

doi: 10.7690/bgzd.2025.08.020

基于跟踪微分器和“当前”统计模型的光电跟踪系统 脱靶量补偿方法

高雨轩, 侯远龙, 顾晓辉

(南京理工大学机械工程学院, 南京 210094)

摘要: 针对延迟环节, 提出一种使用基于改进的离散系统最优控制综合函数的跟踪微分器的直接预测补偿法, 提取延迟信号的跟踪及微分信号, 根据跟踪信号和原信号的间距来自适应调整跟踪微分器的参数, 并根据泰勒展开补偿对延迟环节进行补偿。针对采样保持环节, 引入根据当前加速度调整加速度极值的机动目标修正的“当前”统计模型, 以及设计基于修正的“当前”统计模型的自适应调整预测协方差的卡尔曼滤波(Kalman filter, KF), 并针对采样保持环节的特性对观测噪声的协方差矩阵进行实时调整, 实现对采样保持环节的补偿。实验仿真结果表明: 所提脱靶量补偿方法有效降低了延迟环节和采样保持环节带来的影响, 具有可与其他先进脱靶量补偿方法相等的性能。

关键词: 脱靶量补偿; 跟踪微分器; 直接预测补偿法; “当前”统计模型; 卡尔曼滤波器

中图分类号: TN29 **文献标志码:** A

Miss Distance Compensation Method for Electro-optical Tracking System Based on Tracking Differentiator and “Current” Statistical Model

Gao Yuxuan, Hou Yuanlong, Gu Xiaohui

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: For the delay link, a direct predictive compensation method using a tracking differentiator based on an improved discrete system optimal control synthesis function is proposed to extract the tracking and differential signals of the delay signal, adaptively adjust the parameters of the tracking differentiator according to the distance between the tracking signal and the original signal, and compensate the delay link according to the Taylor expansion compensation. For the sample-and-hold process, a modified “current” statistical model is introduced to adjust the acceleration extremum of the maneuvering target according to the current acceleration, and a Kalman filter is designed to adaptively adjust the prediction covariance based on the modified “current” statistical model, and the covariance matrix of the observation noise is adjusted in real time according to the characteristics of the sample-and-hold process, so as to compensate the sample-and-hold process. The simulation results show that the proposed miss distance compensation method can effectively reduce the impact of delay and sample-and-hold, and has comparable performance with other advanced miss distance compensation methods.

Keywords: miss distance compensation; tracking differentiator; direct prediction compensation method; “current” statistical model; Kalman filter

0 引言

在光电跟踪系统中, 图像跟踪分系统会根据目标跟踪算法所定位的目标位置来计算目标相对视场中心的偏差, 即目标脱靶量。伺服控制系统的跟踪控制器将目标脱靶量作为输入来控制光电平台的方位及俯仰框架往偏差减小的方向运动, 使视轴指向跟踪目标。但由于脱靶量需要经过信号建立、图像处理、信号存储和传输等多个环节才能获取; 因此, 输入跟踪控制器的目标脱靶量往往滞后于目标实际的成像时间^[1-3]。特别对于高机动性目标, 脱靶量的滞后会引起跟踪控制器的超调和震荡, 从而降低目

标跟踪精度, 甚至造成目标捕获和跟踪的失败^[4]。

目标脱靶量信息的滞后是影响光电跟踪系统对于高机动性目标跟踪精度的主要因素。设计合理的脱靶量滞后补偿方法来减小脱靶量滞后带来的影响, 是光电跟踪系统必须面对的难题。

在控制系统中, 目标脱靶量滞后补偿方法的原理是预测滞后的未来时刻的目标状态并传输到系统回路实现滞后预测的补偿。文献[5]采用随机加速度的辛格(Singer)模型和卡尔曼滤波预测技术来设计基于速度前馈的等效复合控制系统, 解决了电视脱靶量滞后的问题。文献[6]在复合控制中引入了根据

收稿日期: 2024-09-23; 修回日期: 2024-10-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(51805264)

第一作者: 高雨轩(1994—), 男, 湖北人, 博士。

“当前”统计模型更新参数的自适应的卡尔曼滤波技术，对跟踪脱靶量滞后数据进行补偿，提高了光电跟踪系统对于高机动目标的跟踪精度。文献[7]提出了一种基于改进的“当前”统计模型的自适应卡尔曼滤波算法来补偿光电跟踪系统中脱靶量滞后的影响，其通过自适应地调整机动频率和加速度方差，预先预测目标的状态信息，以达到补偿延迟的目的。文献[8]提出了一种改进的 CSM 模型和常速模型相结合的交互式多模型 (interacting multiple model, IMM) 算法，滤波器通过在 2 种模型之间自适应选择，不仅对机动目标具有良好的跟踪能力，而且对匀速目标跟踪性能较好。文献[9]设计了一种基于 LMS 自适应滤波的预测补偿方法，通过减小原信号输入滤波器得到的输出信号与原信号延迟一定时间后的参考输入信号之间的误差得到优化的自适应权重系数滤波器，再将信号输入滤波器来得到延迟相同时间的预测信号。文献[10-11]对变步长 LMS 算法进行设计，通过建立步长因子与误差之间的非线性关系来动态调整步长因子，实现更好的收敛性能和稳定精度。文献[12]针对具有模式相关的时变延迟 Markovian 系统，构造了一个新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函，并通过该函数提出了一种可靠的基于 H_∞ 控制的补偿方法。文献[13]将脱靶量滞后的影响等效为纯延迟环节和一个采样保持环节的串联，并引入预测 ADRC 理论的跟踪微分器提取滞后脱靶量的跟踪及微分信号，由此直接对不含时滞的脱靶量进行估计，实现在当前帧和下一帧之间对脱靶量的预测，解决了光电探测器帧频与编码器采样时间不同步的问题。文献[4]使用基于非线性跟踪微分器的直接预测补偿法对纯延迟环节进行补偿，并根据“当前”统计模型对采样保持环节进行补偿，其中滞后脱靶量与跟踪信号之间的差距被用来实现非线性跟踪微分器参数的自适应调整，实现了强机动性目标的滞后预测补偿方法。

笔者将光电跟踪系统脱靶量补偿等效为分别对延迟环节和采样保持环节的补偿。在跟踪微分器理论的基础上提出了采用改进的离散系统最速控制综合函数建立的最速离散系统跟踪微分器来提取延迟信号的跟踪及微分信号，并利用直接预测补偿法对延迟环节进行补偿。根据修正的机动目标的“当前”统计模型对采样保持环节的输出信号进行自适应调整预测协方差的卡尔曼滤波，实现在采样相邻 2 次脱靶量的期间对脱靶量进行预测。实验仿真的结果

证明了本文中脱靶量补偿方法有效减小了延迟环节和采样保持环节带来的影响，还原了原信号，验证了理论方法的有效性。

1 脱靶量滞后问题描述

如图 1 所示，在光电跟踪系统自动跟踪目标时，目标跟踪算法通过采集的图像得到目标在图像中的位置，并根据目标在图像中相对中心点的像素偏差和当前的反馈得到的方位轴与俯仰轴的角度位置，来计算出视轴对准目标所需要的方位轴与俯仰轴的转动角度。将其作为目标角度脱靶量，然后跟踪控制器将得到的脱靶量作为输入信号控制方位轴和俯仰轴运动，形成随动控制系统，从而将目标保持在视场中心。

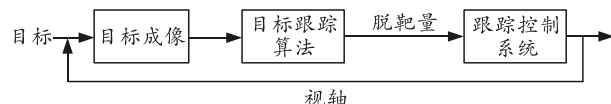


图 1 光电跟踪系统中脱靶量

由于得到目标脱靶量需要经过图像的生成、跟踪算法的计算和信号的存储和传输等环节，系统存在目标脱靶量延迟滞后的问题，输入跟踪控制器的目标脱靶量总会滞后于目标当前位置，而脱靶量的滞后会造成系统对机动性目标跟踪的稳定性与跟踪精度的下降。

另一方面，在实际光电跟踪系统中，光电探测器的帧频一般不超过 100 Hz，远小于系统位置反馈元件的采样频率^[14]，即在相邻两次脱靶量的计算期间，光电跟踪系统会有 n 个位置反馈数据，相当于跟踪控制器中包含了一个采样保持环节，其中

$$n = [f_2/f_1] \quad (1)$$

式中： f_1 为光电探测器的帧频； f_2 为系统位置反馈元件的采样频率； $[\cdot]$ 为取整函数。

如图 2 所示，目标脱靶量滞后带来的影响可以等效为在跟踪控制器前串联了一个纯延迟环节和一个采样保持环节^[13]，其中： θ 和 θ_0 分别是目标的空间角位置和输出的转台偏转角位置， $C_p(s)$ 和 $C_v(s)$ 是位置控制器和速度控制器的传递函数， $G(s)$ 为等效控制对象， T 为延迟环节时间常数， τ 为采样保持环节时间常数。

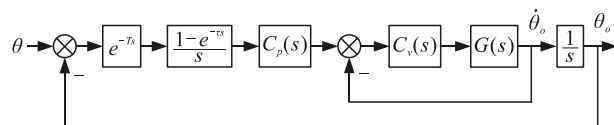


图 2 带有脱靶量滞后的跟踪系统

带有脱靶量滞后的跟踪系统开环传递函数 $G_1(s)$

可以表示为:

$$G_1(s) = e^{-Ts} \frac{1 - e^{-rs}}{s} G_0(s). \quad (2)$$

式中 $G_0(s)$ 为位置开环传递函数, 则加入脱靶量滞后的系统开环传递函数的幅频特性和相频特性分别为:

$$\left. \begin{aligned} |G_1(j\omega)| &= \frac{2\sin(\tau\omega/2)}{\omega} \cdot |G_0(j\omega)| \\ \angle G_1(j\omega) &= -T\omega - \tau\omega/2 + \angle G_0(j\omega) \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

由此可知: 脱靶量滞后会使系统的相位裕度损失, 造成系统稳定性下降, 甚至会导致对于机动性较强的目标的捕捉与跟踪上的失败。

2 脱靶量滞后补偿方法

2.1 改进非线性跟踪微分器

跟踪微分器 (tracking differentiator, TD) 是韩京清^[15]提出的自抗扰控制 (active disturbance rejection control, ADRC) 中的概念。它的作用是从原始输入信号中提取不超调、不突变的平滑过渡信号及过渡信号的微分信号, 即原信号的跟踪信号与近似微分信号。

考虑 n 阶系统:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= F(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

若按菲利波夫意义有解, 且其解满足:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

那么对于任意一个有界可测信号 $v(t)$, 在 $t \in [0, \infty)$ 和任意 $T > 0$ 的条件下, 存在微分方程:

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}_1 &= v_2 \\ &\vdots \\ \dot{v}_{n-1} &= v_n \\ \dot{v}_n &= r^n F(v_1 - v(t), v_2/r, \dots, v_n/r^{n-1}) \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

其解的第一个分量 $v_1(r, t)$ 满足:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^T |v_1(r, t) - v(t)| dt = 0. \quad (7)$$

式(6)是针对输入信号信号 $v(t)$ 的跟踪微分器。

由上述可知, 通过选取合适的函数 $F()$ 和参数 r , 可以使 $v_1(t)$ 充分逼近原输入信号 $v(t)$, 并且可以得到 $v(t)$ 各阶导数的光滑逼近信号 $v_2(t), \dots, v_n(t)$ 。

针对离散系统, 韩京清^[15]推导了一种如下的最速综合函数 $\text{fhan}(x_1, x_2, r_0, h_0)$:

$$\left. \begin{aligned} d &= r_0 h_0^2 \\ a_0 &= h_0 x_2 \\ y &= x_1 + a_0 \\ a_1 &= \sqrt{d(d+8|y|)} \\ a_2 &= a_0 + \text{sign}(y)(a_1 - d)/2 \\ a &= (a_0 + y - a_2) \text{fsg}(y, d) + a_2 \\ \text{fhan} &= -r_0(a/d - \text{sign}(a)) \text{fsg}(a, d) - r_0 \text{sign}(a) \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

式中: r_0 和 h_0 为 fhan 函数的快速因子和滤波因子; $\text{sign}()$ 为符号函数; 函数 $\text{fsg}()$ 的定义如下:

$$\text{fsg}(a, d) = (\text{sign}(a+d) - \text{sign}(a-d))/2. \quad (9)$$

利用 fhan 函数可以针对二阶积分器串联型离散系统建立最速跟踪微分器^[15]:

$$\left. \begin{aligned} \text{fh} &= \text{fhan}(v_1(k) - v(k), v_2(k), r_0, h_0) \\ v_1(k+1) &= v_1(k) + hv_2(k) \\ v_2(k+1) &= v_2(k) + h\text{fh} \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

式中: h 为系统采样周期; v 为输入信号; v_1 为 v 的跟踪信号; v_2 为 v 的近似微分信号。根据输入信号 v 、跟踪微分器输出跟踪信号 v_1 及其微分信号 v_2 , 并通过不同的快速因子安排系统的过渡过程。在调整参数时要综合多方面的性能, 快速因子 r_0 越大跟踪速度越快, v_1 更接近原输入信号 v , 但引入的随机噪声也会越大, 而 r_0 越小会使输出信号 v_1 越光滑; 滤波因子 h_0 影响着跟踪微分器滤波效果, 适当增大 h_0 可以提高滤波效果, 但 h_0 过大会增加相位损失。

$\text{fhan}()$ 函数的引入极大推动了跟踪微分器的发展, 但后续有研究表明当使用 $\text{fhan}()$ 函数的跟踪微分器状态变量达到稳态后, 位置和速度曲线会出现超调, 特别是对于输入信号 $v(t)$ 被噪声污染的情况, 这种超调就会加剧对微分信号的噪声放大效应。针对这个问题, 一个改进的离散系统最速控制综合函数 $\text{fhan}()$ ^[16] 被提出, 它不仅解决了 $\text{fhan}()$ 函数位置和速度曲线出现超调的问题, 且能用更少的步数来达到稳态值。 $\text{fhan}(x_1(k), x_2(k), r, h)$ 的表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} y &= x_1 + hx_2 \\ k' &= (1 + \sqrt{1 + 8|y|/rh^2})/2 \\ k &= [k'] + \text{sign}(k' - [k']) \\ \text{fsun} &= \begin{cases} -rsat(y/h + x_2, rh), & |y| \leq rh^2 \\ -rsat(\text{sign}(y) \cdot (1 - \frac{k}{2}) - \frac{x_1 + khx_2}{(k-1)rh^2}, 1), & |y| > rh^2 \end{cases} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

在跟踪微分器中用 $\text{fsan}()$ 函数代替 $\text{fhan}()$ 函数,

不仅可以减少对微分信号的噪声放大效应，而且可以更快达到稳态，提高跟踪的精度。

由于文献[17]发现，跟踪微分器在输入信号的噪声强度变化时，得到的跟踪信号和微分信号存在相位滞后的问题；因此，假设跟踪信号与微分信号仅在时间上的滞后，而幅值没有影响。由于滞后时间 Δt 很小，那么可以根据泰勒展开对不含相位滞后的跟踪信号与微分信号进行估计。假设输入信号 $v(t)$ 经过跟踪微分器后得到跟踪信号 $v_1(t-\Delta t)$ 以及微分信号 $v_2(t-\Delta t)$ ，不含相位滞后的跟踪信号 $v_1(t)$ 与微分信号 $v_1(t)$ 的估计如下：

$$\begin{cases} v_1(t) = v_1(t-\Delta t) + v_2(t-\Delta t) \cdot \Delta t \\ v_2(t) = v_2(t-\Delta t) + u(t-\Delta t) \cdot \Delta t \end{cases} \quad (12)$$

研究发现选择合适的相位滞后时间 Δt 可有效减少跟踪微分器相位滞后的问题，改善其动态跟踪性能。

2.2 基于改进 NTD 的直接预测补偿法

笔者采用直接预测补偿法对纯延迟环节进行补偿，若 θ 为无延迟的目标脱靶量， θ_τ 为经过延迟时间常数为 τ 的延迟环节的脱靶量，而 $\hat{\theta}$ 为经过滞后补偿的目标脱靶量，则直接预测补偿法的原理如图 3 所示。

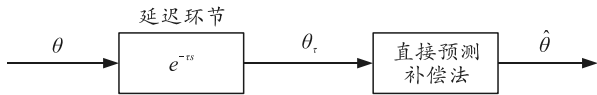


图 3 延迟环节的脱靶量滞后补偿原理

由图 3 可知：

$$\theta_\tau(s) = \theta(s)e^{-\tau s} \quad (13)$$

直接预测补偿法采用 $e^{-\tau s}$ 及其泰勒展开式对延迟环节 $e^{-\tau s}$ 进行补偿，补偿后的预测信号 $\hat{\theta}(s)$ 可表示为：

$$\hat{\theta}(s) = \theta_\tau(s)e^{\tau s} \approx \theta_\tau(s)(1 + \tau s) = \theta_\tau(s) + \tau s\theta_\tau(s) \quad (14)$$

由此可知，针对纯延迟环节的目标脱靶量滞后的直接预测补偿法需要首先提取滞后的目标脱靶量的跟踪信号和微分信号。由于直接通过差分得到的微分信号存在噪声放大效应，而非线性跟踪微分器 (nonlinear tracking differentiator, NTD) 具有可以通过增加采样频率来抑制传统差分带来的噪声放大效应的特性。如 2.1 节所描述，笔者采用改进的非线性跟踪微分器来提取跟踪信号及其微分信号，由此得到基于改进 NTD 的脱靶量滞后直接预测补偿的计算公式：

$$\left. \begin{aligned} u(k) &= f_{\text{sun}}(\theta_1(k) - \theta_\tau(k), \theta_2(k), r_0, h_0) \\ \theta'_1(k+1) &= \theta_1(k) + h\theta_2(k) \\ \theta'_2(k+1) &= \theta_2(k) + hu(k) \\ \theta_1(k) &= \theta'_1(k) + \theta'_2(k) \cdot \Delta t \\ \theta_2(k) &= \theta'_2(k) + u(k-1) \cdot \Delta t \\ \hat{\theta}(k) &= \theta_1(k) + \lambda\tau\theta_2(k) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中： θ_1 和 θ'_1 分别为补偿了相位滞后的跟踪信号和带有相位滞后的跟踪信号； θ_2 和 θ'_2 分别为补偿了相位滞后的微分信号和带有相位滞后的微分信号； u 为控制量； Δt 为设置的合适的相位滞后时间； λ 为可事先设定好的预测因子； r_0 为决定跟踪速度快慢的快速因子， r_0 越大跟踪速度越快，但引入的随机噪声也会越大； h_0 为影响着滤波效果的滤波因子，适当增大 h_0 可以提高滤波效果，但 h_0 过大会增加相位损失，因此在调整参数时要综合考虑 2 方面的性能。

由于目标机动性的增强，光电跟踪系统必须根据被跟踪目标的变化实时调整 NTD 快速因子与滤波因子，以得到精准的跟踪及微分信号，从而获得满意的脱靶量滞后补偿效果。当跟踪信号 θ_1 和输入信号 $\theta_\tau(k)$ 的间距较小时，其微分数值 $\theta_2(k)$ 也很接近，因此可以用间距来调整 NTD 的快速因子 r_0 和滤波因子 h_0 。为降低信号随机误差的影响，采用前 m 个信号的间距均值来自适应调整 r_0 和 h_0 ，计算公式如下：

$$\left. \begin{aligned} r_0(k+1) &= r_0(k) + \frac{k_r}{m} \sum_{i=k-m+1}^k (\theta_\tau(i) - \theta_1(i)) \\ h_0(k+1) &= h_0(k) + \frac{k_h}{m} \sum_{i=k-m+1}^k (\theta_\tau(i) - \theta_1(i)) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中： m 为参考的周期数； k_r 和 k_h 分别为快速因子 r_0 和滤波因子 h_0 的控制增益系数。

2.3 修正的“当前”统计模型

“当前”统计模型 (current statistical model, CSM) 是 1984 年周宏仁^[18]提出的一个具有非零均值加速度的时间相关模型，该模型在描述目标时，认为目标在当前加速度一定的基础上，下一时刻加速度的取值只能在当前加速度的领域内，加速度的当前统计概率密度采用修正瑞利分布来描述，均值为当前加速度的预测值，其模型可以表示为：

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \bar{a} + a(t) \\ \dot{a}(t) &= -\alpha a(t) + w(t) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中： $\ddot{x}$ 为具有机动加速度均值 $\bar{a}$ 的目标加速度；

$a(t)$ 为此基础上附加的零均值加速度噪声; α 为目标加速度时间常数的倒数, 即机动频率; $w(t)$ 为具有方差 $\sigma_w^2 = 2\alpha\sigma_a^2$ 的白噪声; σ_a^2 为系统的机动加速度方差, 其表达式为:

$$\sigma_a^2 = \begin{cases} \frac{(4-\pi)(a_{\max} - \bar{a})^2}{\pi}, & \bar{a} \geq 0 \\ \frac{(4-\pi)(-a_{\max} - \bar{a})^2}{\pi}, & \bar{a} < 0 \end{cases} \quad (18)$$

式中 $a_{\max}$ 为机动目标加速度极值。根据 CSM 模型, 机动目标的连续时间状态方程可表示为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\dot{x}} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \bar{a}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (19)$$

则 CSM 在以 T 为采样间隔离散系统中的目标运动状态方程和量测方程分别为:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{U}_k \bar{a} + \mathbf{W}_k; \quad (20)$$

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{X}_{k+1} + \mathbf{V}_{k+1} \quad (21)$$

式中: $\mathbf{X}_k$ 和 $\mathbf{X}_{k+1}$ 分别为 k 和 $k+1$ 时刻状态向量; $\mathbf{F}_k$ 为状态转移矩阵; $\mathbf{W}_k$ 为零均值、方差为 $\mathbf{Q}_k$ 的白色高斯过程噪声序列; $\mathbf{U}_k$ 为控制矩阵; $\mathbf{Z}_{k+1}$ 为 $k+1$ 时刻量测信息; $\mathbf{H}_{k+1}$ 为量测矩阵; $\mathbf{V}_{k+1}$ 为具有协方差 $\mathbf{R}_{k+1}$ 的零均值、白色高斯量测噪声的观测噪声序列; $\mathbf{F}_k$ 、 $\mathbf{U}_k$ 和 $\mathbf{H}_{k+1}$ 表达式为:

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{\alpha T - 1 + e^{-\alpha T}}{\alpha^2} \\ 0 & 1 & \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix}; \quad (22)$$

$$\mathbf{U}_k = \begin{bmatrix} \frac{-T + \alpha T^2/2 + (1 - e^{-\alpha T})/\alpha}{\alpha} \\ T - \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{bmatrix}; \quad (23)$$

$$\mathbf{H}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中, 系统过程噪声方差为 $\mathbf{Q}_k = 2\alpha\sigma_a^2\mathbf{Q}_0$, 而 $\mathbf{Q}_0$ 表达式如下:

$$\mathbf{Q}_0 = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} q_{11} &= (1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + 2\alpha^3 T^3/3 - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T})/2\alpha^5 \\ q_{12} &= (e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2)/2\alpha^4 \\ q_{13} &= (1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T})/2\alpha^3 \\ q_{22} &= (4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T)/2\alpha^3 \\ q_{23} &= (e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T})/2\alpha^2 \\ q_{33} &= (1 - e^{-2\alpha T})/2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

由于在实际情况中, 机动频率 α 和目标加速度极值 $a_{\max}$ 并不是固定的, 并且修正瑞利分布存在局限性, 在对弱机动及非机动目标的跟踪性能较差^[19], 因此传统 CSM 模型仍有一些不足之处需要改进。

对于当前加速度 $|\bar{a}| < (4-\pi)a_{\max}/4$ 的情况, CSM 模型的预测效果较差^[19]; 因此, 针对 $|\bar{a}| < (4-\pi)a_{\max}/4$ 这种加速度较小的情况, 可以将此时的加速度极值调整为:

$$a_{m1} = (4-\pi)a_{\max}/4 \quad (27)$$

此时的加速度方差为:

$$\sigma_a^2 = (4-\pi)(a_{m1} - \bar{a})^2/\pi \quad (28)$$

类似地, 对于当前加速度 $|\bar{a}| < (4-\pi)a_{m1}/4$ 的情况, 将加速度极值 a_{m2} 调整为 a_{m1} 的 $(4-\pi)/4$ 。依此类推, 第 n 次调整后得到:

$$\left. \begin{aligned} a_{mn} &= (4-\pi)a_{m(n-1)}/4 \\ \sigma_a^2 &= (4-\pi)(a_{mn} - \bar{a})^2/\pi \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

由于多次划分区域会增加计算成本, 并且会使边界加速度附近的过程噪声跳变, 影响稳定性, 文献[20]设计了一种用来修正当前加速度极值的分段指数函数:

$$a_m = \begin{cases} a_{\min} \exp(|\bar{a}|/a_T \ln(a_{\max}/a_{\min})), & |\bar{a}| \leq a_T \\ a_{\max}, & |\bar{a}| > a_T \end{cases} \quad (30)$$

式中: a_m 为当前时刻加速度极值; $a_{\min}$ 为加速度极值最小值; a_T 为当前加速度阈值。当 $|\bar{a}| \in [0, a_T]$ 时, a_m 呈指数增长; 当 $|\bar{a}| \in (a_T, a_{\max}]$ 时, $a_m = a_{\max}$ 。

该分段指数函数是对当前加速度多次划分区域

的近似的平滑处理，避免了分区带来的过程噪声方差突变。采用该函数在线调整当前时刻加速度极值，可以对当前加速度较小的时刻设置较小的加速度极值，可以提高 CSM 对弱机动和非机动目标运动的预测精度^[20]。

2.4 基于修正 CSM 的自适应卡尔曼滤波补偿法

光电探测器的帧频远小于系统位置反馈原件的采样频率，即在计算相邻两次脱靶量的期间，光电跟踪系统会多次反馈位置数据与输入的脱靶量比较，来得到偏差从而控制系统，而输入的脱靶量仍保持着上次计算得到的数值，相当于跟踪控制器中包含了一个采样保持环节，对该采样保持环节补偿前提是在计算相邻两次脱靶量的期间对脱靶量进行预测。卡尔曼滤波主要根据系统状态方程，通过观测系统输入输出，来不断迭代修正预估的逻辑，实现对系统状态的最优估计。笔者采用基于修正 CSM 的自适应卡尔曼滤波器对当前脱靶量进行预测，即以经过采样保持环节的未补偿信号为滤波前信号进行滤波，使滤波后得到的补偿信号更接近输入采样保持环节之前的原信号。

基于 CSM 的传统卡尔曼滤波算法如下：

$$\left. \begin{aligned} \hat{X}_{k+1|k} &= F_k \hat{X}_{k|k} + U_k \bar{a} \\ P_{k+1|k} &= F_k P_{k|k} F_k^T + Q_k \\ S_{k+1} &= H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1} \\ K_{k+1} &= P_{k+1|k} H_{k+1}^T S_{k+1}^{-1} \\ v_{k+1} &= Z_{k+1} - H_{k+1} \hat{X}_{k+1|k} \\ \hat{X}_{k+1|k+1} &= \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1} v_{k+1} \\ P_{k+1|k+1} &= (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1|k} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中： $\hat{X}_{k+1|k} = [\theta_{k+1|k}, \dot{\theta}_{k+1|k}, \ddot{\theta}_{k+1|k}]^T$ 为利用 CSM 模型估计的 $k+1$ 时刻的状态变量； $P_{k+1|k}$ 为 $k+1$ 时刻的预测协方差矩阵； Z_{k+1} 为 $k+1$ 时刻的测量值； v_{k+1} 为 $k+1$ 时刻估计值与测量值的偏差； K_{k+1} 为 $k+1$ 时刻的卡尔曼增益； $\hat{X}_{k+1|k+1}$ 为修正后的 $k+1$ 时刻的预测值； $P_{k+1|k+1}$ 为更新后 $k+1$ 时刻的协方差矩阵； Q_k 为 k 时刻过程噪声的协方差矩阵； R_{k+1} 为 $k+1$ 时刻观测噪声协方差矩阵。 Q_k 越大，运动模型越不准确，滤波的预测结果应偏向测量值； R_{k+1} 越大，测量结果越不准确，预测结果应偏向模型估计值。

使用传统卡尔曼滤波器的状态估计方法由于存在模型参数无法自适应调整以及卡尔曼滤波器对突变状态响应的固有不足的问题，应用于突发强机动

目标的状态估计时性能显著下降^[21]。笔者采用自适应调整预测协方差的卡尔曼滤波算法^[20]，通过估计值与测量值的差别 v_{k+1} 对预测协方差矩阵 P_{k+1} 进行调整，提高算法应对加速度突变的能力，计算公式如下：

$$\left. \begin{aligned} \delta_{k+1} &= \begin{cases} v_1^T S_1^{-1} v_1, & k=0 \\ (\beta \delta_k + v_{k+1}^T S_{k+1}^{-1} v_{k+1}) / (1 + \beta), & k \geq 1 \end{cases} \\ \lambda_0 &= e^{\delta_{k+1} / \delta_T - 1} \\ \lambda_{k+1} &= \begin{cases} \lambda_0, & \lambda_0 \geq 1 \\ 1, & \lambda_0 < 1 \end{cases} \\ P_{k+1|k} &= \lambda_{k+1} F_k P_{k|k} F_k^T + Q_k \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

式中： δ_{k+1} 为通过 v_{k+1} 提取出的 $k+1$ 时刻的 1 维偏差数值； δ_T 为设置的偏差阈值； β 为遗忘因子， $\beta \in [0, 1]$ ，一般取 0.95 较合适； λ_{k+1} 为对预测协方差矩阵 $P_{k+1|k}$ 的 $k+1$ 时刻的调整因子。当偏差数值 δ_{k+1} 大于阈值 δ_T 时，可以认为此时目标加速度变化较大，目标的机动状态发生改变，从而自适应的调整预测协方差矩阵 $P_{k+1|k}$ 。

另一方面，由于采样保持环节在刚采样到结果时，观测值是准确的，到下一次采样数据之前，观测值随着时间推移变得越来越不准确，因此需要对观测噪声的协方差矩阵 R_k 进行实时调整。对于动态的输入信号，设最近一次采样到数据的时刻为 t_s ，此时的观测值 v_{t_s} 对比上一个时刻的观测值 v_{t_s-1} 会有数值差，将采样时刻的 R_{t_s} 置为零矩阵 O ，即此时预测值以观测值为准，之后 $R_{t_s+1}, R_{t_s+2}, \dots, R_{t_s+n}$ 逐渐增大，为实现在预测值中估计值的权重在 $[0, 1)$ 的范围内增长，计算公式如下：

$$\left. \begin{aligned} R_k &= O, t_s = k & \text{if } v_k \neq v_{k-1} \\ R_k &= \rho e^{k-t_s} \cdot R_0 & \text{if } v_k = v_{k-1} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

式中 ρ 和 R_0 分别为人为设置的调整系数和刚进入采样阶段的观测噪声协方差矩阵初始值。

3 实验与分析

3.1 延迟环节补偿仿真实验

为验证笔者所提针对延迟环节的补偿方法有效性，假定目标以 $\theta = 10^\circ \sin(2\pi t/5)$ 做等效正弦运动，对输入信号手动延迟 0.05 s 后再通过延迟信号进行补偿。改进的跟踪微分器参数设定如下： h 取 0.01 s，

初始化 r_0 取 100, h_0 取 0.07, 并使用式(16)实时调整 r_0 和 h_0 , 其中 $m=4$, $k_r=0.1$, $k_h=0.1$, 延迟时间常数 $\tau=0.05$ s。延迟环节的脱靶量滞后补偿仿真结果如图 4 所示, 可以看出: 改进的跟踪微分器提取的跟踪信号能够很好地跟踪延迟信号, 直接预测法通过提取的跟踪信号和微分信号得到补偿信号, 出色地还原了原输入信号。

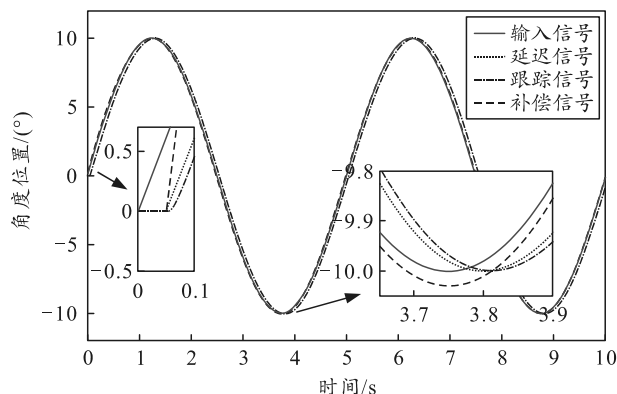


图 4 延迟环节的脱靶量滞后补偿仿真结果

图 5 是延迟环节的脱靶量滞后补偿前后的误差曲线。由图 5 可看出: 除了在初始阶段因信息量不足导致较大的误差外, 该补偿信号与原信号的误差远小于带有脱靶量滞后的延迟信号, 延迟信号误差范围是 $[-0.63^\circ, 0.63^\circ]$, 而补偿后的信号误差范围是 $[-0.03^\circ, 0.03^\circ]$, 该补偿信号大幅减小了时间延迟带来的影响, 实现了对于延迟环节的补偿。

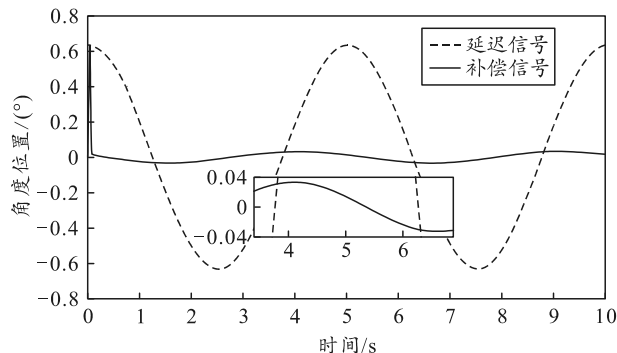


图 5 延迟环节的脱靶量滞后补偿误差曲线

3.2 采样保持环节补偿仿真实验

为验证笔者所提针对采样保持环节的补偿方法有效性, 将 3.1 节中经过延迟环节补偿后的信号作为采样保持环节输入信号, 进行仿真实验。首先得到经过采样保持环节的未补偿信号, 再将未补偿信号输入滤波器得到滤波后的补偿信号。采样保持环节补偿的参数设置如下: 系统位置反馈元件采样周期 T 为 0.001 s, 采样保持周期为 0.05 s, 机动频率 $\alpha=0.05$ s⁻¹, 初始化加速度极值 $a_{\max}=0.8$ (°)/s²,

$a_{\min}=-0.8$ (°)/s², 并根据式(30)实时调整当前时刻加速度极值。

图 6 是基于修正 CSM 模型的自适应卡尔曼滤波器对采样保持环节的补偿效果。可以看出: 此方法在采样保持期间, 可以很好地还原输入信号。

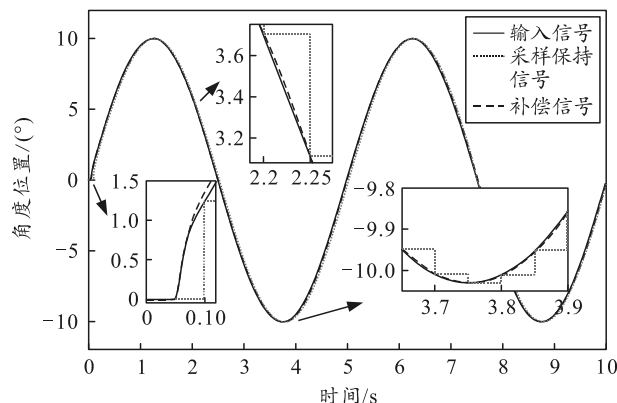


图 6 采样保持环节脱靶量补偿仿真结果

图 7 是采样保持环节的脱靶量补偿前后的误差曲线。由图 7 可见: 笔者所提针对采样保持环节的脱靶量补偿方法可以有效地减小采样保持环节对原信号的影响。该补偿后的信号与原信号的误差远小于补偿之前的信号, 除了在初始阶段外, 补偿之前信号的误差范围是 $[-0.617^\circ, 0.617^\circ]$, 而补偿后的信号误差范围是 $[-0.027^\circ, 0.027^\circ]$, 实现了对于延迟环节的补偿。

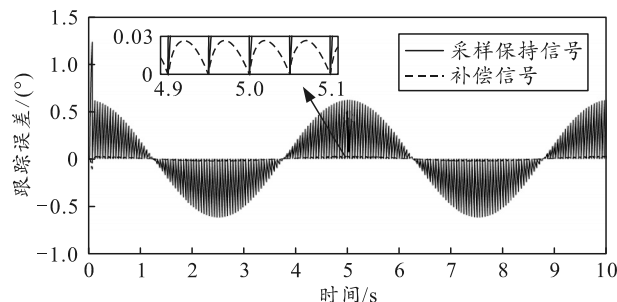


图 7 采样保持环节的脱靶量补偿误差

3.3 综合补偿仿真实验

为验证笔者所提光电跟踪系统脱靶量滞后补偿方法的有效性, 将基于 CSM 模型的卡尔曼滤波 (KF)、基于自适应 LMS 以及跟踪微分器与 CSM 模型结合的 NTD-CSM^[4]补偿方法与笔者所提结合改进的跟踪微分器与基于修正的 CSM 模型的自适应卡尔曼滤波器的综合补偿方法 (Adaptive NTD+KF) 进行对比。设置了阶跃响应实验, 调查所提方法响应的快速性与超调量, 采用正弦仿真来对比对输入信号的动态跟踪性能。输入信号经过的延迟环节延迟时间为 0.05 s, 采样保持环节的采样保持周期为

0.05 s。

在阶跃响应仿真中，设置输入信号为单位阶跃信号 $\theta=1^\circ$ ，4 种补偿方法的单位阶跃响应曲线如图 8 所示。由图 8 可见：4 种方法的调节时间相差不多，Adaptive NTD+KF 补偿法阶跃响应的超调量最小，远小于 KF 和 LMS 这 2 种方法。由于 NTD+CSM 补偿法和 Adaptive NTD+KF 补偿法将延迟环节与采样保持环节分开进行补偿，NTD 补偿延迟环节时产生的单位阶跃响应的超调部分会被采样，如图中 1.09° 的角度位置；因此，会先以超调时被采样的 1.09° 为目标收敛，到下次采样时再快速收敛到 1° 。

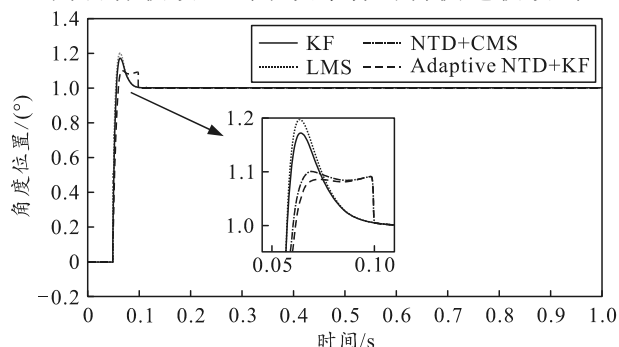


图 8 4 种方法对单位阶跃信号的脱靶量补偿

接下来在正弦响应仿真中，设置输入信号为单位阶跃信号 $\theta=10^\circ \sin(2\pi t/5)$ 。4 种补偿方法的单位阶跃响应曲线如图 9 所示。排除刚开始时由于信息量不足导致的误差过大，表 1 统计了这 4 种补偿方法达到误差零点之后的最大误差以及均方根误差 (RMSE)。为公平起见，最大误差以及 RMSE 的统计开始的时间点均以 4 种方法中最后达到误差零点的时刻为准。

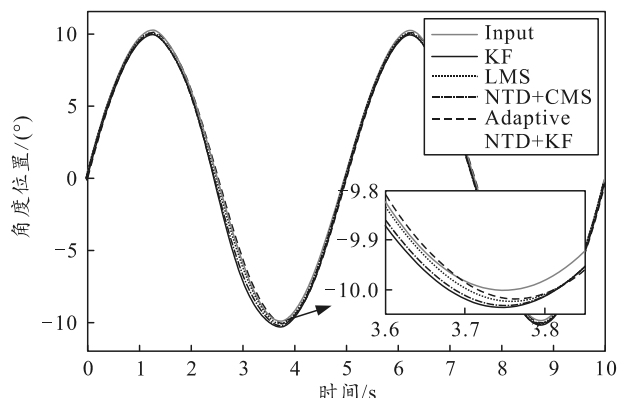


图 9 4 种方法对正弦信号的脱靶量补偿

表 1 单位阶跃响应的调节时间及超调量对比

补偿方法	最大误差/(°)	RMSE/(°)
KF	0.53	0.160
LMS	0.47	0.147
NTD+CSM	0.35	0.115
Adaptive NTD+KF	0.28	0.103

从图 9 以及表 1 中的数据可以看出：笔者所提脱靶量补偿方法对比其他 3 种方法，具有更小的最大误差以及均方根误差，体现了 Adaptive NTD+KF 补偿法在延迟环节和采样保持环节的影响下能出色地还原输入信号的性能。

由上述可知，笔者设计的脱靶量补偿方法 Adaptive NTD+KF 具有可以与其他先进的补偿方法相较的性能。

4 结论

笔者分别对延迟环节和采样保持环节进行补偿，以实现光电跟踪系统的脱靶量补偿方法。在对延迟环节进行补偿时，使用基于改进的离散系统最速控制综合函数的跟踪微分器来提取延迟信号的跟踪及微分信号，并根据跟踪信号和原信号的间距来自适应调整跟踪微分器的快速因子和滤波因子。得到跟踪及微分信号后，根据泰勒展开对跟踪微分器的相位滞后问题进行了处理，并利用直接预测补偿法对延迟环节进行补偿。在对采样保持环节补偿时，笔者采用了根据当前加速度调整加速度极值的机动目标的“当前”统计模型设计的自适应调整预测协方差的卡尔曼滤波，并针对采样保持环节的特征对观测噪声的协方差矩阵进行实时调整，实现在采样相邻两次脱靶量的期间对脱靶量进行预测。实验仿真的结果表明：笔者设计的脱靶量补偿方法 Adaptive NTD+KF 有效降低了延迟环节和采样保持环节带来的影响，具有可以与其他先进的补偿方法相同的性能。

参考文献：

- [1] 官伯林, 贾建援, 朱应敏. 一种快速三轴全方位光电跟踪策略[J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(2): 76-82.
- [2] MEYSAM Y, KARAMI F, NOBARI J H. A new control structure to reduce time delay of tracking sensors by applying an angular position sensor[J]. ISA Transactions, 2016, 63: 133-139.
- [3] 杨宏韬. 基于多信息源数据融合的光电跟踪系统精度提高方法的研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2016.
- [4] 吕明明, 侯润民, 柯于峰, 等. 光电跟踪平台脱靶量滞后补偿方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(11): 141-147.
- [5] 李文军, 陈涛. 基于卡尔曼滤波器的等效复合控制技术[J]. 光学精密工程, 2006, 14(2): 279-284.
- [6] 吴旭, 孙春霞, 沈玉玲. 自适应卡尔曼滤波方法在光电跟踪系统中的应用[J]. 传感器与微系统, 2021, 40(6): 157-160.