

doi: 10.7690/bgzd.2025.07.016

## 基于博弈论及改进蚁群算法的防空火力分配模型

彭云飞, 杨清亮, 杨 光, 何华文

(中国人民解放军 93575 部队, 河北 承德 067000)

**摘要:** 针对空袭力量和防空火力单元攻防对抗的多波次存在不确定性及动态性, 建立基于博弈论的防空火力分配决策模型。根据防空作战的实际需要, 通过构造贝叶斯混合博弈分析模型, 利用改进的蚁群算法 (ant colony optimization, ACO) 求解纳什均衡。仿真结果表明: 利用博弈论研究防空火力分配问题符合实际作战过程, 有效性好, 具有一定应用价值。

**关键词:** 博弈论; 火力分配; 纳什均衡; 蚁群算法

**中图分类号:** TP301.6 **文献标志码:** A

## Air Defense Firepower Assignment Model Based on Game Theory and Improved Ant Colony Algorithm

Peng Yunfei, Yang Qingliang, Yang Guang, He Huawen

(No. 93575 Unit of PLA, Chengde 067000, China)

**Abstract:** In view of the uncertainty and dynamic of the multi-wave confrontation between air attack force and air defense firepower unit, a decision-making model of air defense firepower allocation based on game theory is established. According to the actual needs of air defense operations, the Bayesian mixed game analysis model is constructed, and the improved ant colony optimization (ACO) is used to solve the Nash equilibrium. The simulation results show that using game theory to study the problem of air defense firepower allocation conforms to the actual combat process, has good effectiveness, and has certain application value.

**Keywords:** game theory; firepower allocation; Nash equilibrium; ant colony algorithm

### 0 引言

防空火力最佳分配问题是, 防空战斗指挥员可以在武器和火力资源有限的情况下, 及时有效地以最大的效率打击空中目标, 从而最大限度地提高杀伤效果。一个火力单元可以射击多个目标, 每个目标可以被多个火力单元击中。不同种类的武器对相应高度的目标进行拦截。在条件允许和遵守射击规则的情况下, 如何规划火力分配, 合理分配火力单元和目标, 是一项重要任务。

火力分配问题本质上是数学规划中的一个非线性整数规划问题, 即 NP-hard 问题。可以建立数学模型来模拟火力分配。目前, 已经提出了许多经典的方法来解决这类问题, 如动态规划方法<sup>[1]</sup>, Hungarian 方法<sup>[2-3]</sup>和遗传算法<sup>[4-5]</sup>, 但这些方法不仅会产生指数时间的复杂度, 而且都是基于最小化防空成本或最大化拦截效果来最优化火力分配。从博弈论的角度来看, 这种分配策略忽视了己方动作对策略的影响, 导致求解的纳什均衡策略不可置信度较高, 存在的风险系数较大。

基于不完全信息动态博弈<sup>[6]</sup>的思想, 笔者设定空袭力量  $K$  首先行动, 防空力量  $F$  在观测  $K$  的行动后选择己方的行动。利用贝叶斯动态博弈对空袭过程进行建模, 并采用改进蚁群算法<sup>[7]</sup>求解纳什均衡。不仅可以进行智能搜索和全局优化, 而且具有鲁棒性、正反馈和易于与其他算法结合的特点, 对实际防空作战具有一定的参考价值。

### 1 火力分布模型的建立

笔者采用地空导弹、便携式防空导弹和高射炮在不同飞行高度拦截攻击目标。在条件允许和规定的情况下, 为做好火力打击计划, 合理分配火力单元和目标。笔者构建火力优化配置决策模型。火力最优分配决策模型包括 4 个子模型: 毁伤模型、目标价值模型、目标分配模型和防空成本模型。

设空袭的目标集合为  $\{K_1, K_2, \dots, K_n\}$ , 火力单元集合为  $\{F_1, F_2, \dots, F_m\}$ 。为进一步贴合实际, 笔者用  $\Phi$  和  $\Theta$  分别表示为电子干扰机对所有防空火力单元发射导弹命中概率的影响率和反空袭方释放地面干扰对所有空袭导弹命中概率的影响率。下面为

收稿日期: 2024-09-13; 修回日期: 2024-10-21

第一作者: 彭云飞 (1996—), 男, 河北人, 硕士。

火力优化分配的决策模型的子模型。

### 1.1 毁伤模型

根据各类武器装备的毁伤模型, 计算了毁伤结果, 并建立了毁伤程度矩阵  $F=[f_{ij}, \rho_{ij}]_{m \times n}$ , 其中  $f_{ij}$  为第  $i$  个火力单元对第  $j$  个目标的拦截成功概率,  $\rho_{ij}$  为第  $j$  个空袭导弹对第  $i$  个火力单元的命中精度。

### 1.2 目标价值模型

目标值变量矩阵  $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,  $v=1, 2$ , 变量  $v_i$  代表目标的价值水平即分配的火力单元数。例如, 1 代表最低的目标价值水平, 分配单个火力单元即可。

### 1.3 目标分配模型

在目标分配矩阵  $X=(x_{ij})_{m \times n}$  中,  $x_{ij}$  代表第  $i$  个火

$$U = \sum_{i=1}^n (1-\Phi) f_{ij} v_j - \sum_{i=a} [(1-\Phi) \rho_{ij} x_{ij} \cdot 6] - \sum_{i=b} [(1-\Phi) \rho_{ij} x_{ij} \cdot 3] - \sum_{i=c} [(1-\Phi) \rho_{ij} x_{ij}] \quad (1)$$

## 2 博弈模型的纳什均衡求解

对于不完全信息动态博弈<sup>[8]</sup>, 有以下定义:

$n$  个人以不完全信息动态博弈的玩家策略空间  $S_1, \dots, S_n$ , 条件概率为  $P_i(\theta_{-i}|\theta_i)$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $\theta_i$  是玩家  $i$  的类型,  $\theta_i \in S_i$ ,  $\theta_i$  的确定是通过 Harsanyi 转化实现的, 因而玩家  $i$  知道而其他除玩家  $i$  之外的玩家不一定知道  $\theta_i$ 。一个类型依存的策略组合是一个纳什均衡  $S^*=[S_1^*(\theta_1), \dots, S_i^*(\theta_i), \dots, S_n^*(\theta_n)]$ , 当且仅当

$$S_i^*(\theta_i) \in \arg \max_{S_i(\theta_i)} \sum_{\theta_{-i}} P_i(\theta_{-i}|\theta_i) u[S_i(\theta_i), S_{-i}^*(\theta_{-i}), \theta_i, \theta_{-i}]; \quad i=1, \dots, n. \quad (2)$$

每个玩家在给定类型和其他玩家的类型依存策略的情况下最大化自己的效益函数:

$$\begin{aligned} & \max U \\ & \text{s.t.} \sum x_{ij} \leq \min(m, n). \\ & 0 \leq f_{ij}, \rho_{ij} \leq 1 \end{aligned} \quad (3)$$

综上, 笔者建立空袭与防空动态博弈模型存在纳什均衡解。传统求解上述模型的纳什均衡解的方法有 Lagrange 乘法<sup>[9]</sup>、机器学习算法<sup>[10]</sup>及深度学习算法<sup>[11]</sup>等。由于蚁群算法应用于火力分配问题<sup>[12]</sup>, 可以更好地反映蚂蚁在火力优化过程中的搜索特性和禁忌规则, 笔者在蚁群算法的基础上进行改进优化。

蚁群算法 (ACO) 是一种模拟蚂蚁觅食原理的

力单元与第  $j$  批目标的分配关系, 1 表示分配, 0 表示不分配。每个火力单元在每波次仅可以对应一个目标。

### 1.4 防空成本模型

不同类型防空武器的成本和防御目标不同。当 2 种以上武器都能有效拦截目标时, 根据防空武器配置决策方案建立防空成本模型。笔者将地空导弹、便携式防空导弹和高射炮拦截单个目标的成本比为  $a:b:c=6:3:1$ 。

综上, 空袭与防空的动态博弈过程可以表述为  $G=(\Gamma, S, U)$ 。 $\Gamma$  为玩家集, 代表防空过程各力量编组, 其采取的策略集为  $S$ , 经过一系列的策略动作后导致的系统效益函数为  $U$ 。

综合考虑以上子模型, 收益函数的表达式为:

群体智能算法。在觅食过程中, 蚂蚁可以在路径上留下一种叫做信息素的物质, 并能感知这种物质的强度, 指导自己的行动方向, 它们总是朝着这种材料的高强度方向移动; 因此, 由大量蚂蚁组成的集体觅食是对信息素的正反馈现象。路径越短, 路径上经过的蚂蚁越多, 留下的信息素越多, 信息素的浓度越高, 蚂蚁选择路径的概率越高。形成正反馈过程, 逐步逼近最优路径, 找到最优路径。其解决优化问题的基本流程如图 1 所示。

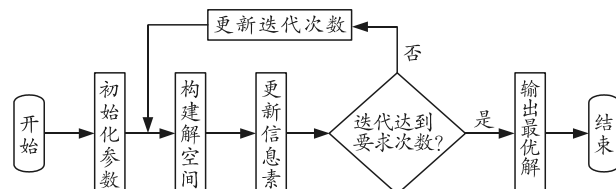


图 1 蚁群算法解决优化问题的基本流程

笔者参照利用蚁群算法解旅行商问题的思路<sup>[13]</sup>解决火力分配问题, 不同点在于解空间的构建要更加复杂, 除了多方面模型约束外, 还要考虑威胁目标具体由哪个火力单元执行火力打击, 需要将算法进行适应性改变。

在笔者的火力分配模型中, 不同的武器适合拦截不同高度的目标。高射炮用于拦截低空目标, 便携式防空导弹用于拦截中低空目标, 地空导弹用于拦截中高空目标, 由此可将蚁群算法中的人工蚁群划分为与各型武器对应的蚂蚁子群, 为各子群分配与之对应的威胁目标。蚂蚁子群分工关系如图 2 所示。

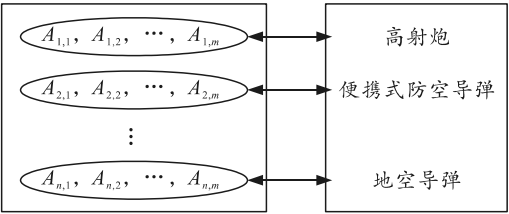


图 2 蚂蚁子群对应分工关系

基于上述内容，蚁群算法解决本文中的火力分配问题流程，如图 3 所示。

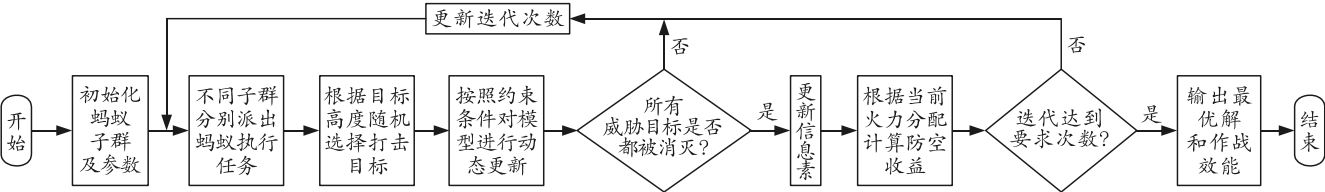


图 3 蚁群算法解决火力分配问题流程

3 仿真分析

为验证改进的蚁群算法求解本文中火力分配问题的合理性及有效性，以大规模空袭为背景，假设在敌人的纵深区域有 20 个目标，5 个低空目标、4 个假目标和 11 个高空目标。装备了 10 套火力单元，其中 3 套为高射炮(用于低空防御)，3 套便携式防空导弹(用于中低空防御)，4 组地空导弹用于拦截高空目标。火力单元梯次混合部署在长度为 100 km 的正方形内，保卫目标位于坐标原点处，各空袭目标的均飞向保卫目标。随着目标价值级别的增加，可分配 1-2 件武器用于拦截目标，所选火力单元必须和目标高度匹配。仿真时设置最大迭代次数为

蚁群算法的改进核心在于信息素的更新模式，在算法迭代初期，笔者采用目标值变量矩阵  $V=\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ ,  $v=1、2$  作为信息素变量；后期采用前后迭代的效益函数差值作为信息素，即前期取值较大时有助于增强全局搜索能力，后期取值较小时有助于加快收敛速度。综上，信息素为：

$$\varpi = \begin{cases} v_i, N \leq N_{\max}/4 \\ U_N - U_{N-1}, N_{\max}/4 < N \leq N_{\max} \end{cases} \quad (4)$$

250，表 1、2 分别为火力单元、空袭目标的能力值参数表。

| 表 1 火力单元参数 |          |        |      | km      |
|------------|----------|--------|------|---------|
| 火力单元       | 初始位置     | 最大打击高度 | 最大射程 | 最多打击目标数 |
| 高射炮 1      | (55, 55) | 2      | 3    | 3       |
| 高射炮 2      | (45, 49) |        |      |         |
| 高射炮 3      | (50, 43) |        |      |         |
| 便携式防空导弹 1  | (60, 23) | 5      | 6    | 1       |
| 便携式防空导弹 2  | (23, 60) |        |      |         |
| 便携式防空导弹 3  | (35, 39) |        |      |         |
| 地空导弹 1     | (10, 20) | 10     | 70   | 6       |
| 地空导弹 2     | (20, 10) |        |      |         |
| 地空导弹 3     | (50, 25) |        |      |         |
| 地空导弹 4     | (25, 50) |        |      |         |

表 2 威胁目标参数

| 空袭目标 | 初始位置/km   | 航速/(m/s) | 高度/km | 威胁度  | 空袭目标 | 初始位置/km  | 航速/(m/s) | 高度/km | 威胁度  |
|------|-----------|----------|-------|------|------|----------|----------|-------|------|
| 1    | (100, 99) | 100      | 2.0   | 0.30 | 11   | (69, 89) | 205      | 5.2   | 0.90 |
| 2    | (96, 95)  | 65       | 1.0   | 0.40 | 12   | (78, 95) | 300      | 5.1   | 0.96 |
| 3    | (98, 83)  | 85       | 1.3   | 0.70 | 13   | (10, 95) | 255      | 5.3   | 0.80 |
| 4    | (95, 90)  | 65       | 2.0   | 0.50 | 14   | (15, 85) | 245      | 6.0   | 0.57 |
| 5    | (92, 85)  | 78       | 1.5   | 0.60 | 15   | (85, 50) | 265      | 6.1   | 0.80 |
| 6    | (80, 86)  | 10       | 1.0   | 0.01 | 16   | (76, 54) | 274      | 5.6   | 0.60 |
| 7    | (99, 94)  | 12       | 2.0   | 0.02 | 17   | (85, 30) | 285      | 5.8   | 0.70 |
| 8    | (85, 96)  | 13       | 3.0   | 0.06 | 18   | (86, 25) | 262      | 7.1   | 0.60 |
| 9    | (95, 70)  | 12       | 1.2   | 0    | 19   | (45, 62) | 265      | 7.5   | 0.80 |
| 10   | (89, 90)  | 200      | 5.0   | 0.50 | 20   | (43, 20) | 210      | 8.0   | 0.80 |

基于上述假定数据参数，分别用传统蚁群算法和笔者改进的蚁群算法进行仿真实验。蚁群数量为 10，信息素的重要程度因子为 1，挥发因子为 0.1，信息素增加强度系数为 100。得到的打击顺序如图 4 所示。

可见，在笔者构建的模型中，火力单元优先选择距离近，其次是威胁度较大的目标进行攻击，符合实战要求，具有一定的可靠性。

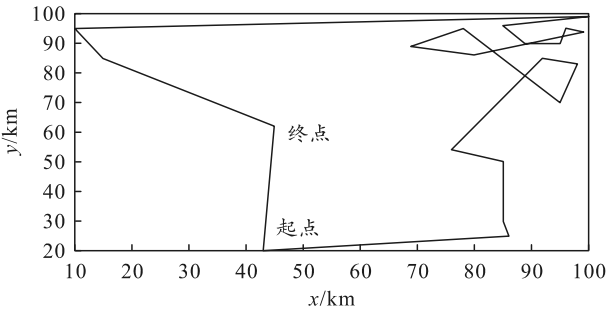


图 4 改进蚁群算法的打击顺序

而后, 固定改进蚁群算法参数, 观察本文中模型收益函数的收敛情况, 如图 5 所示。

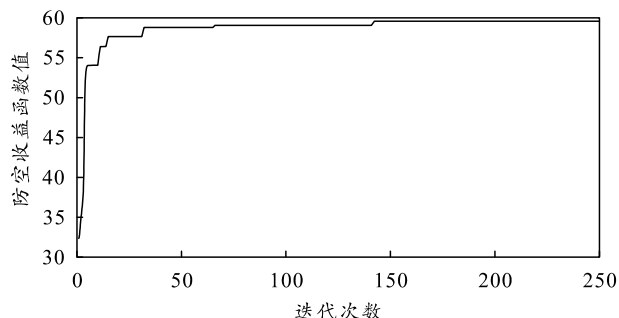


图 5 收益函数收敛情况

由图 5 可以看出: 收益函数在约第 50 次迭代时收敛, 速度相对来说是较快的, 可见采用时变的信息素因子的有效性。由于存在假目标, 后续出现了些许的波动, 说明所建模型符合实际。

图 6 为传统蚁群算法和改进蚁群算法的收敛对比, 可以看出改进的蚁群算法对比传统算法具有较大的优势: 首先, 传统算法的初始效益值是小于改进算法的, 甚至低于 0; 其次, 整体函数值水平均劣于改进算法; 最后, 传统蚁群算法的函数值收敛水平极差, 几乎是不收敛, 收敛速度也比改进算法差。

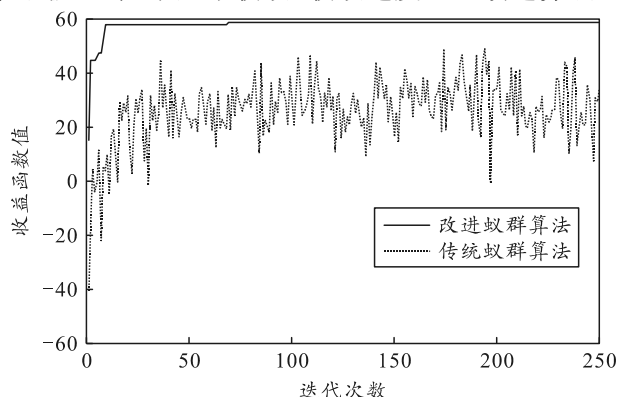


图 6 改进蚁群算法和传统蚁群算法对比

#### 4 结论

笔者通过对现代防空作战中火力分配问题的分析, 建立了切合战场实际的多型防空武器多约束动态火力分配博弈模型, 并采用改进的蚁群算法求解

其适应性; 为进一步提高算法的求解效率, 采用时变的信息素因子, 以满足不同搜索阶段的需求, 通过仿真计算验证其有效性。综上, 通过对该问题的仿真求解可以为现代防空作战提出高效的防空武器火力分配方案, 具有一定军事价值。

#### 参考文献:

- [1] 姜华, 贾春雨, 程海全. 动态规划法在防空群火力分配中的应用[J]. 兵工自动化, 2006, 25(5): 19-20, 25.
- [2] 季军亮, 李龙跃, 杨小雷, 等. 改进匈牙利法的多层反导协同作战目标分配模型[J]. 现代防御技术, 2022, 50(5): 59-67.
- [3] 彭琛, 李建立, 王琦. 基于改进匈牙利算法的自组网火力分配[J]. 弹箭与制导学报, 2014, 34(5): 169-172, 179.
- [4] 唐俊林, 张栋, 王孟阳, 等. 改进链式多种群遗传算法的防空火力任务分配[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2022, 54(6): 19-27.
- [5] 秦长江, 黄亭飞, 黄金才. 改进遗传算法的反无人机作战火力分配优化[J]. 国防科技, 2022, 43(1): 85-92.
- [6] 刘江, 张红旗, 刘艺. 基于不完全信息动态博弈的动态目标防御最优策略选取研究[J]. 电子学报, 2018, 46(1): 82-89.
- [7] 黄钦龙, 刘忠, 童继进. 改进的蚁群算法求解无人艇编队火力分配问题[J]. 电光与控制, 2020, 27(8): 58-63, 74.
- [8] 李帮义, 王玉燕. 博弈论与信息经济学[M]. 上海: 上海三联书店, 2016: 84-115.
- [9] KATHRIN K, JORGEN T. Constrained optimization using multiple objective programming[J]. Journal of global optimization, 2007, 37(3): 325-355.
- [10] 张凯, 周德云, 杨振, 等. 基于自适应谐振理论的武器目标分配快速决策算法[J]. 计算机工程, 2020, 46(9): 283-291, 297.
- [11] 唐晓, 吴建设. 基于多智能体近端策略优化的分布式动态火力分配方法[J]. 科技创新与应用, 2022, 12(19): 13-17.
- [12] 王喆. 蚁群算法及其在火力分配问题中的应用[J]. 火力与指挥控制, 2009, 34(11): 92-94.
- [13] 赵鑫, 杨雄飞, 钱育蓉. 改进的蚁群优化算法求解旅行商问题[J]. 计算机工程与设计, 2022, 43(4): 962-968.