

doi: 10.7690/bgzd.2025.09.019

基于改进 PSO 和分数阶滑模的四旋翼无人机轨迹跟踪

邵克勇, 栗铭雪, 刘家鑫, 王炳淇

(东北石油大学电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163000)

摘要: 针对四旋翼无人机系统强耦合、非线性导致期望轨迹难以精准跟踪的问题, 设计一种结合改进的粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO) 和分数阶积分滑模的控制器。采用滑模控制法设计姿态内环和位置外环控制器, 选取控制器输出和跟踪误差的函数作为优化目标函数; 为改善系统中高频抖振问题, 引入分数阶指数趋近律来提高控制效果, 并给出了系统能够有限时间稳定的充分条件; 针对滑模参数和误差系数难整定问题, 采用 PSO 算法优化了滑模参数, 加快了收敛速度。Matlab 仿真结果表明, 该控制器能较好地满足四旋翼轨迹跟踪控制的需求。

关键词: 粒子群算法; 四旋翼无人机; 轨迹跟踪; 滑模控制

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A

Trajectory Tracking Controller of Quadrotor UAV Based on Improved PSO and Fractional Sliding Mode

Shao Keyong, Li Mingxue, Liu Jiaxin, Wang Bingqi

(Electrical information engineering Northeast Petroleum University, Daqing 163000, China)

Abstract: Aiming at the problem that the strong coupling and nonlinearity of quadrotor UAV system make it difficult to track the desired trajectory accurately, a controller combining improved particle swarm optimization (PSO) algorithm and fractional order integral sliding mode is designed. The sliding mode control method is used to design the inner attitude loop and outer position loop controllers, and the function of controller output and tracking error is selected as the optimization objective function; To improve the high-frequency chattering problem in the system, a fractional order exponential reaching law is introduced to improve the control effect, and sufficient conditions for the system to be stable in finite time are given; In response to the problem of difficult tuning of sliding mode parameters and error coefficients, an improved PSO algorithm was adopted to optimize the sliding mode parameters and accelerate the convergence speed. Matlab simulation results show that the controller can meet the requirements of quadrotor trajectory tracking control.

Keywords: particle swarm optimization; quadrotor UAV; trajectory tracking; sliding mode control

0 引言

四旋翼无人机可以垂直起降且机动高效, 已经被广泛应用于航拍、农业植保、空中救援等。此外, 四旋翼无人机的模型复杂, 其耦合性强且是欠驱动系统, 这使得学者对四旋翼无人机轨迹控制器的设计较为关注^[1]。

滑模控制作为经典非线性控制方法, 对不确定性且易受干扰的模型具有较强的针对性, 被广泛应用于在四旋翼飞行控制领域中; 但滑模控制算法中包含的切换项不连续, 使得输入易产生高频抖振, 影响系统性能和飞行器的寿命。为解决这一问题, 滑模控制开始使用边界层技术, 对不连续的符号函数采用连续函数来代替, 如双曲正切函数等。虽然边界层和抖振满足了要求, 滑模的鲁棒性却开始变差。为平衡二者关系, 近年来, 许多学者对四旋翼无人机的控制展开了研究, 并得到了一定的突破。

文献[2]完善了飞行器姿态动力学模型, 控制器方法采用反步滑模控制, 通过仿真实验证明了新控制器比传统 PID 控制器响应速度和控制效果更好。文献[3]针对飞行器的内部结构, 利用扩张观测器改善自抗扰控制, 通过实验证明了改进后 ADRC 具有控制精度高, 稳定性高。文献[4]中控制器使用变结构滑模, 仿真验证了此控制器相比于 PID 控制响应快, 超调小。文献[5]将自适应对象设置为干扰上界, 滑模增益系数通过自适应调整, 从而平衡了滑模增益和抖振之间的关系。文献[6]利用串级分数阶 PID 控制, 并使用遗传算法对控制器的参数进行整定。实验结果表明, 将所提控制器与整数阶控制器进行比较, 该控制缩短了调节时间, 具有更好的跟踪能力。文献[7]采用差分进化算法动态优化滑模面, 因此控制品质被提高。但上述方法参数选定偶然性高, 切换项及等效控制项系数对无人机不确定性等因素适

收稿日期: 2024-09-22; 修回日期: 2024-10-23

第一作者: 邵克勇(1970—), 男, 河南人, 博士。

应度低，整个系统的动态性能不稳定。

在上述研究的基础上，笔者设计一种将粒子群算法、积分终端滑模面、改进的分数阶指数趋近律三者相结合的控制。采用改进粒子群算法对控制器滑模参数、误差系数、趋近律系数进行优化，以达到系统响应速度快、抖振小且鲁棒性高的设计目的。

1 主要内容

1.1 四旋翼动力模型

四旋翼无人机的旋翼一般采用 X 型布置。飞行中主要受到旋翼产生的升力、自身重力、运动时的空气阻力、外界风力以及旋翼旋转的陀螺效应等影响。如图 1 所示，四旋翼相邻两组旋翼旋转方向相反，利用相邻旋翼产生的反扭力矩之差产生偏航力矩进行偏航动作，通过控制前后(左右)旋翼升力不同产生俯仰(横滚)力矩执行俯仰(横滚)动作。通过控制 4 个旋翼的总升力以及横滚俯仰等动作来控制旋翼升力在竖直和水平方向上的分力，完成竖直方向和水平方向上的运动控制^[8]。

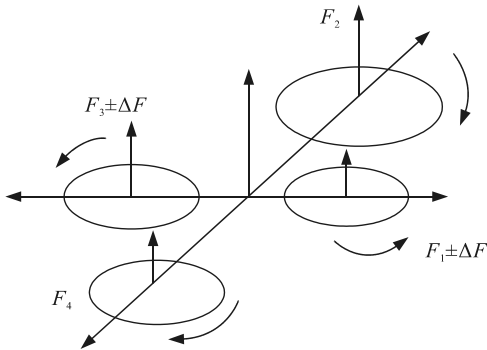


图 1 四旋翼结构

以右手坐标分别建立大地坐标系 O_e 和飞行器坐标系 O_b 。采用 $\xi = [xyz]^T$ 表示四旋翼的位置，欧拉角 $\zeta = [\phi\theta\psi]^T$ 表示四旋翼姿态，可由式(1)和(2)表示^[9]。

$$\ddot{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)U_1/m \\ (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)U_1/m \\ \cos\phi\cos\theta U_1/m - g \end{bmatrix}; \quad (1)$$

$$\ddot{\Theta} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z) + U_2)/I_x \\ (\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) + U_3)/I_y \\ (\dot{\phi}\dot{\theta}(I_x - I_y) + U_4)/I_z \end{bmatrix}. \quad (2)$$

式中： m 为四旋翼机体总质量； I_x 、 I_y 、 I_z 为机体绕自身 x 轴、 y 轴、 z 轴的转动惯量； d 为四旋翼机体质心与其旋翼转轴之间的距离； g 为地球表面重力加速度； U_1 、 U_2 、 U_3 、 U_4 为虚拟控制； F_i 为各旋翼

的升力； C_m 为扭力系数； C_l 为升力系数； Ω_i 为各旋翼的转速。

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = c_l(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_2 &= F_2 - F_4 = c_l(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ U_3 &= -F_1 + F_3 = c_l(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2) \\ U_4 &= -F_1 + F_2 - F_3 + F_4 = c_m(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

通过控制 4 个虚拟输入量(U_1 , U_2 , U_3 , U_4)，继而实现对四旋翼无人机位置和姿态的控制，从而保证系统性能的实现。

1.2 控制方案

给定期望轨迹 x_d 、 y_d 、 z_d 以及期望偏航角 ψ_d ，根据实际位置 x 、 y 、 z 与期望轨迹 x_d 、 y_d 、 z_d 之间的误差设计 3 个方向的控制律 U_x 、 U_y 、 U_z ，并令式(1)中 $U_x = \ddot{x}$ 、 $U_y = \ddot{y}$ 、 $U_z = \ddot{z}$ 。求解可得：

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= m\sqrt{U_x^2 + U_y^2 + (U_z + g)^2} \\ \phi_d &= \sin^{-1} \left[\frac{(U_x \sin\psi_d - U_y \cos\psi_d)m}{U_1} \right] \\ \theta_d &= \sin^{-1} \left[\frac{(U_x m - U_1 \sin\psi_d \sin\phi_d)}{U_1 \cos\psi_d \cos\phi_d} \right] \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

同理，利用式(4)中求得的 ϕ_d 、 θ_d ，根据实际角度与期望角度之间的误差设计控制律。最终，根据式(3)中的虚拟控制输入量 U_i 和各旋翼转速 Ω_i 的关系求得各旋翼转速。

1.3 分数阶微积分

定义 1^[10] Caputo 分数阶导数定义为：

$${}_0 D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau. \quad (5)$$

式中： α 为分数阶阶次， $n-1 \leq \alpha < n$ ， $n \in N$ ； $\Gamma(n-\alpha)$ 为伽马函数。

定义 2^[10] Riemann-Liouville 分数阶积分的定义为：

$$\begin{aligned} {}_0 D_t^\alpha ({}_0 D_t^\beta f(t)) &= {}_0 D_t^{\alpha+\beta} f(t), \quad (0 \leq \alpha < 1, 0 \leq \beta < 1); \\ {}_0 D_t^\alpha ({}_0 D_t^{-\beta} f(t)) &= {}_0 D_t^{\alpha-\beta} f(t), \quad (0 \leq \alpha < 1, 0 \leq \beta < 1). \end{aligned} \quad (6)$$

引理 1^[11] 考虑非线性系统：

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in U \subseteq R^n, \quad f(0) = 0. \quad (7)$$

式中 $f: U \rightarrow R^n$ 为开区域 U 上对 x 连续的函数，且开区域 U 包含原点。系统的解 $x=0$ 为有限时间稳定的，当且仅当系统是强稳定的且为有限时间收敛的。

对 $\forall x_0 \in U_0 \subset R^n$ ，存在一个连续函数，使得该系统的解为 $x(t, x_0)$ 满足：当 $t \in [0, T(x_0)]$ 时，

$x(t, t_0) \in U_0 \lim_{t \rightarrow T_0} x(t, x_0) = 0$; 当 $t > T(x_0)$ 时, 有 $x(t, t_0) = 0$ 。若 $\lim_{t \rightarrow T(x_0)} U = U_0 = R^n$, 则系统为全局有限时间稳定。

引理 2^[12] 假设 $x(t)$ 是连续可微的向量函数, 对于任何 $t \geq t_0 > 0$, 如下不等式成立:

$$\frac{1}{2} D^\alpha x^T x(t) \leq x^T D^\alpha x(t)。(9)$$

式中 $0 < \alpha < 1$ 。

2 分数阶积分终端滑模控制器设计

2.1 位置设计

控制律设计目的是使误差收敛到零, 因此由期望位置 Γ_d 和位置跟踪误差 E_r , 则有位置跟踪误差如下式所示:

$$E_r = \Gamma_d - \Gamma = \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \\ z_d - z \end{bmatrix}。(9)$$

由于位置控制器 3 个方向的控制律设计方法相同, 因此下面以高度控制子系统为例。高度误差二阶导数为:

$$\ddot{e}_z = \ddot{z}_d - \ddot{z} = \ddot{x}_z - U_z + c_z \dot{e}_z。(10)$$

定义积分终端滑模面为:

$$s_z = c_z e_z + \dot{e}_z + \lambda_z \int_0^t e_z dt。(11)$$

式中 λ_z 、 c_z 为滑增益, 且 λ_z 、 c_z 大于 0。

令 $\dot{s} = 0$, 联立上式则有效控制率为:

$$U_{zeq} = \ddot{z}_d + c_z \dot{e}_z + \lambda_z e_z。(12)$$

针对积分滑模面函数使系统产生高频抖振这一问题, 从而选择引入分数阶指数趋近律:

$$\dot{s}_z = -\varepsilon_z ({}_0 D_t^{-\alpha} \operatorname{sgn}(s_z)) - k_z s_z。(13)$$

式中: $0 \leq \alpha < 1$, 为分数阶阶次; ε_z 、 k_z 为常值系数, 且均大于 0; $\operatorname{sgn}(s_z)$ 为 ${}_0 D_t^{-\alpha}(s_z)$ 的一个特例, 即经典整数阶指数趋近律为 $\alpha=0$ 时的情况。

联合式(12)和(13)可得:

$$U_z = \ddot{z} = \lambda_z e_z + c_z \dot{e}_z + \ddot{z}_d + \varepsilon_z ({}_0 D_t^{-\alpha} \operatorname{sgn}(s_z)) + k_z s_z。(14)$$

定理 1 针对位置子系统式(1), 对于给定的滑模面式(11), 控制器式(14)能使系统在有限时间内稳定。

证明选取李雅普诺夫函数:

$$V_z = s_z^2 / 2。(15)$$

对其求导, 则有:

$$\dot{V}_z = s_z \dot{s}_z = s_z - \varepsilon_z ({}_0 D_t^{-\alpha} \operatorname{sgn}(s_z)) - k_z s_z。(16)$$

又因为当 $0 \leq \alpha < 1$ 时, 有 $\operatorname{sgn}({}_0 D_t^{-\alpha} \operatorname{sgn}(s_z)) = \operatorname{sgn}(s_z)$, 即式(16)可改写成:

$$\dot{V}_z = -\varepsilon_z |s_z| |{}_0 D_t^{-\alpha} \operatorname{sgn}(s_z)| - k_z s_z^2 = -\varepsilon_z |s_z| |{}_0 D_t^{-\alpha} \operatorname{sgn}(s_z)| - k_z s_z^2 \leq 0。(17)$$

由李雅普诺夫稳定性定理可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} s_z = 0$, 从而 $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_z = 0$, 由此可保证被控系统稳定。

对于 ${}_0 D_t^{-\alpha} \operatorname{sgn}(s_z) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{\operatorname{sgn}(s_z)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau$, 有以下 2

种情况:

当 $s_z(0) > 0$ 时,

$$\left. \begin{aligned} \dot{s}_z &= -\frac{\varepsilon_z}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{1}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau - k_z s_z \\ (s_z(t) e^{k_z t})' &= \\ e^{k_z t} (\dot{s}_z(t) + k_z s_z) &= -\frac{\varepsilon_z e^{k_z t}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{1}{(t-\alpha)^{1-\alpha}} d\tau \end{aligned} \right\}。(18)$$

故: $s_z(t) e^{k_z t} = s_z(0) - \frac{\varepsilon_z}{\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^t \tau^\alpha e^{k_z \tau} d\tau$, 当 $s_z(t_d) = 0$

时, 有 $s_z(t) e^{k_z t_d} = s_z(0) - \frac{\varepsilon_z}{\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^t \tau^\alpha e^{k_z \tau} d\tau = 0$, 求得式(18)的解 t_d 即为到达时间。

令 $\delta(t) = \int_0^t \tau^\alpha e^{k_z \tau} d\tau > 0$, 显然, 当 $t \in [0, \infty)$ 时, $\delta(t)$ 为增函数, 且 $\delta(0) = 0$, $\delta(\infty) = \infty$, 根据中值定理, 使得 $\delta(t^*) = s_z(0) \alpha \Gamma(\alpha) / \varepsilon_z$, 故 $t_d = t^*$ 。

当 $s_z(0) < 0$ 时,

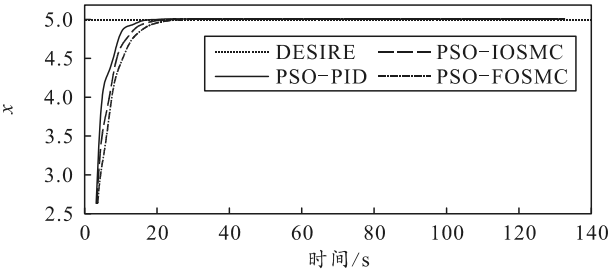
$$\left. \begin{aligned} \dot{s}_z &= \frac{\varepsilon_z}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{1}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau - k_z s_z \\ s_z(t) e^{k_z t} &= s_z(0) + \frac{\varepsilon_z}{\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^t \tau^\alpha e^{k_z \tau} d\tau \\ (s_z(t) e^{k_z t})' &= \\ e^{k_z t} (\dot{s}_z(t) + k_z s_z) &= \frac{\varepsilon_z e^{k_z t}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{1}{(t-\alpha)^{1-\alpha}} d\tau \end{aligned} \right\}。(19)$$

与式(1)同理, 令 $\delta(t) = \int_0^t \tau^\alpha e^{k_z \tau} d\tau > 0$, 因为 $\delta(t)$ 为增函数, 且 $\delta(t) = 0$, $\delta(\infty) = \infty$, 根据中值定理, $t^* > 0$, 使得 $\delta(t^*) = -s_z(0) \alpha \Gamma(\alpha) / \varepsilon_z$, 故可得 $t_d = t^*$ 。

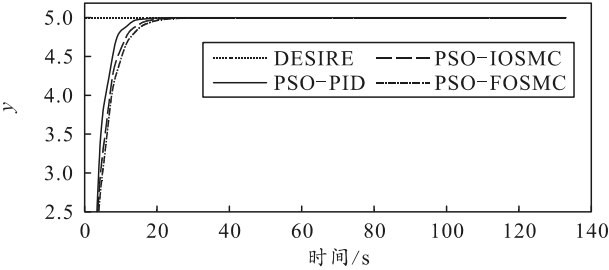
通过对以上 2 种情况的分析, 基于分数阶指数趋近律式(18), 被控系统 $\dot{V}$ 的到达时间 t_d 可以从式 $\delta(t) = \int_0^t \tau^\alpha e^{k_z \tau} d\tau = |s_z(0)| \alpha \Gamma(\alpha) / \varepsilon_z$ 中求解得到。

表 1 四旋翼的数值

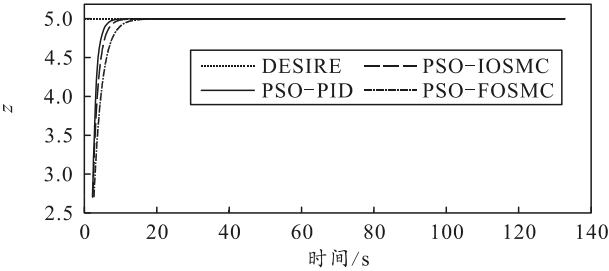
弹序 i	参数	数值
1	$I_{x,y}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1.745e-2
2	$I_z/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	3.175e-2
3	$c_l/(\text{rad/s})^2$	1.116e-5
4	$c_m/(\text{rad/s})^2$	1.474e-7
5	M/kg	1.500
6	D/m	0.225
7	$G/(\text{m/s}^2)$	9.810



(a) x 方向跟踪曲线



(b) y 方向跟踪曲线



(c) z 方向跟踪曲线

图 3 系统响应曲线

实验 2: 验证混合算法优越性。

基于算法结合策略,现对算法参数进行初始化,滑模参数寻优范围为 $C \in (0, 10)$ 、 $k \in (0, 5)$ 、 $\varepsilon \in (0, 10)$,学习因子 $c_1=1.5$ 、 $c_2=0.5$,最大迭代次数 $\text{ger}=100$,种群规模 $N=50$,算法改进前后迭代过程对比如图 4 所示。

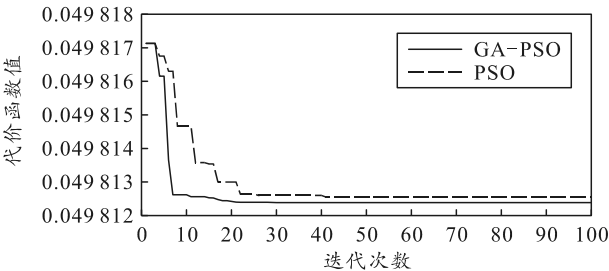
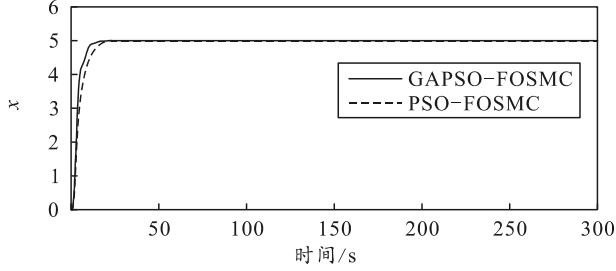


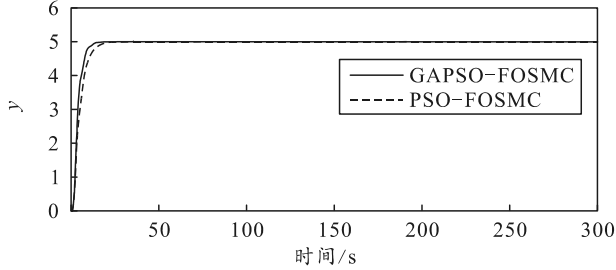
图 4 迭代过程

经算法迭代运算,滑模控制器参数寻优结果分别为 $C=1.360\ 3$ 、 $k=4.484\ 7$ 、 $\varepsilon=5$ 。由图 4 可知,GA-PSO 算法迭代运算到 8 次完成收敛,相比标准 PSO 算法,GA-PSO 算法收敛速度更快,且适应度函数值更小,说明寻优精度更高。

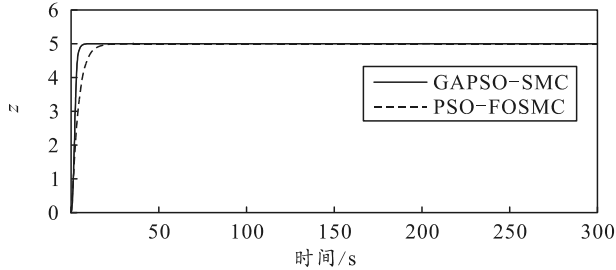
根据算法寻优结果,对四旋翼无人机进行仿真实验,对比标准 PSO 算法优化的分数阶滑模控制,仿真结果如图 5 所示。



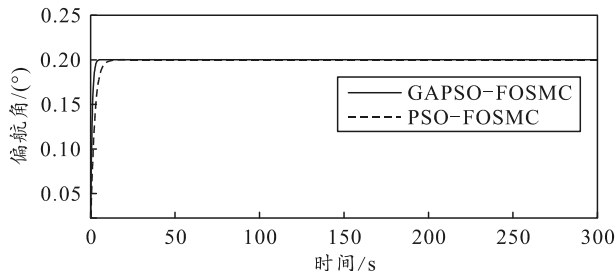
(a) x 方向位置跟踪曲线



(b) y 方向位置跟踪曲线



(c) z 方向位置跟踪曲线



(d) 偏航角姿态跟踪曲线

图 5 轨迹跟踪曲线

由图 5 可知:经 GA-PSO 算法优化后的系统跟踪效果好,有效降低稳态偏差,且响应速度快。因此,基于 GA-PSO 优化后的滑模控制器可以实现设计目标。

5 结论

笔者建立四旋翼无人机非线性数学模型, 设计分数阶积分滑模轨迹跟踪控制器, 并利用算法对滑模面增益系数以及指数趋近律中的 2 个常数项进行寻优。针对传统 PSO 算法的弊端, 提出了 GA-PSO 算法。GA 算法中的交叉、变异运算提高了原有传统 PSO 算法的灵活度和寻优效率。利用 Matlab 对四旋翼无人机系统进行仿真的结果表明: 笔者提出的基于 GA-PSO 算法优化的分数阶滑模控制使四旋翼无人机系统跟踪速率更快, 精度更高。

参考文献:

- [1] XIA G Y, LIU Z H. Quadrotor Unmanned Helicopter Attitude Control Based on Improved ADRC[C]//Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC). IEEE, 2014: 916-921.
- [2] SUMANTRI B, NAOKI U, SHHIGENORI S. Least Square Based Sliding Mode Control for A Quadrotor Helicopter and Energy Saving by Chattering Reduction[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 66/67: 769-784.
- [3] 王彪, 唐超颖, 孔大庆. 基于改进自抗扰技术的四旋翼姿态控制[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(8): 3124-3129.
- [4] LUO Z M, ZHANG X X, LIU Z F. Research of Modeling and Sliding Mode Advanced Control for Four Rotor Aircraft[C]//2015 Fifth International Conference on Instrumentation and Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC). IEEE, 2015: 992-996.
- [5] LI S, LI B K, GENG Q B. Adaptive sliding mode control for quadrotor helicopters[C]//Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference. IEEE, 2014: 71-76.
- [6] 张志赟, 谢习华. 四旋翼无人机模型参考自适应滑模控制[J]. 制造业自动化, 2020, 42(2): 9-15.
- [7] 石喜铃, 孙运强, 李静, 等. 四旋翼动力学建模及非线性 PID 轨迹跟踪控制[J]. 科学技术与工程, 2020, 20(6): 2489-2493.
- [8] ENRICO S, DUMUITRU B, FRANCESCO M, et al. Fractional calculus and the schrodinger equation[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2006, 39(11): 1-4.
- [9] BHAT SOP, BERNSTEIN DOS. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability[J]. Mathematics of Control, Signals and Systems, 2005, 17(2): 101-127.
- [10] MOHAMMAD P A, SOHRAB K, GHASSEM A. Finite-time synchronization of two different chaotic systems with unknown parameters via sliding mode technique[J]. Applied Mathematical, 2011, 35(6): 3080-3091.
- [11] 邱峰, 李伟, 宁君. 基于线性自抗扰控制的船舶航迹积分滑模控制器[J]. 上海海事大学学报, 2017, 38(3): 12-17.
- [12] 刘金琨. 智能控制[M]. 北京: 电子工业出版社, 2017: 200-352.
- [13] 许国根. 最优化方法及其 Matlab 实现[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2018: 433-456.
- [14] 无人机轻量化[J]. 机械设计, 2021, 38(6): 25-29.
- [15] 碳纤维复合材料成无人机的的主力材料[J]. 橡塑技术与装备, 2020, 46(2): 58.
- [16] 岳基隆, 张庆杰, 朱华勇. 微小型四旋翼无人机研究进展及关键技术浅析[J]. 电光与控制, 2010, 17(10): 46-52.
- [17] FAN H L, YANG W. An Equivalent Continuum Method of Lattice Structures[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2006(2): 103-113.
- [18] FAN H L, MENG F H, YANG W. Sandwich panels with Kagome lattice cores reinforced by carbon fibers[J]. Composite Structures, 2007, 81(4): 533-539.
- [19] 刘诗汉, 马虎. 航空涡轮叶片叶身造型参数化设计[J]. 兵工自动化, 2015, 34(4): 56-63.

(上接第 75 页)

- [3] 仲梁维, 李小伟, 胡寿根. 轻质点阵结构的参数化建模及力学性能研究[J]. 中国机械工程, 2014, 25(16): 2253-2261.
- [4] CAI S, XI J. A control approach for pore size distribution in the bone scaffold based on the hexahedral mesh refinement[J]. Computer Aided Design-London-Butterworth Then Elsevier, 2008, 40(10-11): 1040-1050.
- [5] CHU C, GRAF G, ROSEN D W. Design for Additive Manufacturing of Cellular Structures[J]. Computer-Aided Design and Applications, 2008, 5(5): 686-696.
- [6] 段军. 3D 打印技术对机械制造业产生的影响研究[J]. 科技与创新, 2020, 150: 138-139.
- [7] 宋思勤, 吴钢, 张文靖. 通过增材制造的晶架结构实现