

doi: 10.7690/bgzd.2025.07.009

基于实用稳定性的行波旋转超声电机鲁棒控制方法

刘卜溢¹, 孙芹芹², 吴大伟¹

(1. 南京航空航天大学航空学院, 南京 210016; 2. 南京航空航天大学能源与动力学院, 南京 210016)

摘要: 针对超声电机的复杂耦合、非线性和不确定性导致的控制效果差的问题, 提出一种基于实用稳定性的行波旋转超声电机鲁棒控制方法。根据行波超声电机定转子结构和摩擦系统的动力学特性, 构建行波旋转超声电机系统复杂非线性动力学模型, 并通过泰勒展开对赫兹接触模型的复杂非线性和耦合进行简化, 使其满足控制器设计的要求; 讨论系统不确定性影响, 并采用 α 综合表征系统不确定性, 借此提出鲁棒控制器; 仿真验证了所提出的控制设计的优越性。构建硬件在环的 Simulink 仿真实验平台, 最终证实了控制器的优越性。实验结果表明: 该控制方法是在模型的基础上逐级精心设计的, 具有通用性, 可解决所有行波超声电机的复杂不确定性。

关键词: 旋转行波超声电机; 鲁棒控制; 实用稳定性; 非线性; 不确定性

中图分类号: TM35 **文献标志码:** A

Robust Control Method of Traveling Wave Rotary Ultrasonic Motor Based on Practical Stability

Liu Buyi¹, Sun Qinqin², Wu Dawei¹(1. School of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Aiming at the problem of poor control effect caused by complex coupling, nonlinearity and uncertainty of ultrasonic motor, a robust control method of traveling wave rotary ultrasonic motor based on practical stability was proposed. According to the dynamic characteristics of the stator and rotor of the traveling wave ultrasonic motor and the friction system, a complex nonlinear dynamic model of the traveling wave ultrasonic motor system is constructed, and the complex nonlinearity and coupling of the Hertz contact model are simplified through Taylor expansion to meet the requirements of the controller design; The influence of system uncertainty is discussed, and α synthesis is used to characterize the system uncertainty, by which a robust controller is proposed. Simulation results demonstrate the superiority of the proposed control design. The hardware in the loop Simulink simulation experimental platform is constructed, and the superiority of the controller is finally confirmed. The experimental results show that the control method is carefully designed step by step based on the model, which is versatile and can solve the complex uncertainties of all traveling wave ultrasonic motors.

Keywords: rotary traveling wave ultrasonic motor; robust control; practical stability; nonlinearity; uncertainty

0 引言

超声波电机作为微型电机, 在过去的 20 年中引起了许多研究人员的兴趣^[1-2]。研究人员主要关注超声电机的设计及相关问题, 如定子结构、摩擦材料、温度控制等, 而对于电机控制, 通常将其简化为电机驱动的研究, 如驱动器 DSP 的设计。近年来, 一些现代控制理论被应用于超声电机^[3-9]。文献[3]提出了超声波电机的最佳频率跟踪方案。文献[4]提出了一种新的超声电机驱动方法, 将叠加脉冲驱动方法与传统的微步进驱动方法相结合, 可延长传统微步进驱动方法的关断时间。文献[5]设计并提出了一种嵌入式压电驱动器(EPA)。文献[6]针对超声电机的复杂耦合, 提出了一种模糊控制方法。类似的,

文献[7]基于神经网络技术的发展提出了一种蚁群优化型神经网络来控制超声电机的位置。他们虽然避免了模型的耦合, 但控制算法并不是通用的, 需要根据不同电机拟合。

现有其他控制方法更是将超声电机的动力学模型简化为线性系统^[8-12], 忽略了机械结构、接触摩擦和控制系统之间的耦合; 因此, 最终的设计往往是次优的。它们也缺乏通用性, 因为其动态模型是为了检测实验数据中的特征而定制的。虽然最近的一些研究逐渐涉及到温度变化和摩擦损失, 但仅限于频率跟踪, 而在耦合动力学分析和建模方面几乎是空白。为了克服这一局限性, 对具有非线性和不确定性的耦合动态系统进行了解耦, 作为后续控制

收稿日期: 2024-09-24; 修回日期: 2024-10-25

基金项目: 国家自然科学基金(62303219); 中国博士后基金(2022M721599); 江苏省自然科学基金(BK20230879)

第一作者: 刘卜溢(1998—), 男, 天津人, 硕士。

设计的铺垫。具体地说，赫兹接触模型在泰勒稳态下展开，然后去掉高频项。然后对剩余部分进行因式分解，得到数学模型。由解耦引起的系统建模误差稍后通过处理不确定性来解决。超声电机系统建模中的解耦问题是本文中研究的首要难点和动机。

与此同时，控制领域对系统复杂性的研究发展迅速^[13-18]。受此启发，笔者提出了一种基于模型的行波旋转超声电机控制方法。从本质上讲，控制系统可以描述为由机械系统和控制系统组成的耦合系统。在此期间，非线性(如摩擦、温度变化等)和不确定性(如建模误差、干扰等)是控制系统固有的一部分^[18-21]。建立超声电机与控制作动器的耦合动力学模型是第 2 个难点和动机。

笔者介绍转子和定子的机械耦合模型，考虑了转子接触摩擦，专门用于控制行波超声电机；开发一种鲁棒控制策略，通过考虑不确定性来实现水平位置控制系统的实际稳定性，从而管理由建模误差和外部干扰引起的复杂时变不确定性。该控制策略保证了控制系统的实际稳定性，有效地处理了不确定性。与现有的解决方案不同，该方法独特地将非线性、不确定性和耦合集成到超声电机的控制中。此外，所提出的控制方案基于动力学模型，具有广泛的适用性。

1 行波旋转超声电机动力学模型

赫兹接触模型是目前对行波旋转超声电机应用最多，最能从理论方面解释超声电机运动机理的解析模型^[22-23]；因此，之后的控制器的设计将以赫兹接触模型展开工作。基于超声电机的实际工作情况，可以做出以下假设：

- 1) 行波超声波电机的定子与转子材料均为弹性体；
- 2) 定子的行波表面与转子接触均是光滑的；
- 3) 定子与转子表面不完全紧密结合；
- 4) 行波超声波电机的定子与转子之间无相对滚动；
- 5) 行波超声波电机的转子与定子于行波波峰处的接触为曲率圆柱面的接触。

图 1 为圆柱体与弹性平面接触坐标系。图中可见：赫兹接触宽度为 a ，在 x_r 处定子与转子以相同的速度运动。根据赫兹接触模型，可得输出转矩：

$$M_r = \frac{\mu_d F_n r}{\phi(x_0)} [2\phi(x_r) - \phi(x_0)]。 \quad (1)$$

式中： n 为发生接触的个数； μ_d 为转子摩擦系数； r

为转子半径。由于在 θ_r 处为定转子速度相同，得出：

$$\cos \theta_r = r \dot{\beta} / kh_o A \omega_n。 \quad (2)$$

式中： A 为定子振幅； β 为转子旋转角度； ω_n 为振动频率对应角速度。

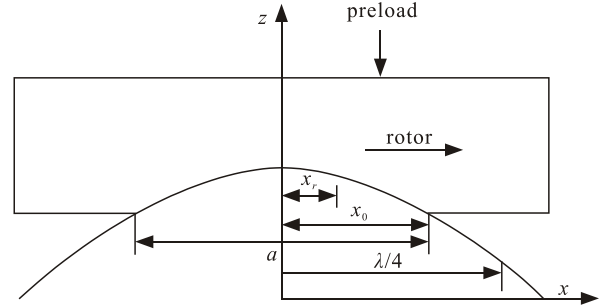


图 1 定子表面质点水平速度

接触角度 θ_o 为定子与转子接触的角度，如下式：

$$\theta_o = 0.8 \sqrt{F_n C_E} / \sqrt{A}。 \quad (3)$$

令

$$y = r / kh_o \omega_n, \quad m = 0.8 \sqrt{F_n C_E}。 \quad (4)$$

由上述运动式(1)可见过于复杂的耦合性，并不能直接作为控制器设计的基础。为了研究更加符合超声电机系统真实运作机制的控制方法，笔者在综合考虑定子、转子运动特性基础上，简化赫兹接触动力学模型为混合线性双线性系统，如下式：

$$J_r \ddot{\beta} + c' \dot{\beta} + k \beta + k_1 = (n \dot{\beta} + k_2)(k_3 A + k_4 A^2)。 \quad (5)$$

令：

$$c' = (C_r - nIK), \quad k_1 = n\mu_d F_n r + M_0 - nKH, \\ k_2 = nJ/P, \quad k_3 = (PK + IL), \quad k_4 = PL。 \quad (6)$$

$$B = (\sin \bar{\theta}_o - \bar{\theta}_o \cos \bar{\theta}_o - \bar{\theta}_o^2 \sin \bar{\theta}_o), \\ C = m \bar{\theta}_o \sin \bar{\theta}_o, \quad D = (\bar{\theta}_o + (\cos \bar{\theta}_o - \cos \bar{\theta}_r) / \sin \bar{\theta}_r), \\ E = \begin{bmatrix} \sin \bar{\theta}_r - \bar{\theta}_r \cos \bar{\theta}_o \\ -y \bar{\beta} / \bar{A} (\bar{\theta}_o + (\cos \bar{\theta}_o - \cos \bar{\theta}_r) / \sin \bar{\theta}_r) \end{bmatrix}, \\ H = E \sqrt{\bar{A}} / 2 + y \bar{\beta} m / \bar{A}, \quad I = (3Dy / 2\sqrt{\bar{A}} - 2ym / \bar{A}), \\ J = E / 2\sqrt{\bar{A}}, \quad P = (ym / \bar{A}^2 - Dy / 2\sqrt{\bar{A}}^3)。 \quad (7)$$

2 考虑不确定性的状态空间模型

通过简化赫兹接触模型得到了可以用于控制设计的动力学模型。笔者将继续之前工作，用数学语言描述超声电机双向稳定控制问题，回顾超声电机位置控制问题的定义，可以表示为驱动转子角位置控制 $\beta(t)$ 跟踪预期参考命令信号 $\beta^d(t)$ 与考虑不确定性。应该注意的是，目标信号 $\beta^d(t)$ 应该被限制。由

此定义跟踪误差为:

$$e(t) := \beta(t) - \beta^d(t). \quad (8)$$

可得:

$$\begin{aligned} \beta(t) &= e(t) + \beta^d(t), \quad \dot{\beta}(t) = \dot{e}(t) + \dot{\beta}^d(t), \\ \ddot{\beta}(t) &= \ddot{e}(t) + \ddot{\beta}^d(t). \end{aligned} \quad (9)$$

令 $x := [x_1 \ x_2]^T = [e \ \dot{e}]^T$, 使用于式(9), 并将其引入式(5), 得到:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= J_r^{-1}(n(x_2 + \dot{\beta}^d) + k_2)(k_3 A + k_4 A^2) - \\ &J_r^{-1}(c'(x_2 + \dot{\beta}^d) + k(x_1 + \beta^d) + k_1) - \ddot{\beta}^d. \end{aligned} \quad (10)$$

针对超声电机稳定系统水平方位系统式(5), 笔者考虑超声电机转动惯量 J_r , 粘滞阻尼系数 c' , 电机旋转刚度 k , 超声电机的振动模态数 n , 以及泰勒展开参数 k_1 、 k_2 具有不确定性。将以上不确定性参数 J_r , c' , k , n , k_1 及 k_2 拆分成 2 部分:

$$\begin{aligned} J_r &= \bar{J}_r + \Delta J_r, \quad c' = \bar{c}' + \Delta c', \quad k = \bar{k} + \Delta k, \\ n &= \bar{n} + \Delta n, \quad k_1 = \bar{k}_1 + \Delta k_1, \quad k_2 = \bar{k}_2 + \Delta k_2. \end{aligned} \quad (11)$$

式中: \bar{J}_r 、 \bar{c}' 、 \bar{k} 、 \bar{n} 、 \bar{k}_1 、 \bar{k}_2 为“标称”单元; ΔJ_r 、 $\Delta c'$ 、 Δk 、 Δn 、 Δk_1 及 Δk_2 为“不确定”单元, 时变有界, 且有界性可描述为:

$$\begin{aligned} |\Delta J_r| &< \Delta \hat{J}_r = \bar{J}_r, \quad |\Delta c'| < \Delta \hat{c}' = \bar{c}', \quad |\Delta k| < \Delta \hat{k} = \bar{k}, \\ |\Delta n| &< \Delta \hat{n} = \bar{n}, \quad |\Delta k_1| < \Delta \hat{k}_1 = \bar{k}_1, \quad |\Delta k_2| < \Delta \hat{k}_2 = \bar{k}_2. \end{aligned} \quad (12)$$

将 k_1 , k_2 和 k_3 的分解引入式(10), 并将标称和不确定部分进行分类, 可写为:

$$\dot{x}_2 = \bar{f}_2 + \Delta f_2 + (\bar{B}_2 + \Delta B_2)u. \quad (13)$$

定义:

$$\begin{aligned} \Delta f_2 &:= \frac{\Delta J_r}{J_r(J_r + \Delta J_r)}((\bar{c}' + \Delta c')(x_2 + \dot{\beta}^d) + (\bar{k}_1 + \\ &\Delta k_1) + (\bar{k} + \Delta k)(x_1 + \beta^d)) - \frac{1}{J_r} \Delta c'(x_2 + \dot{\beta}^d) - \\ &\frac{1}{J_r} \Delta k(x_1 + \beta^d) - \frac{1}{J_r} \Delta k_1 + f_2 - \bar{B}_2 - \bar{\beta}^d. \end{aligned} \quad (14)$$

$$f_2 := -\frac{1}{J_r} \bar{c}'(x_2 + \bar{\beta}^d) - \frac{1}{J_r} \bar{k}(x_1 + \beta^d) - \frac{1}{J_r} \bar{k}_1; \quad (15)$$

$$\bar{B}_2 := (\bar{n}(x_2 + \dot{\beta}^d) + \bar{k}_2)/J_r; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Delta B_2 &:= \frac{1}{J_r + \Delta J_r}(\Delta n(x_2 + \dot{\beta}^d) + \Delta k_2) - \\ &\frac{\Delta J_r}{J_r(J_r + \Delta J_r)}(\bar{n}(x_2 + \dot{\beta}^d) + \bar{k}_2); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\bar{f}_2 := -a_1 x_1 - b_1 x_2. \quad (18)$$

由此, 超声电机水平位置系统状态空间模型可描述为:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \bar{f}_2(x_1(t), x_2(t), t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta f_2(x_1(t), x_2(t), \sigma(t), t) \end{bmatrix} + \\ &\left(\begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_2(x_2(t), t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta B_2(x_2(t), \sigma(t), t) \end{bmatrix} \right) u(t) =: \\ &f(x(t), t) + \Delta f(x(t), \sigma(t), t) + \\ &(B(x(t), t) + \Delta B(x(t), \sigma(t), t))u(t). \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $x \in R^n$ 为系统状态变量; $u(t) \in R$ 为超声电机控制输入电压; $\sigma \in \Sigma \subset R^p$ 为不确定参数, 可能是快速时变但有界的; $\Sigma \subset R^p$ 为未知紧集, 代表 σ 的边界值; $f(x, t)$ 、 $\Delta f(x, \sigma, t)$ 、 B 和 $\Delta B(\sigma, t)$ 为适当维度的矩阵; $f(\bullet)$, $\Delta f(\bullet)$, $B(\bullet)$ 与 $\Delta B(\bullet)$ 为连续且关于时间 t 勒贝格可测的函数。

假设 1: 存在映射 $h(\bullet): R^n \times R^p \times R \rightarrow R^n$ 和 $E(\bullet): R^n \times R^p \times R \rightarrow R^{n \times n}$ 使得对于所有的 $x \in R^n$, $\sigma \in \Sigma$ 和 $t \in R$, 满足:

$$\Delta f_2(x, \sigma, t) = \bar{B}_2 h(x, \sigma, t); \quad (20)$$

$$\Delta B_2(x, \sigma, t) = \bar{B}_2 E(x, \sigma, t). \quad (21)$$

假设 2:

①对于所有的 $(x, t) \in R^n \times R$ 和 $\sigma \in \Sigma$, 存在未知的常数向量 $\alpha \in R^p$ 和已知的函数 $\Pi(\bullet): (0, \infty)^m \times R^n \times R \rightarrow R_+$, 使得:

$$\max_{\sigma \in \Sigma} \|h(x, \sigma, t)\| \leq \Pi(\alpha, x, t). \quad (22)$$

②在满足①的情况下, 任意的 (α, x, t) , $\Pi(\alpha, x, t)$ 可以被线性分解成 α , 也就是存在函数 $\hat{\Pi}(\bullet): R^n \times R \rightarrow R_+$, 使得:

$$\Pi(\alpha, x, t) = \alpha^T \hat{\Pi}(x, t). \quad (23)$$

③在满足②的情况下, 对于每个 $(x, t) \in R^n \times R$, 函数 $\Pi(\alpha, x, t): (0, \infty)^m \rightarrow R_+$ 是 C^1 或凹函数, 即对任意的 $\alpha_{1,2} \in (0, \infty)^m$, 有:

$$\begin{aligned} \Pi(\alpha_1, x, t) - \Pi(\alpha_2, x, t) &\leq \partial \Pi(x, t)(\alpha_1 - \alpha_2) / d\alpha = \\ &(\alpha_1 - \alpha_2)^T \hat{\Pi}(x, t). \end{aligned} \quad (24)$$

假设 3: 对于所有的 $(x, \sigma, t) \in R^n \times \Sigma \times R$, 存在常数 $\rho_E > -1$, 使得:

$$\max_{\sigma \in \Sigma} \lambda_{\min}(E(x, \sigma, t) + E^T(x, \sigma, t)) / 2 \geq \rho_E. \quad (25)$$

3 针对不确定系统的鲁棒控制方法

基于构建的状态空间, 笔者提出了考虑不确定性系统的鲁棒控制方法, 讨论了系统的边界条件^[24-26]。对于所有的 $t \in R$ 选择函数 $\bar{f}_2(\bullet) = 0$, 不受控标称系统 $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$ 在原点 $x=0$ 一致渐进稳定, 有 C^1 函数 $V(\bullet): R^n \times R \rightarrow R_+$ 和连续的、严格递

增的函数 $\gamma_i(\bullet): R_+ \rightarrow R_+, i=1,2,3$, 使得:

$$\gamma_i(0) = 0, \quad i=1,2,3; \quad (26)$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \gamma_i(r) = \infty, \quad i=1,2. \quad (27)$$

同时, 对于所有的 $(x, t) \in R^n \times R$, 有:

$$\gamma_1(\|x\|) \leq V(x, t) \leq \gamma_2(\|x\|); \quad (28)$$

$$\mathcal{L}_0(x, t) := \partial V(x, t) / \partial t + \nabla_x^T V(x, t) f(x, t) \leq -\gamma_3(\|x\|). \quad (29)$$

针对受控系统式(19), 设计鲁棒控制器为:

$$u(t) = -\gamma \bar{B}_2^T(x(t), t) \nabla_x V(x(t), t) \Pi^2(\alpha(t), x(t), t). \quad (30)$$

式中 $\gamma > 0$ 是常数设计参数。

定理 1: 令 $\varsigma := [x^T \quad \alpha^T]^T \in R^{n+k}$. 当控制器 u 式(30)作用于受控系统式(19)(满足假设 1~3)时, 该受控系统的解呈现实用稳定性, 具体如下:

1) 一致有界性: 对于任意 $r > 0$, 存在正实数 $d(r) \leq \infty$, 如果 $\|\varsigma(t_0)\| < r$, 则当 $t \geq t_0$ 时, $\|\varsigma(t)\| \leq d(r)$;

2) 一致最终有界性: 对于任意 $r > 0$ 和 $\bar{d} > \underline{d}$, $\underline{d} > 0$, 如果 $\|\varsigma(t_0)\| \leq r$, 则当 $t \geq T(\bar{d}, r)$ 时, $\|\varsigma(t)\| \leq \bar{d}$, 式中 $T(\bar{d}, r) < \infty$;

3) 一致稳定性: 存在实数 $\psi(\bar{d}) > 0$, 如果 $\|\varsigma(t_0)\| \leq \psi(\bar{d})$, 则当 $t \geq t_0$ 时, $\|\varsigma(t)\| \leq \bar{d}$.

证明: 考虑受控系统式(19), 选择合法的李雅普诺夫备选函数为 $V(x, \alpha, t)$, 满足式(28)和(29)。由此, 对于受控系统式(19), 李雅普诺夫导数为:

$$\mathcal{L} := \mathcal{L}_0 + \nabla_x^T V[\Delta f_2(x, \sigma, t) + (B_2 + \Delta B_2(\sigma, t))u]. \quad (31)$$

根据 $\Delta f_2 = B_2 h$, $\Delta B_2 = B_2 E$ 和式(31), 令 $\phi := \nabla_x^T V B_2$, 得到:

$$\mathcal{L} \leq -\gamma_3(\|x\|) + \|\phi\| \|h(x, \sigma, t)\| - \gamma \|\phi\|^2 \Pi^2(\alpha, x, t) - \gamma \phi E(x, \sigma, t) \phi^T \Pi^2(\alpha, x, t). \quad (32)$$

则

$$\mathcal{L} \leq -\gamma_3(\|x\|) + \|\phi\| \Pi(\alpha, x, t) - \gamma \|\phi\|^2 \Pi^2(\alpha, x, t) - \gamma \phi E \phi^T \Pi^2(\alpha, x, t). \quad (33)$$

已知假设 3, 由 Rayleigh 原理, 得到:

$$\lambda_{\min}(E + E^T) \|\phi\|^2 \leq \phi(E + E^T) \phi^T. \quad (34)$$

因此:

$$-\gamma \phi E \phi^T \Pi^2(\alpha, x, t) \leq -\gamma \rho_E \|\phi\|^2 \Pi^2(\alpha, x, t). \quad (35)$$

可得到:

$$\mathcal{L} \leq -\gamma_3(\|x\|) + \|\phi\| \Pi(\alpha, x, t) - \gamma(1 + \rho_E) \|\phi\|^2 \Pi^2(\alpha, x, t) \leq -\gamma_3(\|x\|) + 1/4\gamma(1 + \rho_E). \quad (36)$$

因此:

$$\mathcal{L} \leq \gamma_3(\|x\|) + 1/4\gamma(1 + \rho_E) =: -\gamma_3(\|x\|) + \delta. \quad (37)$$

$$\delta = 1/4\gamma(1 + \rho_E). \quad (38)$$

基于以上分析, 定理 1 所描述的系统实用稳定性成立。

4 超声电机系统水平位置鲁棒控制方法

针对超声电机, 本节将验证是否复合。对于超声电机系统, 只有 2 个状态变量: 转子位移和速度 (即 $n=2$)。本文中将在超声波电机系统上验证假设 1~3。

对于假设 1, 定义:

$$\left. \begin{aligned} \Delta f(x, \sigma, t) &= B(x, t) h(x, \sigma, t) \\ \Delta B(x, \sigma) &= B(x, t) E(x, \sigma) \end{aligned} \right\}. \quad (39)$$

则有:

$$\left. \begin{aligned} h(x, \sigma, t) &= \bar{B}_2^{-1}(x_2(t), t) \Delta f_2(x_1(t), x_2(t), \sigma(t), t) \\ E(x, \sigma) &= \bar{B}_2^{-1}(x_2(t), t) \Delta B_2(x_2(t), \sigma(t)) \end{aligned} \right\}. \quad (40)$$

函数 h 和函数 E 满足假设 1。

对于假设 2, 令:

$$\left. \begin{aligned} \bar{D} &:= \bar{c}'(x_2 + \dot{\beta}^d) + \bar{k}(x_1 + \beta^d) + \bar{k}_1 \\ \Delta D &:= \Delta c'(x_2 + \dot{\beta}^d) + \Delta k(x_1 + \beta^d) + \Delta k_1 \end{aligned} \right\}; \quad (41)$$

$$\begin{aligned} h &= \bar{B}_2^{-1}[-\bar{D}/(\bar{J}_r + \Delta J_r) - \Delta D/(\bar{J}_r + \Delta J_r) - \bar{f}_2 - \ddot{\beta}^d] = [-1/(\bar{J} + \Delta J_r) - \Delta D/(\bar{J}_r + \Delta J_r) - \\ &1][\bar{B}_2^{-1} \bar{D} \quad \bar{B}_2^{-1} \bar{f}_2 + \ddot{\beta}^d]^T. \end{aligned} \quad (42)$$

为了求 $\|h\|$, 做出如下推算:

$$\|h\| \leq \max[1/(\bar{J}_r + \Delta J_r)^2 + \Delta D^2/(\bar{J}_r + \Delta J_r)^2 + 1]^{1/2} \times [\|\bar{B}_2^{-1} \bar{D}\|^2 + \|\bar{B}_2^{-1} \bar{f}_2 + \ddot{\beta}^d\|^2]^{1/2}. \quad (43)$$

讨论 ΔD 的极值:

$$\begin{aligned} \|\Delta D\| &\leq \|\Delta c'\| \|x_2 + \dot{\beta}^d\| + \|\Delta k\| \|x_1 + \beta^d\| + \|\Delta k_1\| = \\ [w_1 \quad w_2 \quad w_3] & \left[\|x_2 + \dot{\beta}^d\| \quad \|x_1 + \beta^d\| \quad 1 \right]^T =: W^T L. \end{aligned} \quad (44)$$

式中: $w_1 = \|\Delta c'\|$; $w_2 = \|\Delta k\|$; $w_3 = \|\Delta k_1\|$, 则:

$$\begin{aligned} \max \left[\frac{1}{(\bar{J}_r + \Delta J_r)^2} + \frac{\Delta D^2}{(\bar{J}_r + \Delta J_r)^2} + 1 \right] &= \\ 1/(\bar{J}_r - \Delta \hat{J}_r)^2 + (W^T L)^2 / (\bar{J}_r - \Delta \hat{J}_r)^2 + 1. \end{aligned} \quad (45)$$

于是:

$$\begin{aligned} \|h\| &\leq [1/(\bar{J}_r - \Delta \hat{J}_r)^2 + (W^T L)^2 / (\bar{J}_r - \Delta \hat{J}_r)^2 + \\ &+ 1]^{1/2} \times [\|\bar{B}_2^{-1} \bar{D}\|^2 + \|\bar{B}_2^{-1} \bar{f}_2 + \ddot{\beta}^d\|^2]^{1/2} =: \\ &\alpha \hat{\Pi}(x, t) =: \Pi(\alpha, x, t). \end{aligned} \quad (46)$$

函数 Π 满足假设 2。

对于假设 3, 令

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta k_2}{\bar{k}_2} = \Delta. \quad (47)$$

式中 Δ 为不确定参数, 存在常量 $\Delta > -1$ 。

回顾 E 则:

$$E(x_2(t), \sigma(t)) = \frac{\bar{J}_r [(1+\Delta)\bar{n}x_2 + (1+\Delta)\bar{k}_2]}{(\bar{J}_r + \Delta\bar{J}_r)(\bar{n}x_2 + \bar{k}_2)} - 1 \geq \frac{\bar{J}_r(1+\Delta)}{\bar{J}_r + \Delta\bar{J}_r} - 1. \quad (48)$$

则存在常数:

$$\rho_E = \frac{\bar{J}_r(1+\Delta)}{(\bar{J}_r + \Delta\bar{J}_r)} - 1 > -1. \quad (49)$$

得到 $E \geq \rho_E \geq -1$ 。函数 E 满足假设 3。

综上所述, 超声电机系统符合假设 1~3, 可以设计如式(30)的鲁棒控制方法。

5 设计流程

笔者提出的鲁棒控制方法, 主要用于摩擦驱动下的超声电机水平位置控制。通过设计的鲁棒控制方法, 结合实用稳定性理论, 可以有效证明控制器能够实现超声电机系统的实用稳定性, 从而确保系统在面对不确定性干扰时的鲁棒性和稳定性, 保证超声电机位置控制的精度与可靠性。设计流程如图 2 所示, 具体步骤如下:

1) 建立动力学模型。首先建立超声电机的动力学模型, 分析摩擦驱动下控制执行机构(定子、转子和超声电机平台系统)的动力学特性, 同时考虑不确定性干扰, 形成耦合动力学模型。

2) 定义跟踪误差与构建状态空间模型。定义误差 $e(8)$, 并在状态空间中重新描述考虑不确定性的超声电机系统动力学模型, 构建状态空间模型或式(19)作为受控系统。

3) 选择适当函数以确保一致渐进稳定性。选择合适的函数 $\bar{f}_2(\bullet)$, 使未受控标称系统 $\dot{x} = f(x, t)$ 在原点位置(即 $x=0$ 时), 选择函数 $\gamma_{1,2,3}(\bullet), V(\bullet)$ 满足式(26)~(29)。

4) 分析不确定性。分析受控系统式(18)中的不确定项 Δf 与 ΔB 的边界条件, 计算不确定性匹配函数 $E(\bullet)$ 和 $h(\bullet)$ 的边界值, 并获取函数 $\Pi(\bullet)$ 和 $\hat{\Pi}(\bullet)$ 。

5) 设计鲁棒控制器。根据上述步骤, 选择控制设计参数 $\gamma > 0$, 结合已确定的函数 $V(\bullet), \Pi(\bullet)$, 设计鲁棒控制方法 u , 并通过实用稳定性理论证明控

制器 u 能够确保系统表现出实用稳定性。

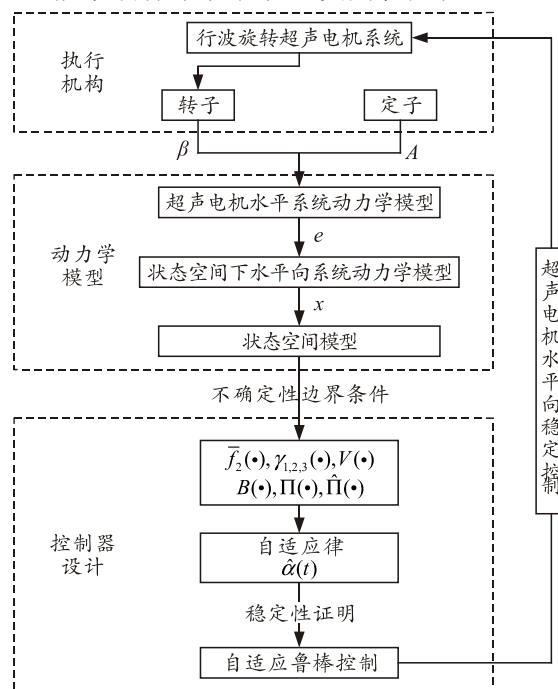


图 2 控制设计过程

6 仿真与实验

6.1 仿真参数选择

为了验证本文中控制器控制效果, 进行仿真验证。在仿真结果分析基础上, 证明笔者所提控制方法在处理系统非线性、耦合性和复杂时变不确定性上的优越性。在此仿真中超声电机系统的初始水平角为 $\beta(0)=0$ 。期望通过控制, 在定转子摩擦驱动下, 设置预期跟踪信号为 $\beta^d=5$ rad, 由此初始跟踪误差为 $e(0)=5$ rad, 即 $x_1=5$ rad。为了充分验证所提控制方法对复杂时变不确定性的抑制效果, 在此仿真中考虑两类系统不确定性。选取超声电机转动惯量 $J_r=0.005\ 25+0.000\ 525\sin(10t)$ kg·m², 粘滞阻尼系数 $c'=0.01+0.01\sin(5t)$ N·m·s/rad, 旋转刚度 $k=0.01+0.01\cos(6t)$, 振动模态数 $n=9+0.9\cos(8t)$, 以及泰勒展开系数 $k_1=1.81\times 10^7+10^6\cos(2t)$, $k_2=1.1\times 10^4+10^3\sin(4t)$ 。回顾控制器设计流程, 需要选取适当的函数 $\bar{f}_2(\bullet)$ 使得未受控标称系统 $\dot{x} = f(x, t)$ 在原点位置(即 $x=0$ 时)呈现一致渐进稳定性, 为此假设 $\bar{f}_2 = -a_1x_1 - b_1x_2$ 。选择 $\bar{f}_2 = -ax_1 - bx_2$ 和 $V=x^TPx$, 设置 $a=1, b=2$ 和 $Q=[2\ 0; 0\ 2]$, 借助 $A^TP+PA+Q=0$, 可得 $P=[3\ 1; 1\ 1]$ 。

6.2 仿真结果

仿真结果如图 3—6 所示。

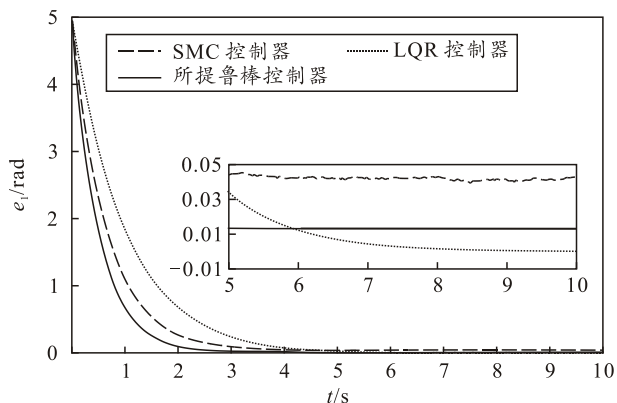
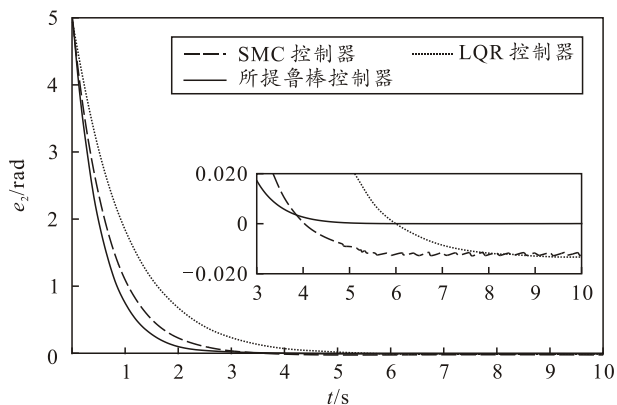
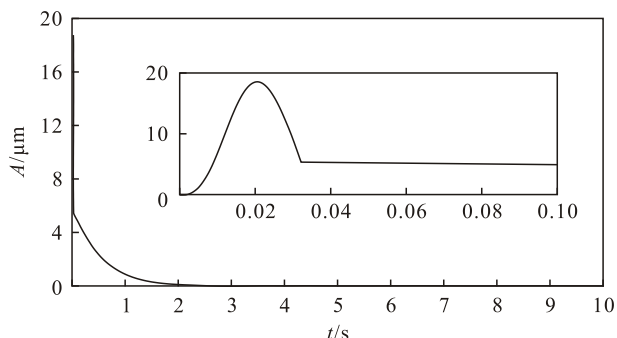
图3 简化模型跟踪误差 e_1 图4 原模型跟踪误差 e_2 

图5 原模型振幅

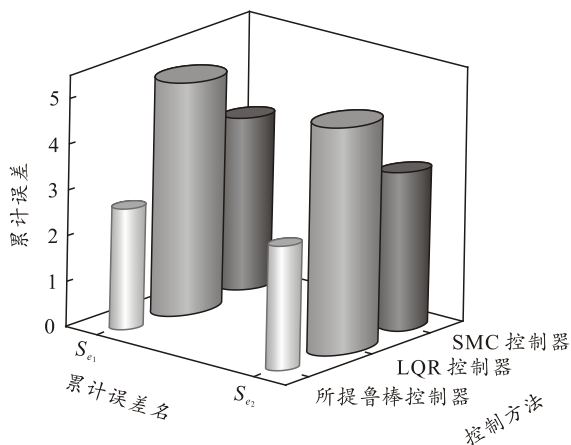


图6 累计跟踪误差对比

在鲁棒控制器的作用下，无论是对简化模型还

是原赫兹接触模型进行控制，跟踪误差都表现出显著优越性。在仿真过程中，跟踪误差在约 3 s 后迅速收敛并稳定在零附近。这表明该控制器能够有效应对系统的非线性、时变不确定性，并迅速调整控制策略，使得系统误差保持在极小范围内，确保高精度的控制。

相比之下，LQR 控制器和 SMC 在相同的控制任务中表现较差。虽然这 2 种控制器能够在一定时间内使跟踪误差达到稳定状态，但需要更长的时间来收敛，且在稳定状态下，跟踪误差存在较大的波动。这表明，LQR 控制器和 SMC 在面对复杂时变系统时未能有效地应对系统的非线性特性，导致较长的稳定时间和不稳定的误差波动。图 5 为控制原赫兹接触模型电机控制输入定子的振幅 A 动态图。由仿真结果来看，在所提鲁棒控制器作用下，当转子旋转角度 β 稳定在预期角度 β^d 附近之后，即 3 s 后，超声电机定子振幅控制输入 A 呈现稳定状态。

图 6 S_{e1} 代表对能够有效应对系统的非线性、时变不确定性，并迅速调整控制策略，使得系统误差保持在极小范围内，确保高精度的控制。

6.3 实验平台

为了进一步对鲁棒控制算法进行验证，图 7 为鲁棒位置控制实物原理样机。其为 Simulink 硬件在环仿真实验平台，即 Simulink 作为上位机处理电机信号，经过控制算法计算得出被控量，再发送给电机。系统具有可实时控制电机，方便控制器参数调整，实验结果分析等特点。

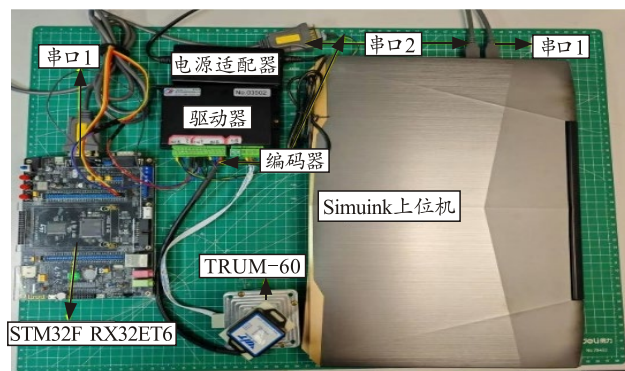


图7 实物系统原理样机搭建

由于控制器计算量大，需要实时计算，且调参数复杂，如果需要将控制器下载 STM32 板中可能并不能满足需求。于是笔者搭建了一个硬件在环的 Simulink 仿真平台，可以实时仿真计算、调节参数方便以及收集和处理数据便利。Simulink 控制器及串口通信如图 8 所示。

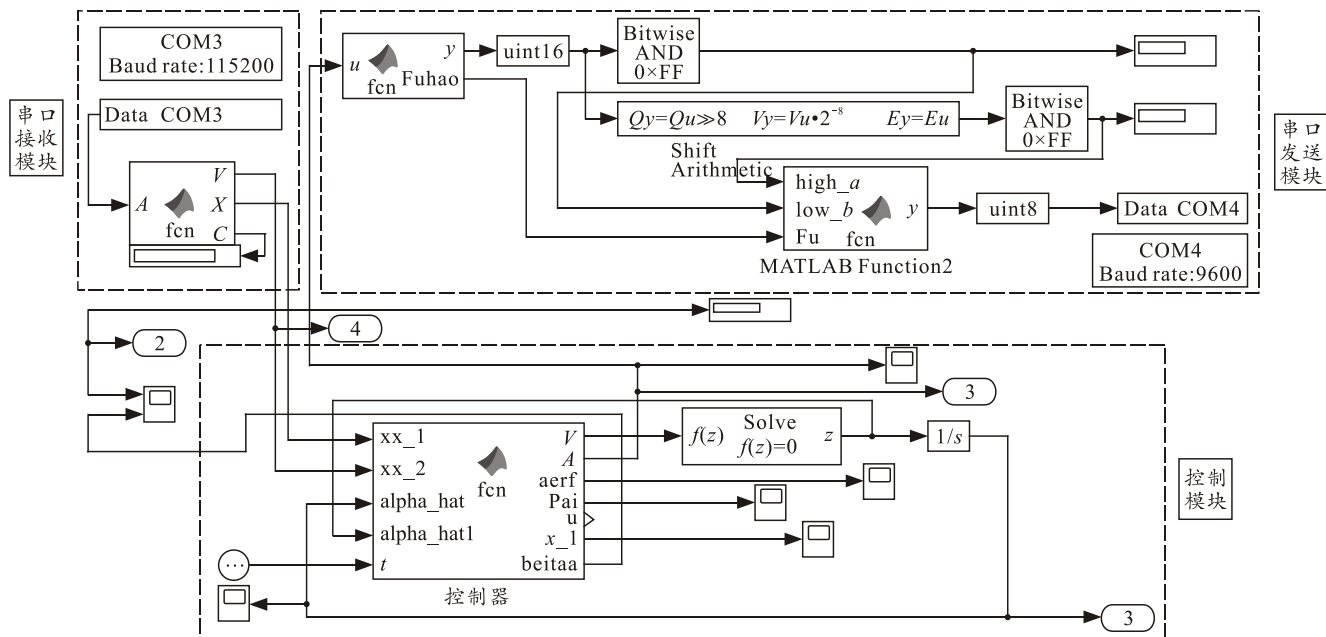


图 8 Simulink 结构组成

6.4 实验结果分析

笔者在之前构建的平台上进行仿真实验，结果如图 9—10 所示。

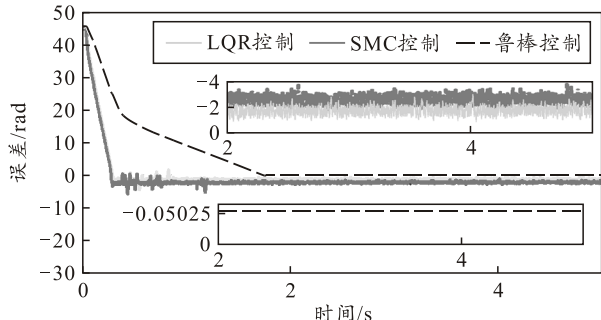


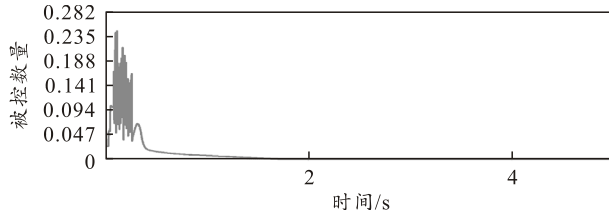
图 9 跟踪误差 e

图 9 为对超声电机进行控制的跟踪误差 e 动态对比图。由实验结果来看，在所提鲁棒控制器作用下，对电机进行控制的跟踪误差 e 在 1.8 s 后从 45 rad 收敛并稳定在零附近；而在 LQR 控制器和滑模控制器 (SMC) 作用下，需要花费更长时间促使对简化模型进行控制的跟踪误差 e 达到稳定状态，且稳定状态下的跟踪误差波动巨大，精确度也不如鲁棒控制器。

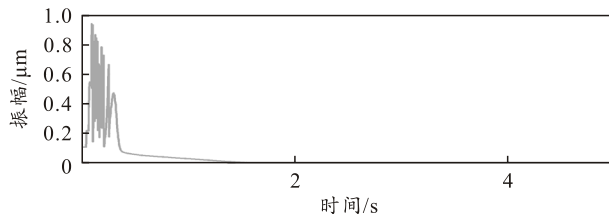
笔者提出控制方法，在控制效果上与传统的鲁棒控制方法 (如 LQR 控制) 和现代非线性控制方法 (如滑模控制) 进行了对比，并表现出了显著的优势。

鲁棒控制方法能够迅速地将超声电机系统的水平位置稳定在期望值，并且具有较高的稳定精度。与传统的 LQR 控制方法和现代滑模控制方法相比，鲁棒控制方法在这种复杂环境下具有更强的鲁棒性

和适应性。



(a) 被控量动态变化



(b) 振幅动态变化

图 10 控制输入

由实验结果来看，当转子旋转角度 β 稳定在预期角度 β^d 附近之后，即 1.8 s 后，超声电机定子振幅控制输入 A ，以及被控量 u 均呈现稳定状态。

对于 LQR 控制，虽然它在某些线性控制系统中能够提供良好的性能，但当面对系统非线性和不确定性时，LQR 控制的性能表现较差，尤其是在处理时变扰动时，系统的稳定性和精度较难保障。SMC 虽然能够处理一些非线性和不确定性问题，但其控制精度在处理复杂时变不确定性时较为不足，且其控制过程中的高频抖动会影响系统的性能和稳定性。

综上所述，相比于传统的 LQR 控制和现代滑模控制方法，笔者提出的鲁棒控制方法能够在处理

复杂不确定性和时变扰动方面提供更好的控制效果。该方法不仅能在较短时间内使系统达到稳定状态,而且保持了较高的稳定精度,表现出了更强的鲁棒性和控制精度,是提升超声电机系统性能的有效方法。

7 结论

为了解决超声电机的复杂性,笔者引入一种新鲁棒控制方案,并对超声电机的动态建模和不确定性管理进行了探讨。这些不确定性,虽然可能是快速的和非线性的,但却是有界的。构建了超声电机系统动力学方程。基于实用稳定性,提出了一种超声电机的鲁棒控制方法。利用仿真验证控制算法的结果表明:在考虑复杂不确定性的情况下,控制效果仍符合要求。构建 Simulink 硬件在环实验平台,证实控制算法的有效性。实验结果证明了该控制器能够解决超声电机的复杂性问题,且基于模型的控制具有普遍适用性。

参考文献:

- [1] 赵淳生. 超声电机技术和应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [2] 胡敏强. 超声波电机原理与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [3] DI S, FAN W, LI H. Parallel resonant frequency tracking based on the static capacitance online measuring for a piezoelectric transducer[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2018, 270: 18-24.
- [4] ZENG W J, PAN S, CHEN L, et al. Research on ultra-low speed driving method of traveling wave ultrasonic motor for CMG[J]. ultrasonics, 2020, 103: 106088.
- [5] QI R, WANG L, ZHOU X, et al. Embedded piezoelectric actuation method for enhanced solar wings vibration control[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 10: 274.
- [6] 李洁, 姜斌, 刘春生. 基于 T-S 模糊模型的飞控系统故障诊断研究[J]. 控制工程, 2009, 16(S3): 71-73, 76.
- [7] 陈宇寒, 肖玲斐, 卢彬彬. 融合蜂群优化航空发动机自适应 PID 控制[J]. 控制工程, 2019, 26(2): 229-235.
- [8] WANG R F, WANG L, JIA B T, et al. Semi-analytical modeling and experimental evaluation on a novel standing wave rotary piezoelectric actuator driven by single-phase signal[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 163: 108177.
- [9] TIAN X Q, LIU Y X, DENG J, et al. A review on piezoelectric ultrasonic motors for the past decade: Classification, operating principle, performance, and future work perspectives[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2020, 306: 111971.
- [10] 曹会平, 叶明, 姚志远, 等. 直线超声电机精密运动平台系统模型辨识[J]. 机械与电子, 2014(4): 39-42.
- [11] ZHOU L F, YAO Z Y, LI X N, et al. Modeling and verification of thermal-mechanical-electric coupling dynamics of a V-shape linear ultrasonic motor[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2019, 298: 111580.
- [12] 陈宁, 郑杰基, 范世珣, 等. 超声电机速度与位置的高精度控制[J]. 光学精密工程, 2020, 28(4): 790-799.
- [13] SUN Q Q, WANG X Y, CHEN Y H. Adaptive robust control for dual avoidance-arrival performance for uncertain mechanical systems[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 94(2): 759-774.
- [14] SUN Q Q, YANG G L, WANG X Y, et al. Designing robust control for mechanical systems: Constraint following and multivariable optimization[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 16(8): 5267-5275.
- [15] 卜子雯, 王茂森, 戴劲松. 弹跳机器人机构设计及动力学分析[J]. 兵工自动化, 2017, 36(5): 85-87.
- [16] 余涛, 甄圣超, 陈小龙. 机械臂系统鲁棒控制轨迹跟踪[J]. 机械设计与制造, 2022, 373(3): 276-278, 283.
- [17] GAO Q, LIU H Y, LAN B, et al. A model-based sliding mode control with intelligent distribution for a proportional valve driven by digital valve arrays[J]. ISA transactions, 2024, 151: 312-323.
- [18] CHEN Y H. Robust control design for a class of mismatched uncertain nonlinear systems[J]. Journal of optimization theory and applications, 1996, 90(3): 605-626.
- [19] XU J Q, DU Y T, CHEN Y H, et al. Guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain systems free of matching condition[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(6): 3479-3493.
- [20] 吴斌, 童仲志, 巩晋, 等. 基于扰动观测器的炮控系统自适应鲁棒控制[J]. 兵工自动化, 2022, 41(12): 5-8, 29.
- [21] 张千伟, 张龙. 仿生四足机器人结构设计与运动学分析[J]. 兵工自动化, 2017, 36(5): 73-76.
- [22] 赵淳生, 朱华. 超声电机技术的发展和应[J]. 机械制造与自动化, 2008, 37(3): 1-9.
- [23] 赵淳生, 李志荣, 赵向东. 超声电机机电耦合系统建模方法综述[J]. 微电机, 2003, 36(4): 43-46.
- [24] WANG W. New similarity measures on fuzzy sets and on elements[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 85(3): 305-309.
- [25] TSAI J T, LEE K M, CHOU J H. Robust evolutionary optimal tolerance design for machining variables of surface grinding process[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2014, 10(1): 301-312.
- [26] CHEN X L, ZHAO H, SUN H, et al. A novel adaptive robust control approach for underactuated mobile robot[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(5): 2474-2490.