cdot \Delta_i \quad (4)$$

$$\Delta_i = \begin{bmatrix} 1 & -\delta z_i & \delta y_i & 0 \\ \delta z_i & 1 & -\delta x_i & 0 \\ -\delta y_i & \delta x_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$e_i = \begin{bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dz_i \\ \delta x_i \\ \delta y_i \\ \delta z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\beta_i c\theta_i & -s\beta_i & -d_i c\beta_i s\theta_i & 0 & 0 \\ -s\theta_i & 0 & -d_i c\theta_i & 0 & 0 \\ s\beta_i c\theta_i & c\beta_i & -d_i s\beta_i s\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c\beta_i c\theta_i & -s\beta_i & 0 \\ 0 & 0 & -s\theta_i & 0 & 1 \\ 0 & 0 & s\beta_i c\theta_i & c\beta_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a_{i-1} \\ \delta d_i \\ \delta \alpha_{i-1} \\ \delta \theta_i \\ \delta \beta_i \end{bmatrix} = q_i \delta \omega_i \quad (7)$$

式中: dx 、 dy 、 dz 分别为 x 、 y 、 z 轴上平移的微分变化量; $\delta=[\delta x, \delta y, \delta z]^T$ 为基坐标下沿 x 、 y 、 z 轴旋转的微分变化量。

$$e_p = \sum_{i=1}^n {}^n j_i e_i = \sum_i {}^n j_i q_i \delta \omega_i = J \delta \omega \quad (8)$$

式中: e_i 为机器人几何参数误差相对于关节坐标系 $\{i\}$ 下产生的误差, 记为 $e_i=q_i \delta \omega_i$; e_p 为末端执行器的总位姿误差, 可定义为由之前所有连杆坐标系误差传递并累积而成的合成结果。

由于机器人末端姿态误差难以测量, 仅考虑末端位置误差因素, 其中 ${}^n j_i$ 的形式表达关系为:

$${}^n j_i = \begin{bmatrix} n_{ix} & n_{iy} & n_{iz} & (p_i \times n_i)_x & (p_i \times n_i)_y & (p_i \times n_i)_z \\ o_{ix} & o_{iy} & o_{iz} & (p_i \times o_i)_x & (p_i \times o_i)_y & (p_i \times o_i)_z \\ a_{ix} & a_{iy} & a_{iz} & (p_i \times a_i)_x & (p_i \times a_i)_y & (p_i \times a_i)_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

1.2 粗细迭代参数辨识方法

针对本文中研究对象, 在式(2)中已经建立基坐标系到机器人末端坐标系的齐次变化矩阵 ${}^0 T_6$, 但实际测量过程中并不能直接测得末端法兰的位置信息。使用开环测量技术时, 测量系统需要在末端法兰处加装靶球。测量设备实际测量的是靶球位置, 其位置是基于测量设备的测量坐标系来确定, 但在标定过程中, 靶球的位置是基于机器人基坐标系来确定, 需要进行测量坐标系到机器人坐标系的转换。

在建立的齐次变换矩阵 ${}^0 T_6$ 的基础上分别左乘激光跟踪仪相对于机器人基座的坐标变换 U_{base} , 右乘末端法兰相对于靶球的坐标变换 U_{tool} , 建立新的齐次坐标变换方程:

$${}^{tool} T_{base} = U_{base} {}^0 T_6 U_{tool} = \begin{pmatrix} R_{base} & P_{base} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^0 R_6 & {}^0 P_6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{tool} & P_{tool} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{base} {}^0 R_6 R_{tool} & R_{base} {}^0 R_6 P_{tool} + R_{base} {}^0 P_6 + P_{base} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

对式(4)全微分可以得到:

$$dT_i = \frac{\partial T_i \delta \alpha_i}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial T_i \delta a_i}{\partial a_i} + \frac{\partial T_i \delta \theta_i}{\partial \theta_i} + \frac{\partial T_i \delta d_i}{\partial d_i} + \frac{\partial T_i \delta \beta_i}{\partial \beta_i} \quad (6)$$

结合式(4)–(6)可有:

式中: $R_{base} {}^0 R_6 R_{tool}$ 为姿态; $R_{base} {}^0 R_6 P_{tool} + R_{base} {}^0 P_6 + P_{base}$ 为位置, 分析时忽略姿态, 仅考虑末端位置因素, 则实际位置 ${}^R p$ 表示为:

$${}^R p = R_{base} {}^0 R_6 P_{tool} + R_{base} {}^0 P_6 + P_{base} \quad (11)$$

根据式(10)建立的总齐次变化方程, 需要知道测量设备和靶球在机器人基坐标下的位姿, 无法在实际测量过程中直接得到, 其中误差同样会在机器人基坐标下累计; 因此, 将其同时作为误差因素进行辨识, 且为避免误差因素对算法收敛造成过大影响, 导致几何参数误差辨识偏差过大, 确保准确、快速地辨识几何参数。笔者采用高斯牛顿法与最小二乘法联合优化, 运动带 Armijo-Wolfe 条件的改进高斯牛顿法对 U_{base} 和 U_{tool} 的结果进行求粗解, 获得测量设备和靶球在机器人基坐标下的位姿的初值。利用最小二乘法对全部误差因素进一步辨识, 得到更精确的辨识参数, 从而提高定位精度。整体流程如图 2 所示。

1.2.1 改进高斯-牛顿法粗标定参数辨识

高斯-牛顿法是一种用于求解非线性最小二乘问题的优化算法。其结构简单, 能以更高效的方式找到使残差平方和最小的参数值^[16]。为保证算法收敛, 本文中提出一种带 Armijo-Wolfe 条件的线搜索的高斯-牛顿迭代法, 通过自适应的方式找到合适步长因子, 确保误差下降的同时步长不会太小, 且拥有较快的收敛速度。

对于式(10)中 ${}^{tool} T_{base}$ 为理论位置结果, ${}^0 T_6$ 可以根据式(2)以未校正的 DH 参数求得, 故未知数 U_{base} 与 U_{tool} 需要通过非线性优化的方式求解, 故设置 200 次高斯-牛顿迭代, 确保算法能够收敛。

1) 对理论位置 ${}^R p$ 可以建立表达式为:

$${}^R p = f(P_{base}, R_{base}, P_{tool}) \quad (12)$$

式中: $P_{base}=(x_{base}, y_{base}, z_{base})$ 为测量设备相对于基座

坐标系的位置； $R_{base}=(R_{x_{base}}, R_{y_{base}}, R_{z_{base}})$ 为测量设备相对于基座坐标系姿态； $P_{tool}=(x_{tool}, y_{tool}, z_{tool})$ 为工

具坐标系位置。构成标定参数向量 φ ：

$$\varphi = [P_{base}, R_{base}, P_{tool}]。 \quad (13)$$

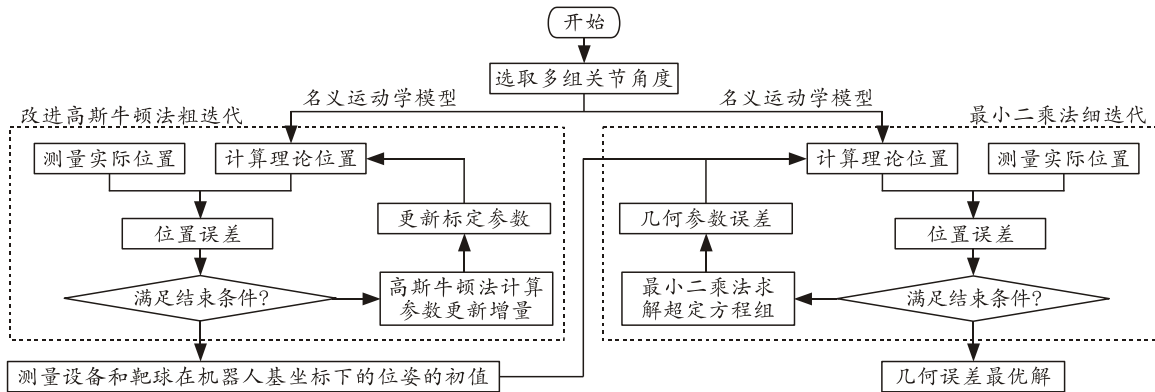


图 2 粗细 2 次迭代参数辨识流程

2) 根据高斯-牛顿法，建立理论位置 ${}^R p$ 与测量位置 ${}^c p$ 的误差函数 f 为：

$$f = {}^R p - {}^c p = R_{base} ({}^0 R_6 P_{tool} + {}^0 R_6) + P_{base} - {}^c p。 \quad (14)$$

3) 误差函数 $f(x)$ 对参数向量 φ 的雅可比矩阵 ${}^n J$ 通过解析法求出得：

$${}^n J = \frac{\partial f}{\partial \varphi} = [I_{3 \times 3}, \frac{\partial f}{\partial R_{z_{base}}}, \frac{\partial f}{\partial R_{y_{base}}}, \frac{\partial f}{\partial R_{x_{base}}}, R_{base} \cdot {}^0 R_6]。 \quad (15)$$

4) 结合式(14)和(15)可得迭代增量为：

$$\Delta X = ({}^n J^T \cdot {}^n J)^{-1} ({}^n J^T \cdot f)。 \quad (16)$$

5) 建立 Armijo 条件，确保新误差相比当前误差有足够的下降：

$$f(\lambda) \leq f(0) + r * \lambda * f(0)^{-1}。 \quad (17)$$

式中： $f(\lambda)$ 为使用步长 λ 后的新误差； $f(0)$ 为当前误差； r 为一个常数用于控制下降程度； λ 为步长因子。

6) 建立 Wolfe 条件，确保误差值下降并阻止步长过小：

$$f(\lambda)^{-1} \leq \sigma * f(0)^{-1}。 \quad (18)$$

7) 设立优化算法目标：

$$\delta_n = \min \| {}^R p - {}^c p \|_2。 \quad (19)$$

1.2.2 最小二乘法细迭代参数辨识

最小二乘法和高斯-牛顿法的数学模型类似，只是在求解方程时，最小二乘法通过解导数方程的形式找到误差为零的点，鉴于扩展雅可比矩阵内存在冗余运动学参数^[17]易导致误差函数收敛于局部最小值，利用 QR 分解对其进行剔除。先采用 QR 分解法剔除冗余参数相应的列，可得：

$${}^L J = Q [R/0]。 \quad (20)$$

式中 R 为上三角矩阵， R 中对角线上接近于 0 得误差参数是不可识别参数。

为确保数值计算的稳定性，需对可能病态的扩展雅可比矩阵 ${}^L J$ 进行奇异值分解 (singular value decomposition, SVD)，以求得其稳定的广义逆矩阵 J^+ ，即：

$${}^L J = Q \begin{bmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T。 \quad (21)$$

式中 Q 和 V 均为正交矩阵；

$\sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ ， r 是系数矩阵 ${}^L J$ 的秩。

相应的广义逆矩阵为：

$$J^+ = V \begin{bmatrix} \sigma^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Q^T。 \quad (22)$$

此时最有二乘解的迭代通式为：

$$\Delta X = J^+ f。 \quad (23)$$

由于使用高斯-牛顿法求解参数依旧存在误差，为进一步求得最优解，将 U_{base} 和 U_{tool} 的微分也考虑进 J^+ 中，结合式(8)和(15)，最终构建的拓展雅可比矩阵为：

$$W = \left[I_{3 \times 3}, \frac{\partial f}{\partial R_{z_{base}}}, \frac{\partial f}{\partial R_{y_{base}}}, \frac{\partial f}{\partial R_{x_{base}}}, R_{base} \cdot {}^0 R_6, J \right]。 \quad (24)$$

在引入 U_{base} 和 U_{tool} 误差后，结合式(8)，机器人的总位置误差模型为：

$$\Delta P = W \Delta q。 \quad (25)$$

式中： ΔP 为总定位误差； W 为扩展误差系数矩阵； Δq 为包括 U_{base} 和 U_{tool} 在内的全部几何参数误差。

设立优化算法的目标为：

$$\delta_n = \min \| F(q + \Delta q) - F(q + \delta q) \|_2。 \quad (26)$$

2 残余误差补偿

利用粗细迭代参数辨识可以有效地标定几何误差，为进一步提高机器人的绝对定位精度，还应考

虑伺服电机转角误差 δq 造成的残余误差。残余误差补偿如图 3 所示。

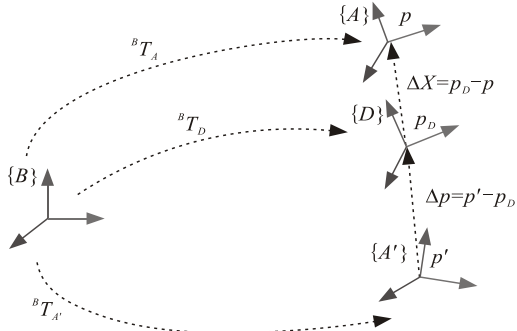


图 3 残余误差补偿

图 3 中，{B} 为机器人基坐标系，{A} 为机器人期望到达位姿坐标系。受自身几何误差影响，机器人末端由预期位姿 {A} 偏离至 {A'}。经由标定补偿后，其位姿将趋近于 {A}，此时的实际位姿为 {D}， $p'-p_D$ 即为几何误差 $\delta\omega_i$ 导致的末端偏差值 Δp ， p_D-p 即为残余误差 δq 导致的末端偏差值 Δx 。通过微分补偿法对残余误差进行补偿，补偿流程如图 4 所示。

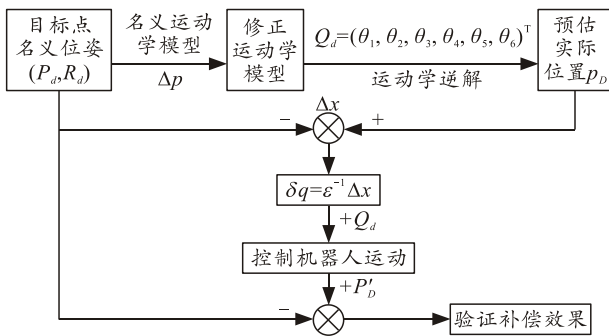


图 4 残余误差补偿流程

补偿流程步骤如下：

1) 利用名义 DH 参数，对给定的目标点 p 进行逆运动学运算，其名义关节角度 Q_d ：

$$Q_d = F^{-1}(p) \tag{27}$$

式中 $F^{-1}()$ 为逆运动学函数。

2) 名义 DH 参数经标定误差补偿后，将其代入正运动学方程，可求解出对应关节转角 Q_d 下的末端近似位姿 p_D ，其表达式为：

$$p_D = F(Q_d, \omega_i + \delta\omega_i) \tag{28}$$

式中： $F()$ 为正运动学函数； $\omega_i + \delta\omega_i$ 为修正名义 DH 参数。

3) 基于微分运动学，计算从末端近似位姿 p_D 到目标点 p 间的位移误差矢量 Δx ：

$$\Delta x = p_D - p = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial p_D}{\partial \theta_i} \delta Q_i = \varepsilon \delta Q \tag{29}$$

通过迭代优化使方程(29)收敛，求得待补偿的

关节角偏差量 δQ 。

$$\delta Q = \varepsilon^{-1} \Delta x \tag{30}$$

4) 更新机器人关节转角值，把名义关节转角值与偏差值相加得到真实转角值 Q ，写入机器人后得到补偿点 p_D' ，使其与目标点 p 进行对比验证补偿效果。

3 误差补偿实验

3.1 仿真对比实验

为确保标定参数结果的准确性，提前对机器人预设误差参数，如表 2 所示。

表 2 预设误差参数表

| 连杆 i | $\delta a_{i-1}/\text{mm}$ | $\delta a_{i-1}/\text{rad}$ | $\delta d_i/\text{mm}$ | $\delta \theta_i/\text{rad}$ | $\delta \beta_i/\text{rad}$ |
|--------|----------------------------|-----------------------------|------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1 | 0.45 | 0.003 | 0.72 | 0.001 5 | |
| 2 | 0.63 | 0.002 | 0.43 | 0.003 2 | |
| 3 | 0.55 | 0.003 | 0.21 | 0.002 6 | 0.001 |
| 4 | 0.32 | 0.006 | 0.32 | 0.001 8 | |
| 5 | 0.72 | 0.004 | 0.51 | 0.001 2 | |
| 6 | 0.23 | 0.005 | 0.62 | 0.002 2 | |

在机器人的常用工作空间内随机选取末端位置均匀分布的 30 个采样点用于参数辨识，再取 30 组采样点作为机器人期望位姿进行几何参数误差补偿实验验证，如图 5 所示。

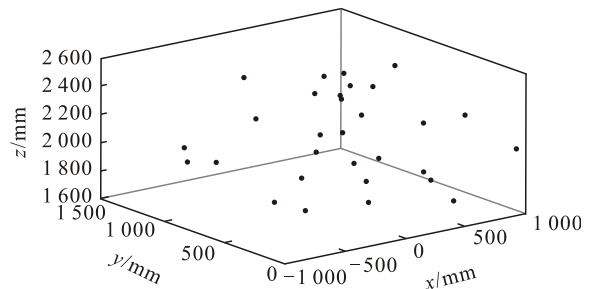


图 5 采样点选取

为验证两级迭代补偿方法的有效性，结合表 2 和图 5 的数据，通过仿真对比对笔者提出的改进高斯-牛顿法最小二乘法结合的参数辨识补偿法 (the improved gauss-newton least squares method, 改进 GN-LS) 与最小二乘法 (least squares method, LS) 进行仿真对比。经 2 种方法补偿后的定位误差对比如图 6 所示。

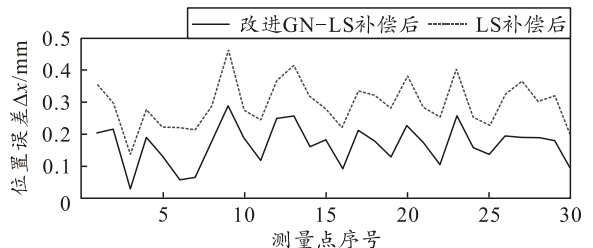


图 6 2 种方法补偿后的仿真对比

由图 6 可知：笔者提出的改进 GN-LS 方法有

效降低了机器人的位姿误差，其平均位置误差相对于传统 LS 方法，由 0.295 1 降至 0.168 1 mm，补偿效果提高 43.04%。

3.2 几何参数误差补偿实验

如图 7 所示，笔者采用 API 激光跟踪仪测量机器人和 KR210_2700 型机器人搭建实验平台，其测量精度可达 10 μm。

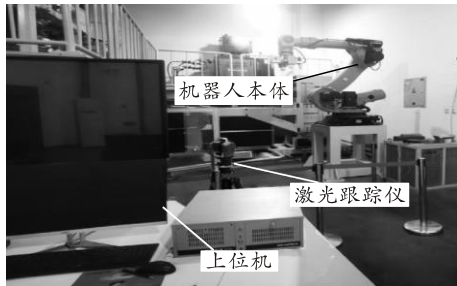


图 7 误差标定实验平台

通过标定实验来验证笔者提出的粗细两级迭代参数辨识方法和残余误差补偿法的有效性。为确保实验数据的准确性与可靠性，最大限度地降低系统误差及环境因素干扰，在正式采集数据前，对工业机器人系统及激光跟踪仪进行 5 min 的预热处理，使其在恒温环境下达到热平衡状态。随后，对机器人的初始位姿进行了精确的调平与位姿标定，以此作为统一的测量基准，之后方开始执行采样点的位姿测量工作。

根据粗细两级迭代参数辨识方法的步骤：

1) 在工作空间中随机选取 30 个采样点，通过激光跟踪仪测量机器人末端的实际位置，以获取标定所需的数据；

2) 将采集到的参数引入误差模型式(14)中，利用改进高斯-牛顿法进行粗标定，获得基座坐标变换 U_{base} 与靶球的坐标变换 U_{tool} 的初值；

3) 将采集参数与改进高斯-牛顿法的粗标定结果代入式(23)中，运用最小二乘法迭代进行联合标定，对完整运动学参数进行辨识，经过 3 次迭代后获得最终的几何误差参数，辨识机器人几何参数误差如表 3 所示。

表 3 辨识误差参数表

| 连杆 i | $\delta a_{i-1}/mm$ | $\delta \alpha_{i-1}/rad$ | $\delta d_i/mm$ | $\delta \theta_i/rad$ | $\delta \beta_i/rad$ |
|--------|---------------------|---------------------------|-----------------|-----------------------|----------------------|
| 1 | - | - | - | 0.000 1 | - |
| 2 | 0.63 | 0.001 9 | 0.71 | 0.000 3 | - |
| 3 | 0.51 | 0.002 8 | - | 0.002 7 | 0.000 8 |
| 4 | 0.56 | 0.003 9 | 0.26 | 0.001 8 | - |
| 5 | 0.78 | 0.004 9 | 0.48 | 0.005 2 | - |
| 6 | 0.55 | 0.004 2 | - | - | - |

将辨识得到的几何误差参数带入机器人正运动

学模型得到实际机器人末端的位置，继而计算出补偿后的末端位姿偏差。图 8—11 展示了经过几何参数误差补偿后，机器人位置误差的变化情况。

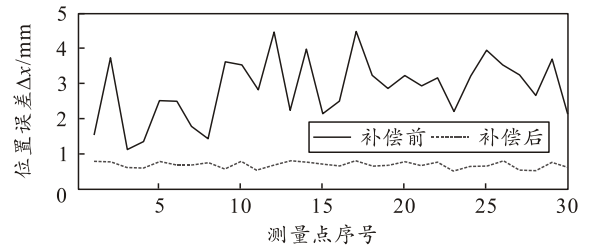


图 8 几何参数补偿前后末端位置误差对比

由图 8 可知：测试的 30 组采样点补偿后定位精度提高 75.79%，其平均误差由 2.862 降至 0.693 mm。

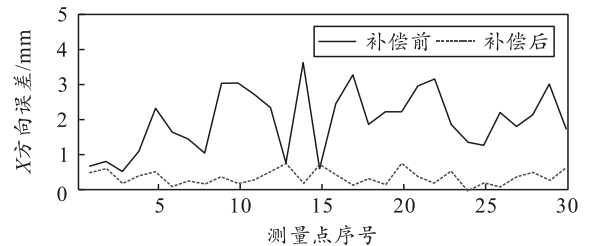


图 9 X 轴补偿前后末端位置误差对比

由图 9 可知：补偿后 X 轴方向定位精度提高 82.24%，其平均误差由 1.971 降至 0.350 mm。

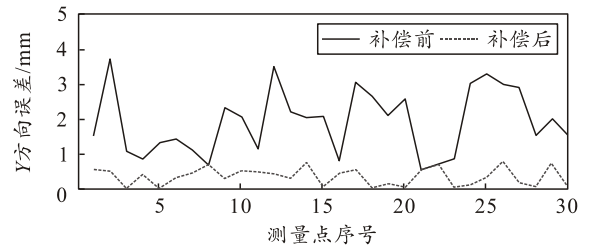


图 10 Y 轴补偿前后末端位置误差对比

由图 10 可知：补偿后 Y 轴方向定位精度提高 81.14%，其平均误差由 1.930 降至 0.364 mm。

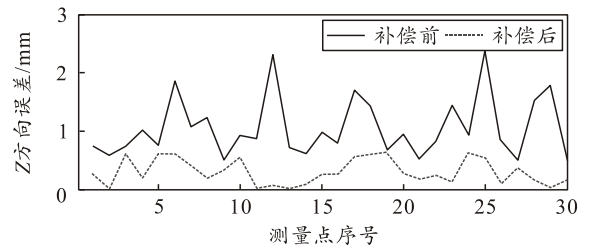


图 11 Z 轴补偿前后末端位置误差对比

由图 11 可知：补偿后 Z 轴方向定位精度提高 70.96%，其平均误差由 1.057 降至 0.307 mm。

3.3 残余参数误差补偿实验

为进一步提高机器人定位精度，选择 30 组采样点进行残余误差补偿实验验证。将表 3 的辨识结果补偿到运动学模型，运用残余参数误差辨识得到关

节转角偏差值 δq_i ，将机器人各个名义关节角度 Q_{di} 加上补偿的关节转角偏差值 δq_i ，得到新的关节转角值 θ_i ，即 $\theta_i = Q_{di} + \delta q_i$ 。写入机器人控制器，驱动机器人末端位姿逼近机器人期望到达位姿 p ，达到补偿作用，结果如图 12 和表 4 所示。

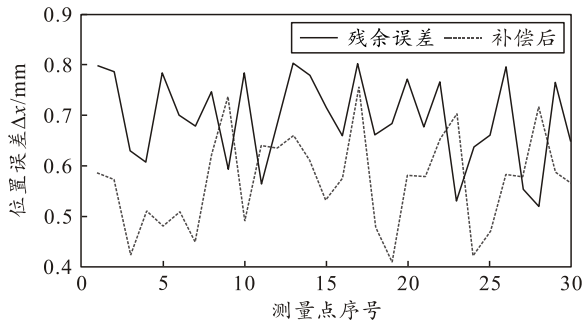


图 12 残余参数补偿前后误差

表 4 测试点位置误差统计 mm

| 位置误差 | 补偿前 | 几何误差补偿 | 残余误差补偿 |
|------|-------|--------|--------|
| 最大误差 | 4.465 | 0.803 | 0.756 |
| 最小误差 | 1.139 | 0.533 | 0.410 |
| 平均误差 | 2.862 | 0.693 | 0.571 |

由表 4 的误差统计结果可知：在几何误差补偿后通过残余误差补偿可以进一步提升机器人的定位精度，残余误差补偿后的最大误差、最小误差、平均误差相对于几何误差补偿降低了 5.85%、23.08%、17.60%，残余误差补偿后的最大误差、最小误差、平均误差相对于补偿前降低了 82.02%、53.20%、80.05%。

4 结论

针对机器人几何参数误差导致的定位精度不足问题，笔者采用粗细迭代参数辨识方法，将测量设备和靶球在机器人基坐标下的位姿误差问题同样作为误差因素，进行改进高斯-牛顿法与最小二乘法联合迭代，获得更准确的几何参数误差，补偿到机器人 MDH 参数中，显著提高了机器人的定位精度。

在几何误差补偿有效提高了机器人定位精度后，仍有残余参数误差对机器人定位精度造成影响。笔者采用逆运动学迭代的方式，对机器人电机转角误差进行二次补偿，有效降低了残余误差对机器人定位精度的影响。

实验结果表明：笔者通过两级迭代补偿方法，顺序补偿几何参数误差和残余误差，显著提升了机器人末端绝对定位精度。

参考文献：

[1] 刘伟, 刘顺, 邓朝晖, 等. 工业机器人定位误差补偿技

术研究进展[J]. 机械工程学报, 2023, 59(17): 1-16.

[2] 吴锦辉, 陶友瑞. 工业机器人定位精度可靠性研究现状综述[J]. 中国机械工程, 2020, 31(18): 2180-2188.

[3] ZENG Y, TIAN W, LIAO W. Positional error similarity analysis for error compensation of industrial robots[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2016, 42(5): 113-120.

[4] LI G, ZHU W D, DONG H, et al. Error compensation based on surface reconstruction for industrial robot on two-dimensional manifold[J]. Industrial Robot, 2022, 49(4): 735-744.

[5] 寇斌, 郭士杰, 任东城. 改进粒子群算法的工业机器人几何参数标定[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2022, 54(1): 9-13.

[6] HE W, ZHANG P, GUO K, et al. Kinematic calibration and compensation of industrial robots based on extended joint space[J]. IEEE Access, 2023, 11(1): 109331-109340.

[7] LI B, ZHANG W, LI Y, et al. Positional accuracy improvement of an industrial robot using feedforward compensation and feedback control[J]. Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2022, 144(7): 071003.

[8] XU S, JIA X, LIU J, et al. Hierarchical Compensation of Robot Positioning Error: Addressing Geometric and Non-Geometric Influences[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2025, 74(3): 1-15.

[9] 邹方星, 范百兴, 陈哲. 基于运动学标定和空间插值的机器人定位误差补偿[J]. 电子测量技术, 2024, 47(4): 51-57.

[10] 黄维, 吕丽平. 基于改进秃鹰搜索算法的工业机器人几何参数标定方法[J]. 机械设计与研究, 2022, 38(6): 21-24, 33.

[11] 乔贵方, 高春晖, 蒋欣怡, 等. 数据驱动的 6R 型串联工业机器人精度性能提升[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2024, 66(8): 66-69, 74.

[12] 晷杰, 胥光申, 金守峰, 等. 基于惯性传感器的工业机器人定位误差补偿方法[J]. 自动化与仪器仪表, 2021, 41(1): 17-20.

[13] 陈立峰, 林俊言, 王凌, 等. 六轴串联机器人关节转角误差补偿及运动学标定[J]. 计量学报, 2024, 45(12): 1753-1761.

[14] 刘吉刚. 基于 Radian 激光跟踪仪的二次开发及机器人空间误差分析补偿研究[D]. 南宁: 广西大学, 2020.

[15] HAYATI S, MIRMIRANI M. Improving the absolute positioning accuracy of robot manipulators[J]. Robotic systems, 1985, 2(4): 397-413.

[16] 宋东海, 陈二虎. 高斯-牛顿法在模拟特征分析测试参数优化中的应用[J]. 现代电子技术, 2014, 37(7): 110-113, 117.

[17] 齐飞, 平雪良, 刘洁, 等. 工业机器人误差补偿及冗余参数研究[J]. 机械设计, 2017, 34(2): 17-22.