

doi: 10.7690/bgzd.2025.11.020

具有状态时滞的多智能体系统协同容错控制

姜 田, 生 宁

(青岛科技大学自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266071)

摘要: 针对含有时滞的非线性多智能体系统存在许多安全问题, 提出一种具有状态时滞的高阶非线性多智能体系统协同容错控制状态跟踪方法。利用模糊逻辑系统处理跟随者系统的非线性项; 引入双曲正切函数处理误差变量在分母处为零不连续的情况, 使信号保持连续; 设计自适应容错控制器对执行器故障进行补偿; 选取适当的Lyapunov-Krasovskii 函数处理时滞项对系统的影响; 通过李雅普诺夫稳定性理论证明多智能体系统的稳定性。仿真结果表明: 在有向图下, 每个跟随者的状态可以与领导者的状态同步, 证明该设计是有效的。

关键词: 未知状态时滞; 多智能体; 协同控制; 容错控制; 模糊逻辑系统

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Collaborative Fault Tolerant Control for Multi-agent Systems with State Delay

Jiang Tian, Sheng Ning

(College of Automation and Electronic Engineering, Qingdao University of
Science and Technology, Qingdao 266071, China)

Abstract: Aiming at many security problems of nonlinear multi-agent systems with time delay, a state tracking method of cooperative fault-tolerant control for high-order nonlinear multi-agent systems with state delay is proposed. A fuzzy logic system is used to deal with the nonlinear term of the follower system; a hyperbolic tangent function is introduced to deal with the situation that the error variable is zero and discontinuous at the denominator, so that the signal is kept continuous; an adaptive fault-tolerant controller is designed to compensate the actuator failure; an appropriate Lyapunov-Krasovskii function is selected to deal with the influence of the time delay term on the system; The stability of the multi-agent system is proved by Lyapunov stability theory. The simulation results show that the state of each follower can be synchronized with the state of the leader under the directed graph, which proves that the design is effective.

Keywords: unknown state time delay; multi-agent; cooperative control; fault-tolerant control; fuzzy logic system

0 引言

多智能体系统的协同控制问题是近年来的研究热点, 被广泛应用于智能交通、自动驾驶、无人机飞行器等领域^[1-3]。目前, 对于多智能体系统的研究主要针对线性系统, 而实际系统往往是复杂的非线性系统; 因此, 研究非线性多智能体系统有非常大的实际意义。模糊逻辑系统和神经网络很好地逼近非线性系统的非线性部分能力^[4-6]。文献[5]在研究模糊自适应跟踪控制问题时, 利用模糊逻辑系统处理非线性项。

时滞普遍存在于非线性多智能体系统中, 是多智能体系统控制性能不稳定的重要来源; 因此, 研究带有时滞的非线性系统在理论和实际应用中都具有重要意义^[7-10]。目前, 许多研究者主要采用设计Lyapunov-Krasovskii 函数方法, 补偿时滞项对控制系统性能的影响。尽管现在对含有时滞的多智能体系统的研究已经很多, 但是大多数研究主要针对输

出跟踪的多智能体系统, 对含有时滞的状态跟踪的多智能体系统的研究还很少。

含有时滞的非线性多智能体系统也存在许多安全问题, 其中, 由于其工作环境改变或元器件老化等因素, 往往会导致执行器发生故障, 会造成系统的不稳定。目前, 针对执行器故障进行容错控制的研究成果很多^[11-14]。在文献[11]中解决了执行器中非线性部分的偏置故障。在文献[12]中开发了一种分布式自适应协议来补偿无领导多智能体系统中的故障影响和不确定性影响。

尽管现在多智能体系统容错控制的研究已经很多, 但对于带有时滞的非线性多智能体系统状态跟踪的容错控制的研究鲜见报道。受上述研究工作的启发, 笔者研究带有执行器故障和状态时滞的高阶非线性多智能体系统协同容错控制的状态跟踪问题。笔者研究的多智能体系统状态跟踪问题, 与传统的输入跟踪控制方法相比, 不仅考虑领导者与跟

随者之间的联系, 而且考虑跟随者与其他跟随者之间的联系, 使系统有更好的控制性能。采用了一种双曲正切函数与模糊逻辑系统结合的方法处理时滞项, 避免了误差变量时在分母处为零不连续的情况。同时解决了文献[13]中故障参数无法进行参数自适应的问题。

1 系统描述

1.1 有向图

有向图 ζ 用来描述智能体之间的信息交换。有向图 ζ 由一个节点集和一个边集组成。节点集由 N 个跟随者组成, 边集表示2个跟随者之间的定向信息传输。邻接矩阵是 $\mathcal{A}=[a_{ij}] \in R^{N \times N}$, 如果从节点 i 到节点 j 有一条边, 则定义为 $a_{ij}=1$; 否则, $a_{ij}=0$ 。设 $\mathcal{N}_i$ 表示节点 i 的邻域。拉普拉斯矩阵定义为 $\mathcal{L}=[l_{ij}] \in R^{N \times N}$, 其中 $l_{ii}=\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$, 当 $i \neq j$ 时 $l_{ij}=-a_{ij}$ 。矩阵定义为 $\mathcal{D}=\text{diag}[D_1, \dots, D_N]$, 其中 $D_i=\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$ 。如果从根节点到图中的每个其他节点都有定向信息传输, 则该节点称为根节点。如果第 i 个节点是根节点, 则 $D_i \geq 0$; 否则 $D_i > 0$ 。领导者邻接矩阵定义为 $\mathcal{A}_l=\text{diag}[a_{l1}, \dots, a_{lN}]$, 其中, 如果第 i 个跟随者可以从领导者获得信息, 则 $a_{li}=1$; 否则, $a_{li}=0$ 。假设图 ζ 包含有向生成树, 根节点可以从领导者那里获取信息。

1.2 模型描述和基础知识

考虑式(1)的多智能体系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_{il} &= x_{i(l+1)} \\ \dot{x}_{in} &= u_i + f_i(x_i) + \omega_i + h_i(x_i(t-d)) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $i=1, \dots, N$; $l=1, \dots, n$; u_i 为控制输入; $x_i=[x_{i1}, \dots, x_{in}]^T \in R^n$ 为状态变量; d 为未知常数; $f_i(\bullet)$ 、 $h_i(\bullet)$ 为未知非线性函数; ω_i 为第 i 个跟随器的执行器故障。

领导者系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_l &= x_{l(l+1)} \\ \dot{x}_l &= f_0(t, x_l) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $x_l=[x_{l1}, \dots, x_{ln}]^T \in R^n$ 为状态向量; $f_0(t, x_l)$ 为连续函数。

引理 1^[15]如果 q, P, Q 满足式(3):

$$\left. \begin{aligned} q &=[q_1, \dots, q_N]^T = (\mathcal{L} + \mathcal{A}_l)^{-1} \bar{1} \\ P &=\text{diag}[p_1, \dots, p_N] = \text{diag}[1/q_1, \dots, 1/q_N] \\ Q &= P(\mathcal{L} + \mathcal{A}_l) + (\mathcal{L} + \mathcal{A}_l)^T P \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 $\bar{1}=[1, \dots, 1]^T \in R^N$ 。那么, 正定矩阵 $P=P^T$ 和

$Q=Q^T$ 。

引理 2^[16]对于任何正常数 $\gamma > 0$, $v \in R$, $\lim_{v \rightarrow 0} (1/v) \tanh^2(v/\gamma) = 0$ 成立。

引理 3^[16]对于 $\Omega_v=\{v/v|<0.8814\gamma\}$ 且 $\gamma>0$ 的集合, 如果 $v \notin \Omega_v$, 则式(4)不等式成立:

$$1-2\tanh^2(v/\gamma) \leq 0. \quad (4)$$

为了便于分析和设计, 给出以下假设:

假设 1 执行器故障参数满足 $\|\psi\| \leq W_{1M}$, $\|\psi\| \leq W_{2M}$, 其中参数 $W_{1M} > 0$, $W_{2M} > 0$ 。

本文中的控制目标是针对带有执行器故障和状态时滞的多智能体系统式(1)和(2), 设计自适应模糊容错控制器, 使得跟随者的所有状态与领导者的状态同步, 并且跟踪误差有界。

2 状态跟踪控制器设计

为了实现控制目标, 定义跟踪误差 $z_{i1}, \dots, z_{in}$ 和相对状态误差 $\delta_{i1}, \dots, \delta_{in}$ 分别为式(5)和(6):

$$\left. \begin{aligned} z_{il} &= x_{il} - x_{ll} \\ z_{in} &= x_{in} - x_{ln} \end{aligned} \right\}; \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_{il} &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(x_{il} - x_{jl}) + a_{i0}(x_{il} - x_{ll}) \\ \delta_{in} &= \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(x_{in} - x_{jn}) + a_{i0}(x_{in} - x_{ln}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

令 $\Xi_\kappa=[\delta_{1\kappa}, \dots, \delta_{N\kappa}]^T$, 可得:

$$\Xi_\kappa = (\mathcal{L} + \mathcal{A})(x_\kappa - \underline{x}_\kappa) \quad (7)$$

式中: $\kappa=1, \dots, n$; $x_\kappa=[x_{1\kappa}, \dots, x_{N\kappa}]^T$; $\underline{x}_\kappa=x_{l\kappa}\bar{1}$ 。

由式(1)、(2)和(7), 可得:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Xi}_1 &= \Xi_{1+1} \\ \dot{\Xi}_n &= (\mathcal{L} + \mathcal{A}_l)(u + \omega + f(x) + h(x(t-d) - \underline{f}_0(t, x_l))) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: $u=[u_1, \dots, u_N]^T$; $\omega=[\omega_1, \dots, \omega_N]^T$; $\underline{f}_0(t, x_l)=[f_0(t, x_l), \dots, f_0(t, x_l)]^T$; $f(x)=[f_1(x_1), \dots, f_N(x_N)]^T$; $h(x(t-d))=[h_1(x_1(t-d)), \dots, h_n(x_n(t-d))]^T$ 。

令

$$E_l = \lambda_1 \delta_{l1} + \dots + \lambda_{n-1} \delta_{l(n-1)} + \delta_{ln} \quad (9)$$

式中 $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1} > 0$ 满足 $S^{n-1} + \lambda_{n-1} S^{n-2} + \dots + \lambda_1$ 是赫尔维茨矩阵。

则

$$E = (I_N \otimes \bar{\lambda}) \bar{\delta} \quad (10)$$

式中: $\bar{\delta}=[\delta_{1n}^T, \dots, \delta_{Nn}^T]^T$; $\bar{\lambda}=[\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}, 1]^T$; $\delta_{in}(t)=[\delta_{i1}(t), \dots, \delta_{i(n-1)}(t), \delta_{in}(t)]^T$; I_N 维数为 N 的单位矩阵。

E 沿式(8)的时间导数为:

$$\begin{aligned} \dot{E} = & (\mathcal{L} + \mathcal{A})(u + f(x) + \omega + H(x(t-d)) - \\ & f_0(t, x_t)) + 2 \tanh(\|E\|/\gamma_1)h(x)/\|E\| - \\ & 2 \tanh(\|E\|/\gamma_1)h(x)/\|E\| + \varrho. \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $\varrho = \lambda_1 \Xi_2 + \lambda_2 \Xi_3 + \dots + \lambda_{n-1} \Xi_n$ 。

通过引入 $2 \tanh(\|E\|/\gamma_1)h(x)/\|E\|$ 来抑制时滞项对系统的影响，令

$$\begin{aligned} F(x) = & f(x) + \Theta^* \Phi(x) + \varepsilon + \\ & 2 \tanh(\|E\|/\gamma_1)h(x)/\|E\|. \end{aligned} \quad (12)$$

由文献[17]可知，非线性函数 $f(x)$ 可以用模糊逻辑系统表示：

$$F(x) = \Theta^* \Phi(x) + \varepsilon. \quad (13)$$

式中： $\Theta^* = \text{diag}[\theta_1^*, \dots, \theta_N^*]^T$ 为最优参数； $\Phi(x) = [\varphi_1^T(x_1), \dots, \varphi_N^T(x_N)]^T$ 为模糊基函数； $\varepsilon = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N]^T$ 为最优逼近误差。

根据式(11)和(13)，可知：

$$\begin{aligned} \dot{E} = & (\mathcal{L} + \mathcal{A})(u + \Theta^* \Phi(x) + h(x(t-d)) + \varepsilon^F - \\ & 2 \tanh(\|E\|/\gamma_1)h(x)/\|E\| + \omega). \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\varepsilon^F = \varepsilon - f_0(t, x_t)$ 。

3 系统稳定性分析

考虑式(15)的李雅普诺夫函数：

$$\begin{aligned} V = & E^T P E / 2 + \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta}) / 2 + \tilde{\psi}^2 / 4 + \\ & \int_{t-d}^t h^T(x(\tau))h(x(\tau))d\tau / 2. \end{aligned} \quad (15)$$

式中： $\psi = \|\omega\|_{\max}^2$ ， $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$ ， $\hat{\psi}$ 为 ψ 的估计；

$\tilde{\Theta} = \Theta^* - \hat{\Theta}$ ， $\hat{\Theta}$ 为自适应参数误差估计。

对上式求导：

$$\begin{aligned} \dot{V} = & E^T P + \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \dot{\tilde{\Theta}}) + h^T(x)h(x) / 2 + E^T P(\mathcal{L} + \\ & \mathcal{A})(u + \hat{\Theta}^T \Phi(x) + \omega - 2 \tanh(\|E\|/\gamma_1)h(x)/\|E\| + \\ & \varepsilon^F + \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + h(x(t-d))) + \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} / 2 - \\ & h^T(x(t-d))h(x(t-d)) / 2. \end{aligned} \quad (16)$$

如果第 i 个跟随者是图 ζ 中的根节点，则 $D_i \geq 0$ ， $a_{li} = 1$ ；如果它不是根节点， $D_i \geq 0$ ， $a_{li} = 0$ 。可以得出结论， $D_i + a_{li} > 0$ 。由此可得：

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P \mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho - \|h(x(t-d))\|^2 / 2 + \\ & E^T P(\mathcal{L} + \mathcal{A})(u + \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \hat{\Theta}^T \Phi(x) + (\mathcal{D} + \\ & \mathcal{A})^{-1} \varrho + \varepsilon^F) + \|h(x)\|^2 / 2 + \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \dot{\tilde{\Theta}}) - \\ & 2 \tanh(\|E\|/\gamma_1)\|h(x)\| + \|E\| M (\|h(x(t-d))\| + \|\omega\|). \end{aligned} \quad (17)$$

式中， $M = \bar{\sigma}(P)\bar{\sigma}(\mathcal{L} + \mathcal{A})$ ， $\bar{\sigma}(\bullet)$ 、 $\underline{\sigma}(\bullet)$ 分别为矩阵最大值和最小值。

根据杨氏不等式：

$$\|E\| M \|h(x(t-d))\| \leq \|E\|^2 M^2 / 2 + \|h(x(t-d))\|^2 / 2; \quad (18)$$

$$\|E\| M \|\omega\| \leq M^2 / 2 + \|E\|^2 \|\omega\|^2 / 2; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} 2M \tanh(\|E\|/\gamma_1)\|h(x)\| \leq & M^2 + \\ & \tanh^2(\|E\|/\gamma_1)\|h(x)\|^2. \end{aligned} \quad (20)$$

将式(18)–(20)代入式(17)：

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P \mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho + \|E\|^2 M^2 / 2 + E^T P(\mathcal{L} + \\ & \mathcal{A})(u + \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \varepsilon^F + (\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho + \hat{\Theta}^T \Phi(x)) + \\ & \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} / 2 + \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \dot{\tilde{\Theta}}) + \|E\|^2 \|\omega\|^2 / 2 - M^2 / 2 + \\ & [1 - 2 \tanh^2(\|E\|/\gamma_1)]\|h(x)\|^2 / 2. \end{aligned} \quad (21)$$

由引理 3 可得：

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P \mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho + \|E\|^2 M^2 / 2 + E^T P(\mathcal{L} + \\ & \mathcal{A})(\hat{\Theta}^T \Phi(x) + \tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \varepsilon^F + (\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho + u) + \\ & \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} / 2 - \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \dot{\tilde{\Theta}}) + \|E\|^2 \psi / 2 - M^2 / 2. \end{aligned} \quad (22)$$

设计控制律 u 和参数 Θ 的自适应律如下：

$$\begin{aligned} u = & -cE - \hat{\Theta}^T \Phi(x) - (\mathcal{D} + \\ & \mathcal{A})^{-1} \varrho - \hat{\psi}(\mathcal{L} + \mathcal{A})^{-1} P^{-1} E / 2; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\dot{\hat{\Theta}} = \gamma g \Phi^T(x) \Phi(x) E - \sigma \hat{\Theta}. \quad (24)$$

式中： $c > 0$ 为设计参数； $g = 1/(\vartheta + \|E\|^2)$ ； γ ， $\sigma > 0$ 为设计参数； ϑ 为参数矩阵。

将式(23)和(24)代入式(17)可得：

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P(\mathcal{L} + \mathcal{A})(\tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \varepsilon^F) - \tilde{\Theta}^T \gamma g \Phi^T(x) \Phi(x) \\ & E + \sigma \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \dot{\tilde{\Theta}}) - cE^T Q E / 2 + E^T P \mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho + \\ & \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} / 2 - M^2 / 2 + \|E\|^2 M^2 / 2 + \|E\|^2 \psi / 2. \end{aligned} \quad (25)$$

选取参数自适应律如下：

$$\dot{\hat{\psi}} = E^T E - a_\omega \hat{\psi}. \quad (26)$$

式中 $a_\omega > 0$ 为设计参数。

将式(26)代入式(25)可得：

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P(\mathcal{L} + \mathcal{A})(\tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \varepsilon^F) - M^2 / 2 - \\ & \tilde{\Theta}^T \gamma g \Phi^T(x) \Phi(x) E + \sigma \text{tr}(\tilde{\Theta}^T \dot{\tilde{\Theta}}) - cE^T Q E / 2 + \\ & E^T P \mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho + \tilde{\psi}^T \dot{\tilde{\psi}} / 2 + a_\omega \tilde{\psi}^T \hat{\psi} / 2 + \|E\|^2 M^2 / 2. \end{aligned} \quad (27)$$

由 $\varphi_i^T(x_i)\varphi_i(x_i) \leq 1$ 可得：

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P(\mathcal{L} + \mathcal{A})(\tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \varepsilon^F) - M^2 / 2 - cE^T Q E / \\ & 2 + E^T P \mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho + \gamma g \|E\| \|\tilde{\Theta}\| + \tilde{\psi}^T \dot{\tilde{\psi}} / 2 + \\ & a_\omega \tilde{\psi}^T \hat{\psi} / 2 - \sigma (\|\tilde{\Theta}\|^2 - \|\Theta^*\|^2) / 2 + \|E\|^2 M^2 / 2. \end{aligned} \quad (28)$$

通过选择适当的参数 ϑ 让 $g\|E\| < 1$ ，式(28)可进一步表示为：

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P(\mathcal{L} + \mathcal{A})(\tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \varepsilon^F) - cE^T QE/2 + \\ & E^T P\mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho - B_1 \|\tilde{\Theta}\|^2 + B_2 \|\tilde{\Theta}\| + \varpi - \\ & M^2/2 + \tilde{\psi}^T \tilde{\psi}/2 + a_\omega \tilde{\psi}^T \tilde{\psi}/2 + \|E\|^2 M^2/2. \end{aligned} \quad (29)$$

式中: $B_1 = \sigma/2$; $B_2 = \gamma$; $\varpi = \sigma \|\Theta^*\|^2/2$ 。

令 $\Delta_1 = -B_{i1} \|\tilde{\Theta}\|^2 + B_{i2} \|\tilde{\Theta}\| + \varpi$ 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P\mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho - cE^T QE/2 + \Delta_1 + \\ & E^T P(\mathcal{L} + \mathcal{A})(\tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \varepsilon^F) - M^2/2 + \\ & \tilde{\psi}^T \tilde{\psi}/2 + a_\omega \tilde{\psi}^T \tilde{\psi}/2 + \|E\|^2 M^2/2. \end{aligned} \quad (30)$$

式中, $\Phi(x)$, $\tilde{\Theta}$, $f_0(t, x_i)$ 为有界。

由假设 1 可得:

$$a_\omega \tilde{\psi}^T \tilde{\psi} \leq a_\omega \|\tilde{\psi}\| W_{1M} - a_\omega \|\tilde{\psi}\|^2; \quad (31)$$

$$\tilde{\psi}^T \tilde{\psi} \leq \|\tilde{\psi}\| W_{2M}; \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & E^T P\mathcal{A}(\mathcal{D} + \mathcal{A})^{-1} \varrho - cE^T QE/2 + \\ & E^T P(\mathcal{L} + \mathcal{A})(\tilde{\Theta}^T \Phi(x) + \varepsilon^F) + (a_\omega W_{1M} + \\ & W_{2M}) \|\tilde{\psi}\|/2 - a_\omega \|\tilde{\psi}\|^2/2 + \|E\|^2 M^2/2 + \Delta_1 - M^2/2. \end{aligned} \quad (33)$$

令 $v_E = (a_\omega W_{1M} + W_{2M})/2$, $v_F = v_E^2/a_\omega$, 存在正常数 ε_b , $\tilde{\Theta}_b$ 满足 $\|\tilde{\Theta}\| \leq \tilde{\Theta}_b$, $\Phi(x) \leq \Phi_b$, $\|\varepsilon^F\| \leq \varepsilon_b$ 。由此可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & v_F/2 - a_\omega (\|\tilde{\psi}\| - v_E/a_\omega)^2/2 - M^2/2 + \\ & \|E\| M(\tilde{\Theta}_b \Phi_b(x) + \varepsilon_b) + \|E\|^2 M^2/2 - \\ & cE^T QE/2 + \|E\| \left(\frac{\bar{\sigma}(P)\bar{\sigma}(\mathcal{A})}{\underline{\sigma}(\mathcal{D} + \mathcal{A})} \right) \varrho + \Delta_1. \end{aligned} \quad (34)$$

令 $\Delta_2 = v_F/2 - a_\omega (\|\tilde{\psi}\| - v_E/a_\omega)^2/2$ 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -(c\underline{\sigma}(Q) + M^2) \|E\|^2/2 + \Delta_1 + \Delta_2 + \|E\| M(\tilde{\Theta}_b \Phi_b \\ & (x) + \varepsilon_b) - M^2/2 + \|E\| (\bar{\sigma}(P)\bar{\sigma}(\mathcal{A})/\underline{\sigma}(\mathcal{D} + \mathcal{A})) \varrho. \end{aligned} \quad (35)$$

设计参数:

$$\mathcal{H} = -(\bar{\sigma}(P)\bar{\sigma}(\mathcal{A})/\underline{\sigma}(\mathcal{D} + \mathcal{A})) \varrho/2. \quad (36)$$

令 $S = [\|E\|, 1]^T$, 可以用以下向量形式表示:

$$\dot{V} \leq -S^T \Omega S + KS + \Delta_1 + \Delta_2. \quad (37)$$

$$\text{式中: } K = [M(\tilde{\Theta}_b \Phi_b(x) + \varepsilon_b), -M^2/2]; \quad \Omega = \begin{bmatrix} (c\underline{\sigma}(Q) + M^2)/2 & \mathcal{H} \\ \mathcal{H} & 0 \end{bmatrix}.$$

根据式(15)和(37), 矩阵 Ω 是正定的。式(37)可表示为:

$$\dot{V} \leq -\underline{\sigma}(\Omega) \|S\|^2 + \|K\| \|S\| + \Delta_1 + \Delta_2. \quad (38)$$

由式(15)可得:

$$B_l \|S\|^2/2 \leq V \leq B_u \|S\|^2/2. \quad (39)$$

式中: $B_l = \min[\underline{\sigma}(P), \underline{\sigma}(Y)]$; $B_u = \max[\bar{\sigma}(P), \bar{\sigma}(Y)]$ 。

由式(38)和(39)可得:

$$\dot{V} \leq -aV + bV^{1/2} + \Delta_1 + \Delta_2. \quad (40)$$

式中: $a = 2\underline{\sigma}(\Omega)/B_l$; $b = \sqrt{2} \|K\|/\sqrt{B_l}$ 。

选择合适参数 σ 使得 $\Delta_1 < 0$, $\|\tilde{\Theta}\| > B_2/B_1 +$

$\sqrt{B_2^2/B_1 + \varpi}$, 所以参数 $\tilde{\Theta}$ 是有界的, 为了使得 $\Delta_2 < 0$, $\|\tilde{\psi}\| > v_E/a_\omega + \sqrt{v_F/a_\omega}$, 因此参数 $\tilde{\psi}$ 是有界的。式(40)可进一步表示为:

$$V^{1/2}(t) \leq b(1 - e^{-at/2})/a + V^{1/2}(0)e^{-at/2}. \quad (41)$$

可以看出, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $V(t)$ 趋近于 $(b/a)^2$; 因此, 李雅普诺夫函数 V 中的误差信号 E , 在触发时刻是有界的。可以表示为 $\|E\| \leq D_E$, 其中 $D_E = \sqrt{2/\underline{\sigma}(P)b/a}$ 。

可以得出结论: 李雅普诺夫函数 V 中的模糊参数 $\tilde{\Theta}$ 、误差信号 E 和参数 $\tilde{\psi}$ 是有界的, 由此可知故障参数 ω 是有界的, 由式(10)可知相对状态误差 δ 和误差参数 Ξ 也是有界的。

由式(5)和(7)可得:

$$\begin{aligned} \Xi_l &= (\mathcal{L} + \mathcal{A})z^l \\ \Xi_n &= (\mathcal{L} + \mathcal{A})z^n \end{aligned} \quad (42)$$

式中: $z^1 = [z_{11}, \dots, z_{N1}]^T$; $z^n = [z_{1n}, \dots, z_{Nn}]^T$; $z^{(n-1)} = [z_{1(n-1)}, \dots, z_{N(n-1)}]^T$ 。由此可得:

$$\begin{aligned} \|z^l\| &\leq \|\Xi_l\|/\underline{\sigma}(\mathcal{L} + \mathcal{A}) \\ \|z^n\| &\leq \|\Xi_n\|/\underline{\sigma}(\mathcal{L} + \mathcal{A}) \end{aligned} \quad (43)$$

由此可得, 误差 z 是有界的, 这意味着本文中所有跟随者的状态最终可以与领导者的状态同步。

4 仿真研究

考虑由 5 个跟随者和 1 个领导者组成的多智能体系统, 每个跟随者表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2} \\ \dot{x}_{i2} = x_{i3} \\ \dot{x}_{i3} = u_i + f_i(x_i) + \omega_i \end{cases}. \quad (44)$$

式中 $i=1, \dots, 5$, $f_i(\bullet) = x_{i2} \sin(x_{i1})$ 。

领导者表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{l1} = x_{l2} \\ \dot{x}_{l2} = x_{l3} \\ \dot{x}_{l3} = -\sin(t) \end{cases}. \quad (45)$$

执行器故障如下:

$$\begin{aligned}\omega_1(t) &= \begin{cases} 0, 0 \leq t < 15 \\ 5 + 25 \cos(0.5\pi t), t \geq 15 \end{cases}; \\ \omega_3(t) &= \begin{cases} 0, 0 \leq t < 20 \\ 25 + 25 \cos(0.5\pi t), t \geq 20 \end{cases}; \\ \omega_5(t) &= \begin{cases} 0, 0 \leq t < 30 \\ 50 + 25 \cos(0.5\pi t), t \geq 30 \end{cases}; \\ \omega_2(t) &= \omega_4(t) = 0.\end{aligned}\quad (46)$$

则有向通信图 ζ 表示如图 1 所示。

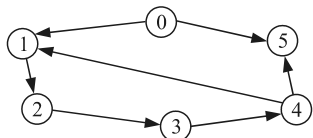


图 1 有向拓扑图

根据定义 $D_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$ ，领导者邻接矩阵 $\mathbf{A}_l = \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 1\}$ 。然后 $D_3=2$, $D_1=D_2=D_4=D_5=1$, $D_2+a_{l2}=D_3+a_{l3}=1$, $D_1+a_{l1}=D_4+a_{l4}=D_5+a_{l5}=2$, $D_i+a_{li}>0(i=1, \dots, 5)$ 。模糊隶属函数由以下公式得出：

$$\mu_{ik}^p = \exp(-(x_{ik} - \Gamma_p)^2 / 4). \quad (47)$$

式中： $\Gamma_1=4$ ； $\Gamma_2=2$ ； $\Gamma_3=0$ ； $\Gamma_4=-2$ ； $\Gamma_5=-4$ ； $\wp=1, \dots, 5$ ； $k=1, 2, 3$ 。

跟随者和引导者的初始状态变量设置为 $x_1=[1.89; 0; 0]$, $x_2=[2.21; 0; 0]$, $x_3=[2.4; 0; 0]$, $x_4=[2.83; 0; 0]$, $x_5=[1.51; 0; 0]$, $x_l=[2; 0; 1]$ 。模糊参数向量初始值为 0。

另外设置参数 $c=20$, $d=2$, $\lambda_1=7$, $\lambda_2=15$, $\sigma=0.25$ 。

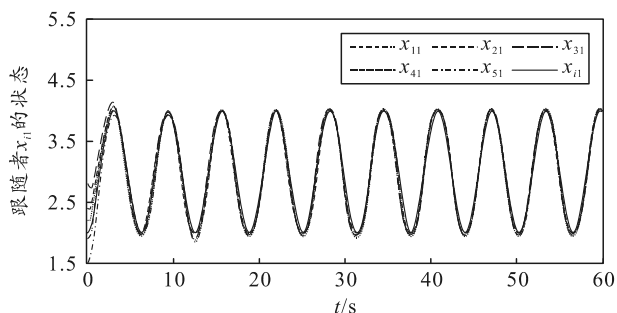
在图 1 中的图 ζ 下，通过引理 1，可以得到：

$$P = \text{diag}[3/5, 3/8, 3/11, 3/7, 3/10];$$

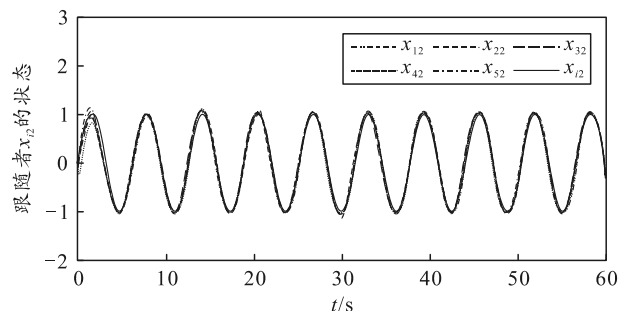
$$Q =$$

$$\begin{bmatrix} 2.4000 & -0.3750 & 0 & -0.6000 & 0 \\ -0.3750 & 0.7500 & -0.2727 & 0 & 0 \\ 0 & -0.2727 & 0.5455 & -0.4286 & 0 \\ -0.6000 & 0 & -0.4286 & 1.7143 & -0.3000 \\ 0 & 0 & 0 & -0.3000 & 0.6000 \end{bmatrix}. \quad (48)$$

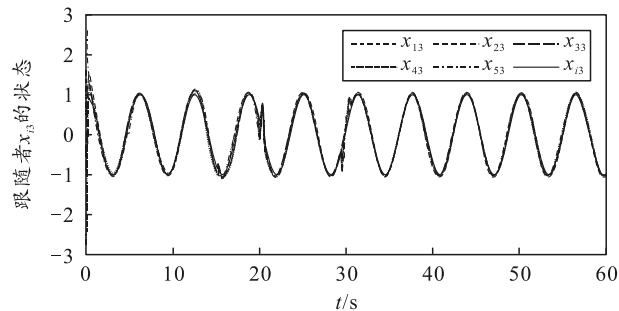
仿真结果如图 2—4 所示。



(a) 状态变量 x_{i1} 的轨迹



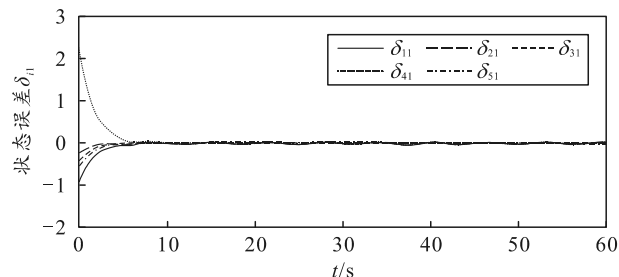
(b) 状态变量 x_{i2} 的轨迹



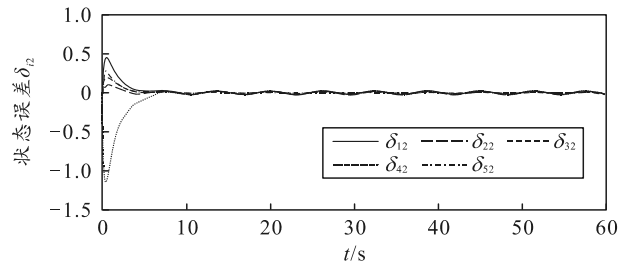
(c) 状态变量 x_{i3} 的轨迹

图 2 领导者和跟随者状态变量轨迹

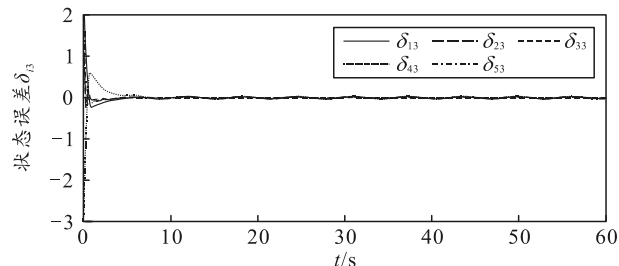
图 2 绘制领导者和跟随者的状态变量轨迹。从图中可以看出，跟随者的所有状态都可以与领导者的状态同步。



(a) 相对状态误差 δ_{i1} 的轨迹



(b) 相对状态误差 δ_{i2} 的轨迹



(c) 相对状态误差 δ_{i3} 的轨迹

图 3 领导者和跟随者相对状态误差轨迹

领导者和跟随者的相对状态误差如图 3 所示。可以看出, 这种控制方法可以实现所考虑的多智能体系统的领导者和跟随者的一致性。

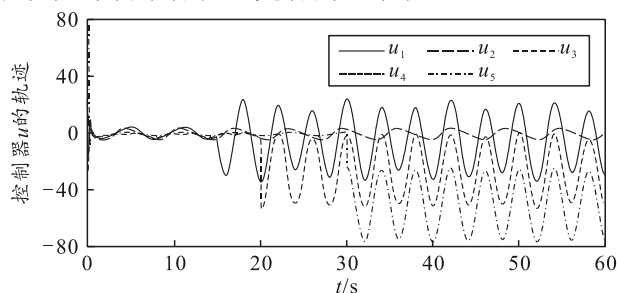


图 4 控制器 u 的轨迹

在第 15、20、30 s 故障发生后, 系统的容错控制器发挥作用(如图 4 轨迹所示), 采用本文中所设计的容错控制方法能够使得多智能体系统实现最终的控制目标(如图 2 和 3 所示)。

5 结论

笔者研究高阶非线性多智能体系统状态跟踪控制问题。所考虑的模型在执行器故障和状态时滞的影响下, 仍然能保证跟随者和领导者的状态保持同步。理论分析了系统的稳定性并确保所有信号都是有界的。未来工作可以考虑系统在受到死区或者输入饱和影响时多智能体系统的控制问题。

参考文献:

- [1] FAX J A, MURRAY R M. Information Flow and Cooperative Control of Vehicle Formations[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1465-1476.
- [2] WEI R, BEARD R W, ATKINS E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. IEEE Control Systems, 2007, 27(2): 71-82.
- [3] TANG Y T, HONG Y G, WANG X H. Distributed output regulation for a class of nonlinear multi-agent systems with unknown-input leaders[J]. Automatica, 2015, 62: 154-160.
- [4] HUANG Z, GAO Z, LIU Y, et al. A low temperature preheating strategy with optimized fuzzy controller for lithium-ion batteries[J]. Journal of Energy Storage, 2022, 52: 104709.
- [5] LI Y X, HU X, CHE W, et al. Event-Based Adaptive Fuzzy Asymptotic Tracking Control of Uncertain Nonlinear Systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(10): 3003-3013.
- [6] 胡寿松, 周川, 胡维礼. 基于神经网络的模型跟随鲁棒自适应控制[J]. 自动化学报, 2000(5): 623-629.
- [7] ZHANG X, OU X, LI Z, et al. All state constrained decentralized adaptive implicit inversion control for a class of large scale nonlinear hysteretic systems with time-delays[J]. Information Sciences, 2022, 588: 52-66.
- [8] WANG H, SHAN L, ZHAO X, et al. Direct Adaptive Fuzzy Tracking Control of Non-affine Stochastic Nonlinear Time-Delay Systems[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2021, 23(2): 309-321.
- [9] WANG H, ZOU Y, LIU P X, et al. Neural-network-based tracking Control for a Class of time-delay nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. Neurocomputing, 2020, 396: 179-190.
- [10] 王玉振, 杜英雪, 王强. 多智能体时滞和无时滞网络的加权分组一致性分析[J]. 控制与决策, 2015, 30(11): 1993-1998.
- [11] SARAVANAKUMAR R, AMINI A, DATTA R, et al. Reliable Memory Sampled-Data Consensus of Multi-Agent Systems with Nonlinear Actuator Faults[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(4): 2201-2205.
- [12] CHEN S, HO D W C, LI L, et al. Fault-Tolerant Consensus of Multi-Agent System with Distributed Adaptive Protocol[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 45(10): 2142-2155.
- [13] LIN G, LI H, MA H, et al. Human-in-the-Loop Consensus Control for Nonlinear Multi-Agent Systems with Actuator Faults[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2022, 9(1): 111-122.
- [14] 王君, 焦远. 不确定通信拓扑多智能体一致性容错控制问题研究[J]. 兵工自动化, 2023, 42(3): 31-38.
- [15] ZHANG H, LEWIS F L. Adaptive cooperative tracking control of higher-order nonlinear systems with unknown dynamics[J]. Automatica, 2012, 48(7): 1432-1439.
- [16] GE S S, TEE K P. Approximation-based control of nonlinear MIMO time-delay systems[J]. Automatica, 2007, 43(1): 31-43.
- [17] WANG W, LI Y, TONG S. Adaptive Fuzzy Event-Triggered Control for Leader-Following Consensus of High-Order Nonlinear Systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 28(10): 2389-2400.