

doi: 10.7690/bgzdh.2026.03.017

非线性鲁棒系统的预定时间终端滑模控制

许可儿^{1,3}, 陈冠文¹, 杨瑞田², 李明阳¹, 宋利鹏¹

(1. 南京信息工程大学自动化学院, 南京 210044; 2. 无锡学院自动化学院, 江苏 无锡 214105;
3. 南京感动科技有限公司 南京 210000)

摘要: 为解决非线性系统在面对外部扰动和系统不确定性时, 实现对系统状态的精确调控, 提出一种创新的预定时间终端滑模(predetermined time-terminal sliding mode, PT-TSM)控制方法。介绍方法的初步理论、假设、非线性动态方程以及滑膜面, 通过 Matlab 的时变编队仿真实验验证方法的鲁棒性。结果表明: 该系统能够在预设时间内达到并保持在期望状态附近, 且收敛时间的估计界比现有的固定时间共识协议保守性小。

关键词: 非线性系统; PT-TSM; 预定时间

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A

Predetermined Time Terminal Sliding Mode Control for Robust Nonlinear Systems

Xu Keer^{1,3}, Chen Guanwen¹, Yang Ruitian², Li Mingyang¹, Song Lipeng¹

(1. School of Automation, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China; 2. School of Automation, Wuxi University, Wuxi 214105, China; 3. Nanjing Microvideo Technology Co., Ltd. Nanjing 210000, China)

Abstract: In order to accurately regulate the state of nonlinear systems in the face of external disturbances and system uncertainties, an innovative predetermined time terminal sliding mode (PT-TSM) control method is proposed. The preliminary theory, assumptions, nonlinear dynamic equations and sliding surface of the method are introduced, and the robustness of the method is verified by the time-varying formation simulation experiment in Matlab. The results show that the system can reach and stay near the desired state within the preset time, and the estimation bound of the convergence time is less conservative than that of the existing fixed time consensus protocol.

Keywords: nonlinear system; PT-TSM; predetermined time

0 引言

非线性系统因其复杂的动力学特性和对环境变化的高度敏感性, 在控制领域一直是一个研究热点和挑战。特别是在实际应用中, 这些系统往往需要在限定时间内达到指定状态, 同时要能承受外部扰动和内部参数变化的冲击, 这就对控制策略的鲁棒性和实时性提出了更高要求。滑模控制作为非线性控制的手段之一, 以其对扰动的鲁棒性, 成为解决此类问题的方案之一; 然而, 传统滑模控制存在的主要问题是抖振现象和滑膜面到达的无限时间收敛性, 这限制了其在对时间精度有严格要求的应用场景中的效能。基于此, Zak^[1]提出了终端滑模(terminal sliding mode, TSM)控制器, 可使系统的状态在有限时间内收敛到零, 突破了线性滑模条件下状态渐进收敛的缺点, 系统的动态性能优于普通的滑模控制。文献[2]提出了一种多移动机器人编队控制的有限时间同步方法, 为分析理解工程理论方

面和实际系统的安全运行奠定基础; 然而, TSM控制在收敛时间上未必是最优的。研究人员在 TSM的基础上做了改进, 提出了快速终端滑模(fast terminal sliding mode, FTSM)^[3], FTSM在编队控制领域也有不少应用。针对多智能体系统在扰动条件下的运行, 文献[4]提出了一种编队跟踪控制方法, 利用 FTSM控制理论设计了分布式有限时间群体控制器。该算法确保四轴飞行器的跟随者收敛到期望的编队中, 同时实现有限时间内跟踪领导者的轨迹。

为了解决滑模控制技术中存在的消除抖动现象等关键问题, 衍生出了各类滑模控制算法^[5-6]。在实际应用时, 在某个特定的区域, 控制输入会出现无穷大的情况, 即产生奇异现象。为了解决这个问题, 文献[7]提出了一种鲁棒的分布式无领导群体控制策略, 采用交叉耦合、同步控制技术、非奇异终端滑模(nonsingular terminal sliding mode, NTSM)控

收稿日期: 2024-11-08; 修回日期: 2024-12-25

基金项目: 新一代信息技术创新项目(2022IT208)

第一作者: 许可儿(1999—), 女, 江苏人, 硕士。

通信作者: 杨瑞田(1990—), 男, 安徽人, 博士。

制方法和自适应控制方法。通过重新定义交叉耦合误差来增强系统对不确定性的鲁棒性，并通过设计的自适应 NTSM 控制保证有限时间跟踪误差从任意初始值收敛到零，同时消除了抖振问题。文献[8]提出了一种快速非奇异积分终端滑模自适应控制方案，证明了闭环编队飞行控制系统的有限时间稳定性。

笔者设计一种非线性鲁棒系统的预定时间终端滑模 (PT-TSM) 控制方法。该框架旨在通过引入 TSM 控制概念，设计出一种能够在预定时间内引导系统状态精确达到目标的控制方法，确保在各种不确定条件下仍能维持优异的控制性能。

1 相关工作

笔者考虑干扰条件下非线性系统动态方程为：

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t), t) + u_i(t) + d_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

定义稳态误差系统为：

$$e_i(t) = x_i(t) - F_i(t). \quad (2)$$

定义：有限时间稳定。假设式(1)的原点是全局有限时间稳定，其沉降时间 $T(e_0)$ 是全局有界的。存在一个常数 $T_{max} > 0$ ，使得对于所有 $e_0 \in R_n$ ， $T(e_0) \leq T_{max}$ ，称为固定时间稳定。

备注：预定时间稳定是固定时间稳定的一种特殊类型，它可以建立系统参数与收敛时间之间的关系，而固定时间稳定无法做到这一点，从而导致固定时间稳定对收敛时间的估计过于保守。

经典预定时间 Lyapunov 函数：

引理 1：对于常数 $T > 0$ ，如果对于式(1)存在一个无界 Lyapunov 函数 $V_1(x)$ ，则满足：

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{\pi}{\alpha T} (V_1^{1-\alpha/2} + V_1^{1+\alpha/2}). \quad (3)$$

式中 T 为预定时间，且 $\alpha \in (0, 1)$ 。

引理 2：对于式(1)和任意初始状态，若存在一个编队控制协议 $u_i(t)$ ，其中 $i, j = 1, 2, \dots, N$ ，使得等式 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_j(t) - x_i(t) - h_j(t) + h_i(t) - r_j(t) + r_i(t)\| = 0$ 成立，则说明式(1)在相应控制算法作用下可得实现稳定和期望编队的充分条件。其中 $h(t)$ 表示一个由相对位置变量组成的编队队形， $r(t)$ 表示多智能体的编队参考函数， $\|\cdot\|$ 表示欧几里德范数。令 $h(t) = [h_1^T(t), \dots, h_N^T(t)]^T$ 。根据引理 2，令多智能体的时变输出编队为 $F(t) = h(t) + r(t)$ ，其中， $F(t) = [F_1^T(t), \dots, F_N^T(t)]^T$ ，可定义稳态误差系统如式(2)所示。

假设 1：假设内部不确定项的边界为：

$$|f(x_i(t), t)| \leq \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

假设 2：假设外部干扰项的边界为：

$$|d_i| \leq D_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

2 主要编队算法设计与证明

2.1 滑模面以及控制器设计

为了实现预定时间稳定编队控制系统，在预定时间内稳定误差系统式(2)，考虑以下滑模面：

$$S_i(t) = e_i(t) + \int_0^t (C_1 e_i(t) + C_2 \text{sign}(e_i(t)) |e_i(t)|^{-\alpha} + C_3 \text{sign}(e_i(t)) |e_i(t)|^{1+\alpha} + C_4 \text{sign}(e_i(t))) dt. \quad (6)$$

式中： $C_1 = \frac{1}{T_1} \cdot \frac{2}{\alpha}$ ； $C_2 = \frac{1}{T_1} \cdot \frac{2}{\alpha} \left(\frac{1}{2}\right)^{1-\alpha/2}$ ； $C_3 = \frac{1}{T_1} \cdot \frac{2}{\alpha} \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\alpha/2}$ ； $C_4 > 0$ 。

将控制输入设计为：

$$u_i(t) = F_i(t) - (D_i + \xi_i) \text{sign} S_i(t) - (C_5 \text{sign}(S_i(t)) |S_i(t)|^{-\alpha} + C_6 \text{sign}(S_i(t)) |S_i(t)|^{1+\alpha}) - (C_1 e_i(t) + C_2 \text{sign}(e_i(t)) |e_i(t)|^{-\alpha} + C_3 \text{sign}(e_i(t)) |e_i(t)|^{1+\alpha} + C_4 \text{sign}(e_i(t))). \quad (7)$$

式中： $C_5 = \frac{\Pi}{\alpha \cdot T_2} \cdot (1/2)^{1-\alpha/2}$ ； $C_6 = \frac{\Pi}{\alpha \cdot T_2} \cdot (1/2)^{1+\alpha/2}$ ； $i = 1, 2, \dots, N$ 。且误差系统将在预定时间 T_{c2} 内到达滑模面。

2.2 预定时间稳定性证明

给出智能体状态矢量形式 $x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t)]^T$ ，控制输入和外部干扰的矢量形式为 $u(t) = [u_1^T(t), u_2^T(t), \dots, u_N^T(t)]^T$ ， $d(t) = [d_1^T(t), d_2^T(t), \dots, d_N^T(t)]^T$ ，编队误差的矢量形式 $e(t) = [e_1^T(t), e_2^T(t), \dots, e_N^T(t)]^T$ ，时变编队向量的矢量形式为 $F(t) = [F_1^T(t), F_2^T(t), \dots, F_N^T(t)]^T$ 。构造 Lyapunov 能量函数为：

$$V(t) = \frac{1}{2} S^T(t) \cdot S(t). \quad (8)$$

沿时间 t 方向求导可得：

$$\dot{V}(t) = S^T(t) \cdot \dot{S}(t). \quad (9)$$

代入滑模面、控制器、系统方程可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= S^T(t) \left(\dot{e}(t) + C_1 e(t) + C_2 \text{sign}(e(t)) \|e(t)\|^{1-\alpha} + C_3 \text{sign}(e(t)) \|e(t)\|^{1+\alpha} + C_4 \text{sign}(e(t)) \right) = S^T(t) (f(x(t), t) + u(t) + \\ & \quad d(t) - F_d(t) + C_1 e(t) + C_2 \text{sign}(e(t)) \|e(t)\|^{1-\alpha} + C_3 \text{sign}(e(t)) \|e(t)\|^{1+\alpha} + C_4 \text{sign}(e(t))) = S^T(t) (-(D + \xi) \text{sign}(S(t)) + \\ & \quad F(t) + f(x(t), t) + d(t) - F(t) - (C_5 \text{sign}(S(t)) \|S(t)\|^{1-\alpha} + C_6 \text{sign}(S(t)) \|S(t)\|^{1+\alpha})) \leq -S^T(t) (C_5 \text{sign}(S(t)) \\ & \quad \|S(t)\|^{1-\alpha} + C_6 \text{sign}(S(t)) \|S(t)\|^{1+\alpha}) \leq -C_5 \|S^T\| \cdot \|S\|^{1-\alpha} - C_6 \|S^T\| \cdot \|S\|^{1+\alpha} = -\Pi(V^{1-\alpha/2}(t) + V^{1+\alpha/2}(t)) / (\alpha \cdot T_2). \end{aligned} \quad (10)$$

最终， $\dot{V}(t) = -\Pi(V^{1-\alpha/2}(t) + V^{1+\alpha/2}(t)) / (\alpha \cdot T_2)$ 引理

$$x_4(0) = [1 \quad 1]^T;$$

$$x_5(0) = [2 \quad 2]^T. \quad (13)$$

1. 因此，误差系统将在预定时间 T_2 内到达滑模面。

备注：结合引理 1，利用滑模曲面式(6)和控制器式(7)，系统误差式(2)在预定义时间内收敛于 0，使具有有限干扰的非线性系统按照时变向量进行编队。以上就是笔者提出的 PT-TSM 控制方案。通过仿真验证该方案的优越性，图 1 为算法流程。

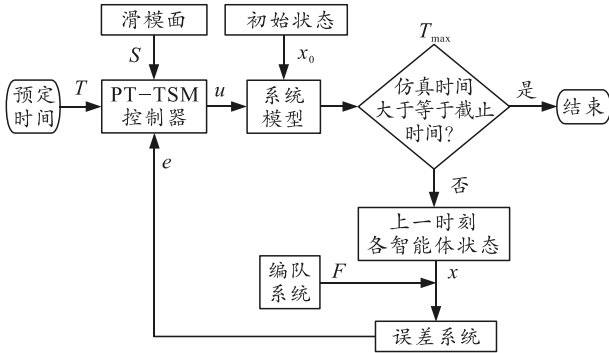


图 1 算法流程

3 仿真实验

3.1 参数选择

笔者通过仿真示例验证理论结果。仿真示例由系统式(2)描述 5 个智能体组成，根据实验和计算，设置滑模面相关参数、PT-TSM 控制器相关参数、预定时间、不确定项以及干扰项边界如表 1 所示。

表 1 参数

参数	值	参数	值
T_1	0.100 0	C_4	5
T_2	0.100 0	C_5	37.360 0
C_1	40.000 0	C_6	26.417 5
C_2	23.784 1	D_i	0.141 4
C_3	16.817 9	ξ_i	16.507 6

外部干扰设置为：

$$d_i(t) = [0.1 \sin(t) \quad 0.1 \sin(t)]^T, \quad i=1, 2, \dots, 5. \quad (11)$$

定义多智能体系统期望的时变编队形式为：

$$F_i(t) = \begin{bmatrix} 3 \cos(0.5t + 2(i-1)\pi/5) \\ 3 \sin(0.5t + 2(i-1)\pi/5) \end{bmatrix}, \quad i=1, 2, \dots, 5. \quad (12)$$

智能体的初始状态选择为：

$$x_1(0) = [0.5 \quad -1]^T;$$

$$x_2(0) = [-1 \quad 0.6]^T;$$

$$x_3(0) = [0.3 \quad -0.2]^T;$$

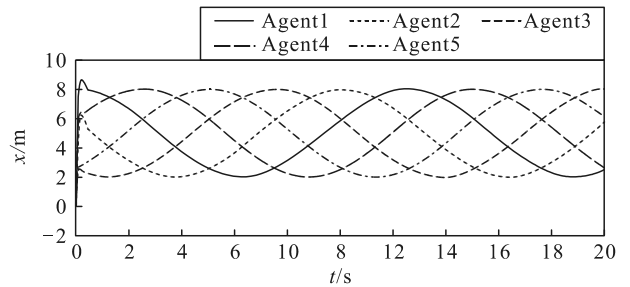
3.2 仿真结果

本次数值仿真的采样步长设置为 0.001 s，采样时间 T_{\max} 为 20 s。图 2—4 分别为智能体轨迹 $x_i(t)$ 、误差 $e_i(t)$ 以及控制器 $u_i(t)$ 的输出值对比，并进行了局部放大。

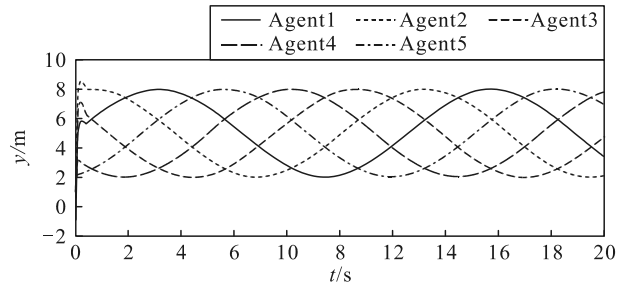
为验证所提出的设计算法达到了预定时间稳定的效果，图 3 调整预定时间，得到了不同的系统编队误差 $e_i(t)$ 实际收敛时间，具体数据如表 2 所示。

表 2 不同预定时间下的实际稳定编队时间

T_2	0.050	0.100	0.500	1.000
收敛时间	0.036	0.078	0.289	0.643

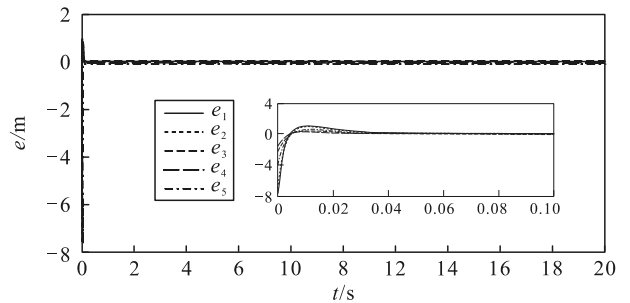


(a) x 轴轨迹变化

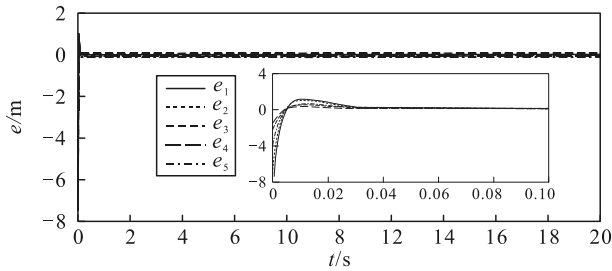


(b) y 轴轨迹变化

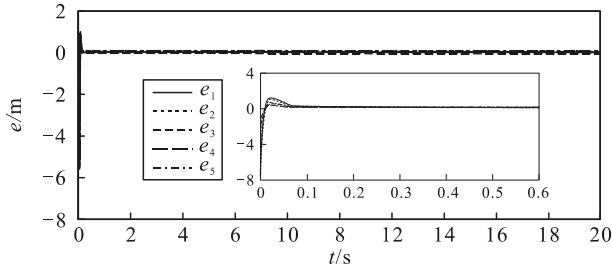
图 2 干扰 $d_i(t)$ 下智能体的轨迹 $x_i(t)$



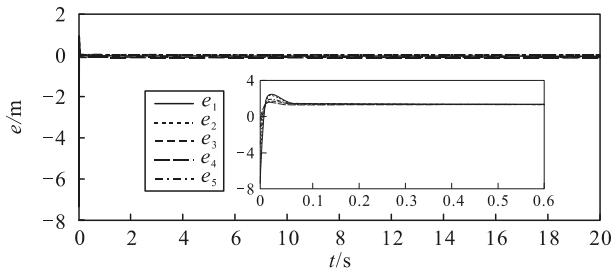
(a) 预定时间为 0.05 s 的 x 轴智能体误差



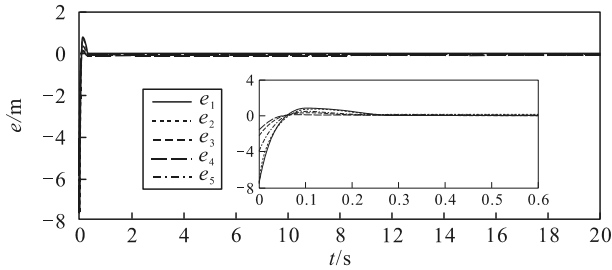
(b) 预定时间为 0.05 s 的 y 轴智能体误差



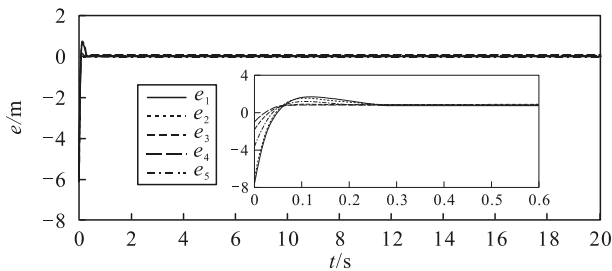
(c) 预定时间为 0.1 s 的 x 轴智能体误差



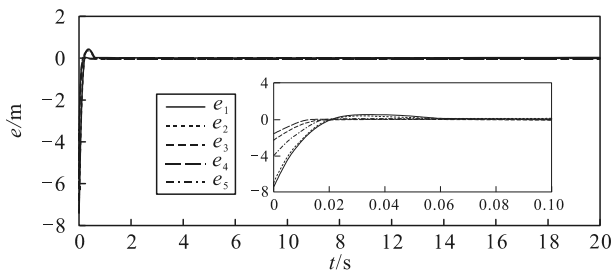
(d) 预定时间为 0.1 s 的 y 轴智能体误差



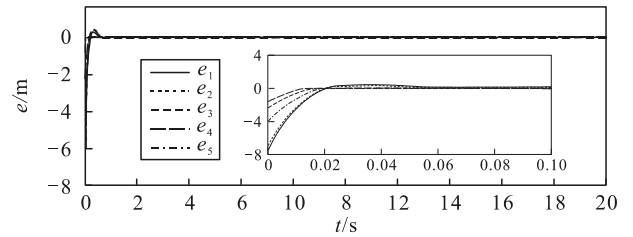
(e) 预定时间为 0.5 s 的 x 轴智能体误差



(f) 预定时间为 0.5 s 的 y 轴智能体误差



(g) 预定时间为 1 s 的 x 轴智能体误差



(h) 预定时间为 1 s 的 y 轴智能体误差

图 3 干扰 $d_i(t)$ 下的智能体误差 $e_i(t)$

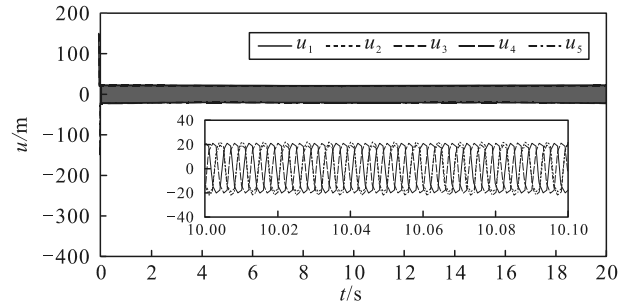
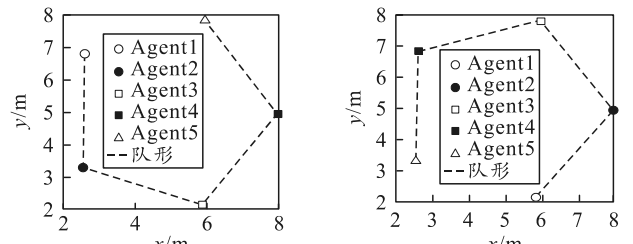


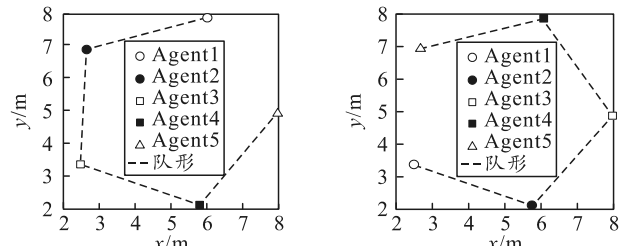
图 4 干扰 $d_i(t)$ 下的控制器 $u_i(t)$ 的输出值

图 5 为 5 个智能体分别在 t 为 5、10、15、20 s 时的相对位置 2 维效果图。图 6 为智能体编队轨迹图。



(a) $t=5$ s 时

(b) $t=10$ s 时



(c) $t=15$ s 时

(d) $t=20$ s 时

图 5 智能体在不同时间里的 2 维编队坐标

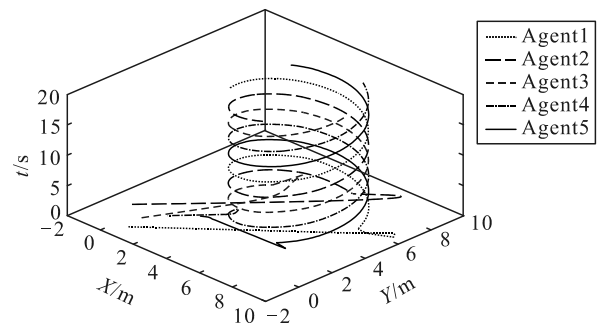


图 6 不同智能体的轨迹