

doi: 10.7690/bgzd.2023.03.007

不确定通信拓扑多智能体一致性容错控制问题研究

王 君, 焦 远

(兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 兰州 730050)

摘要: 针对不确定通信拓扑的多智能体系统 (multi-agent systems, MAS), 研究带有外部有界能量干扰且任意智能体执行器可能存在故障的多智能体系统鲁棒 H_∞ 一致性容错控制问题。引入权重矩阵, 通过线性变换, 对多智能体系统的状态方程进行降阶, 将通信拓扑不确定的多智能体系统一致性容错控制问题转变为鲁棒二次渐近稳定问题; 利用 Lyapunov 稳定性理论及 LMI 方法, 推导出满足各智能体状态信息渐近一致的充分条件, 并给出一致性容错控制律的求解方法; 通过仿真验证了所提方法的有效性。结果表明: 该方法可确保不确定通信拓扑下故障 MAS 的稳定性, 且具有一定的扰动抑制性。

关键词: 多智能体系统; 外部干扰; 不确定通信拓扑; 容错控制

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A

Research on Multi-agent Consensus Fault-tolerant Control Problem with Uncertain Communication Topology

Wang Jun, Jiao Yuan

(College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: For multi-agent systems (MAS) with uncertain communication topology, the problem of robust H_∞ consensus fault-tolerant control for multi-agent systems with external bounded energy disturbances and actuator failures of any agent is studied. By introducing the weight matrix, the state equation of the multi-agent system is reduced by linear transformation, and the consensus fault-tolerant control problem of the multi-agent system with communication topology uncertainty is transformed into the robust quadratic asymptotic stability problem; Based on Lyapunov stability theory and LMI method, a sufficient condition for the state information of each agent to be asymptotically consistent is derived, and the solution of the consensus fault-tolerant control law is given. The effectiveness of the proposed method is verified by simulation. The results show that the proposed method can ensure the stability of fault MAS under uncertain communication topology, and has a certain disturbance rejection.

Keywords: multi-agent system; external disturbance; uncertain communication topology; fault-tolerant control

0 引言

多智能体系统 (MAS) 的分布式控制研究方兴未艾, 在众多的领域有着广泛的应用, 如一致性^[1-2]、微电网系统^[3]、编队跟踪^[4]、交通运输^[5]、蜂拥^[6]等。其中, MAS 一致性问题在很多领域 (分布式网络控制系统、智能交通系统、无人机、卫星) 中具有举足轻重的作用, MAS 分布式一致性的研究目标就是通过每个智能体运用自身和邻居的状态信息 (如位置、角度、速度等), 设计出恰当的控制协议, 将每个智能体的状态信息趋近于相同。文献[7]研究了固定拓扑下带有通信噪声的线性 MAS, 为了抑制噪声的影响, 对不准确的相对状态采用时变增益向量, 证明所设计的控制协议可靠性, 实现了固定拓扑结构下 MAS 的均方一致性。文献[8]研究了具有正负不连通的无向图网络, 设计了一类新的非线性合并

控制协议, 使得无向加权拓扑结构 MAS 的状态可以收敛到 0。文献[9]考虑带有无向拓扑结构线性 MAS 的鲁棒 H_2 和 H_∞ 一致性问题, 设计了一种分布式控制器, 推导出控制器存在无界 H_∞ 性能区域的充要条件, 使得 MAS 趋于一致。文献[10]针对环形拓扑下线性 MAS, 选取合适的性能指标, 设计了一种最优控制器, 实现了线性 MAS 一致。文献[11]研究了通信拓扑为非平衡结构的连续时不变 MAS, 建立系统一阶积分器模型和一致收敛准则, 利用矩阵论使得系统全局渐近收敛于初始状态的凸组合。

文献[7-11]虽然对 MAS 的一致性研究取得了一定的成果, 但大都考虑的是固定通信拓扑的 MAS 的情形。结合实际情况, MAS 可能存在不同形式的通信拓扑, 如智能体之间由于环境影响引起通信之间的中断或者权重比值的改变等具有不确定性通信

收稿日期: 2022-11-30; 修回日期: 2022-12-28

作者简介: 王 君 (1973—), 女, 山东人, 博士, 教授, 从事动态系统的故障诊断与容错控制、工业过程先进控制理论与应用研究。

E-mail: 382728645@qq.com.

拓扑结构, 为了考虑不同通信拓扑的一致性问题, 文献[12]研究了一类带有通信不确定的 MAS 鲁棒一致性问题, 利用关联矩阵构造线性变换, 将不确定通信拓扑下 MAS 一致性问题转化为不确定系统鲁棒二次镇定问题, 然后设计鲁棒二次镇定控制器, 实现了 MAS 协调控制目的。文献[13]针对通信拓扑不确定车队列, 对车队列系统解耦, 提出了一种分布式 H_∞ 控制方法, 实现了抑制有限能量扰动造成的影响, 从而达到车队列较好的鲁棒性。文献[14]考虑具有马尔可夫跳动拓扑和时变时滞的非线性 MAS, 运用弱无穷小因子、部分元稳定法和马尔可夫跳变稳定理论, 设计一个新型的静态输出控制器, 使系统成功地实现了指数均方一致性。上述文献主要解决了 MAS 的一致性问题, 然而 MAS 这种典型的分布式系统与集中式系统相比更易受到执行器故障以及外部干扰的影响, 这些因素可能导致 MAS 系统震荡或发散, 甚至会造成一定的危害。因此为了提高 MAS 的安全可靠性, 针对上述情况的研究逐渐受到人们的关注。文献[15]研究了针对一类模型不确定 MAS, 提出了考虑执行器故障、外部干扰的时滞系统的滑模鲁棒 H_∞ 容错控制方法, 保证系统的渐近稳定性和 H_∞ 性能指标。文献[16]针对一类执行器可能存在故障和外部有界能量扰动影响的非线性系统, 提出了一种带有时变性的鲁棒 H_∞ 自适应容错控制, 实现了时滞及故障对非线性系统的影响下达到容错效果。文献[17]研究了 MAS 的姿态跟踪控制, 设计出自适应控制器, 对外部有界能量干扰具有良好的鲁棒性, 以及能够适应执行器的故障, 实现了容错一致性控制。

基于对上述研究的分析, 笔者考虑任意智能体可能发生的执行器故障情形, 在受到外部能量有界干扰时, 研究了具有通信拓扑不确定性的 MAS 鲁棒 H_∞ 一致性容错控制问题。对比已有的文献研究, 笔者有以下成果: 1) 针对具有不确定通信拓扑结构的 MAS, 考虑任意智能体执行器可能存在的失效故障情形, 建立集故障、外部干扰、不确定通信拓扑于一体更具一般性的模型。2) 引入权重矩阵运用线性变换将不确定通信拓扑 MAS 状态一致容错控制问题转变成鲁棒二次渐近稳定问题, 设计适用于不确定通信拓扑 MAS 被动容错控制器。3) 运用 Lyapunov 稳定性理论及 LMI 方法求解控制协议参数, 推证出使不确定通信拓扑 MAS 满足鲁棒 H_∞ 一致性容错控制的充分条件以及求解一致性控制协议矩阵参数的方法。

1 问题描述

1.1 图论知识

在 MAS 分布式一致性控制中, 任意 2 个智能体间能够接收或感知信息, 通过图论知识近似描述智能体之间通信关系。利用有向图 G 表示智能体之间的通信拓扑关系, 令 $G=(V, E)$, 其中 $V=\{1, 2, \dots, N\}$ 为 MAS 的节点集, $E=\{e_{ij}=(v_i, v_j)\} \subseteq V \times V$ 为一列有向边组成的集。有向图 G 的邻接矩阵为 $W=[a_{ij}] \in R^{N \times N}$, 其中 $a_{ij} \geq 0 (i, j=1, 2, \dots, N)$ 。 $e_{ij}=(v_i, v_j)$ 为一条从节点 i 指向节点 j 的有向边, 边上的权重为 a_{ij} 。满足 $e_{ij} \in E$, 则智能体 i 与智能体 j 是相邻的 2 个智能体。 $N_i=\{v_j | e_{ji}=(v_j, v_i)\}$ 为节点 v_i 的邻接集。从 v_i 到 v_j 的有向路径为边序列 $(v_i, v_{i1}), (v_{i1}, v_{i2}), \dots, (v_{il}, v_j)$, 则智能体之间的通信信息关系可以表示为智能体通信邻居集合 $\{N_i : i=1, \dots, N\}$ 。假设多智能体之间的通信拓扑连接存在不确定性, 有向边 (j, i) 权 $a_{ij} + \Delta a_{ij} \geq 0$, Δa_{ij} 表示通信连接的不确定性部分。令标量 $\sigma_{ij} \geq 0$ 使得 $|\Delta a_{ij}| \leq \sigma_{ij}$ 。 L 表示权重 a_{ij} 的拉氏矩阵, $\Delta L = [\Delta l_{ij}]_{N \times N}$ 表示相对应的不确定 Δa_{ij} 的拉氏矩阵, 其中:

$$\Delta l_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \in N_i} \Delta a_{ik}, & j=i \\ -\Delta a_{ij}, & j \neq i \end{cases}.$$

式中 $\Delta a_{ij} < 0$, 并且 $a_{ij} + \Delta a_{ij} \geq 0$ 。矩阵 ΔL 进一步分解, 使其满足的条件 $\Delta L = E \Sigma(t) F$, 其中: E, F 为适维矩阵; $\Sigma(t)$ 为未知函数矩阵, 且 $\Sigma(t)$ 满足范数有界条件的集合: $\Omega = \{\Sigma(t) | \Sigma^T(t) \Sigma(t) \leq I, \forall t\}$ 。

1.2 相关引理

引理 1^[18]: 对适维矩阵 $A=A^T$, E, F 与 $\Sigma^T(t) \Sigma(t) \leq I$ 的未知函数矩阵 $\Sigma(t)$, 不等式 $A + E \Sigma(t) F + F^T \Sigma^T(t) E^T < 0$, 当且仅当存在一个常数 $\varepsilon > 0$, 使得 $A + \varepsilon^{-1} E E^T + \varepsilon F^T F < 0$ 。

引理 2^[18]: 假设对称矩阵 S 分割为 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix}$, 其中: $S_{11} \in R^{r \times r}$, $S_{12} \in R^{r \times (n-r)}$, $S_{22} \in R^{(n-r) \times (n-r)}$, 使得以下 3 个条件相互等价:

- 1) $S < 0$;
- 2) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$;

3) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12}S_{11}^{-1}S_{12}^T < 0$ 。

引理 3^[19]: 假设有向图 G 由 M 个边 N 个顶点组成, 定义矩阵 $E = [e_{ip}]_{N \times M}$ 和 $O = [o_{pj}]_{M \times N}$:

$$e_{ip} = \begin{cases} 1, & \text{若 } i \text{ 为有向边 } p \text{ 的终端节点;} \\ 0, & \text{其他} \end{cases};$$

$$o_{pj} = \begin{cases} 1, & \text{若 } j \text{ 为有向边 } p \text{ 的起始节点;} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}。$$

令 $\Sigma(t) = \text{diag}\{q_1, q_2, \dots, q_M\}$, 其中 $q_p = \Delta a_p / \sigma_p$ 为第 p 条边权重, 因此有向图 G 的 ΔL 表示为 $\Delta L = E \Sigma(t) F$, 其中: $F = \sigma_\delta (E^T - O)$, $\sigma_\delta = \text{diag}\{\sigma_{ij}\}$ 。

1.3 问题描述

考虑 MAS 由 N 个连续时间线性智能体组成, 其中第 i 个智能体的状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + B\rho_i u_i(t) + Dw_i(t) \\ y(t) = Cx_i(t) \end{cases}, i=1, \dots, N。 \quad (1)$$

式中: $x_i(t) \in R^n$ 、 $u_i(t) \in R^p$ 、 $y(t) \in R^p$ 依次为第 i 个智能体的状态、输入和输出; $w_i(t) \in L_2[0, T)$ 为有界能量干扰; A, B, C, D 为适维矩阵; $\rho_i = \text{diag}\{\rho_{i1}, \rho_{i2}, \dots, \rho_{ip}\}$ 为第 i 个智能体执行器状态矩阵。其中 $\rho_j \in [0, 1]$, $j=1, 2, \dots, p$ 为第 i 智能体中第 j 个执行器故障程度, ρ_j 的取值为:

$$\rho_j = \begin{cases} = 0 & \text{第 } j \text{ 个执行器完全失效} \\ \in (0, 1) & \text{第 } j \text{ 个执行器部分失效。} \\ = 1 & \text{第 } j \text{ 个执行器正常工作} \end{cases}$$

通过智能体 i 接收或感知智能体 $j \in N_i$ 之间状态信息, 设计如下控制协议:

$$u_i(t) = K \sum_{j \in N_i} (a_{ij} + \Delta a_{ij})(x_i(t) - x_j(t)); i=1, \dots, N。 \quad (2)$$

式中 $K \in R^{p \times n}$ 为控制增益矩阵。

定义 1: 针对多智能体的初始状态 $x_i(0)$ 和任意有界不确定通信拓扑连接满足 $|\Delta a_{ij}| \leq \sigma_{ij}$, 若智能体状态方程 (1) 在协议 (2) 作用下满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \forall i, j=1, 2, \dots, N$, 则称系统 (1) 可以达到通信连接鲁棒容错一致性。

2 一致性容错控制问题转化

在上述协议 (2) 作用下, 多智能系统 (1) 的全局系统为:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \Psi x(t) + \Psi' w(t) \\ y(t) = \Psi'' x(t) \end{cases}。 \quad (3)$$

其中:

$$x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_N^T(t)]^T;$$

$$\Psi = (I_N \otimes A) + (L + \Delta L) \otimes B\rho K, \quad \Psi' = I_N \otimes D;$$

$$w(t) = [w_1^T(t), w_2^T(t), \dots, w_N^T(t)]^T;$$

$$y(t) = [y_1^T(t), y_2^T(t), \dots, y_N^T(t)]^T, \quad \Psi'' = I_N \otimes C。$$

由图论基本知识得, 拓扑有向图 G 的一颗有向生成树含有 N 个节点和 $N-1$ 个有向边。设该扩展树的 $N \times (N-1)$ 权重矩阵为 \tilde{M}_0 , 该权重矩阵行对应扩展树的节点, 列对应扩展树的有向边, 第 j 列第 i 行的元素 m_{ij} 定义为:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & (i \text{ 为有向边 } j \text{ 的起始起点}) \\ -1 & (i \text{ 为有向边 } j \text{ 的终端起点})。 \\ 0 & (i \text{ 不与有向边 } j \text{ 关联}) \end{cases} \quad (4)$$

使权重矩阵 \tilde{M}_0^T 为行向量, 若构造非奇异矩阵, 在权重矩阵 \tilde{M}_0^T 的第 N 行加行向量 $\mathbf{1}_N^T$, 则得非奇异矩阵 M 。

$$M = [M_1, M_2, \dots, M_N]^T = [M_0, \mathbf{1}_N^T] \otimes I_N。 \quad (5)$$

$M_i \in R^{(Nn) \times n}$, 矩阵 (5) 对应的逆矩阵为:

$$M^{-1} = [\bar{M}_1, \bar{M}_2, \dots, \bar{M}_N] = [\hat{M}_0, N^{-1}\mathbf{1}_N] \otimes I_N。$$

式中: $\bar{M}_i \in R^{(Nn) \times n}$, $\hat{M}_i \in R^{N \times (N-1)}$ 。

利用非奇异矩阵 (5) 进行模型转换, $x(t) = M^{-1}\bar{x}(t)$, $w(t) = M^{-1}\bar{w}(t)$, $y(t) = M^{-1}\bar{y}(t)$, 结合 (1) 可以进一步转换为系统:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = M\Psi M^{-1}\bar{x}(t) + M\Psi' M^{-1}\bar{w}(t) \\ \bar{y}(t) = M\Psi'' M^{-1}\bar{x}(t) \end{cases}。 \quad (6)$$

设 $\bar{x}(t) = [\hat{x}(t), \tilde{x}(t)]^T$, $\bar{w}(t) = [\hat{w}(t), \tilde{w}(t)]^T$, $\bar{y}(t) = [\hat{y}(t), \tilde{y}(t)]^T$ 。

其中:

$$\hat{x}(t) = [\bar{x}_1^T(t), \bar{x}_2^T(t), \dots, \bar{x}_{N-1}^T(t)]^T \in R^{(N-1)n};$$

$$\tilde{x}(t) = \bar{x}_N^T(t) \in R^n;$$

$$\hat{w}(t) = [\bar{w}_1^T(t), \bar{w}_2^T(t), \dots, \bar{w}_{N-1}^T(t)]^T \in R^{(N-1)n};$$

$$\tilde{w}(t) = \bar{w}_N^T(t) \in R^n;$$

$$\hat{y}(t) = [\bar{y}_1^T(t), \bar{y}_2^T(t), \dots, \bar{y}_{N-1}^T(t)]^T \in R^{(N-1)n};$$

$$\tilde{y}(t) = \bar{y}_N^T(t) \in R^n。$$

则系统 (6) 可写成:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \bar{A}\hat{x}(t) + \bar{B}\tilde{x}(t) + E\hat{w}(t) + F\tilde{w}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) &= \bar{C}\hat{x}(t) + \bar{D}\tilde{x}(t) + \bar{G}\hat{w}(t) + \bar{H}\tilde{w}(t) \\ \hat{y}(t) &= \bar{I}\hat{x}(t) + \bar{J}\tilde{x}(t) \\ \tilde{y}(t) &= \bar{N}\hat{x}(t) + \bar{M}\tilde{x}(t) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= (M_0^T \otimes I_n) \Psi(\hat{M}_0 \otimes I_n); \\ \bar{B} &= N^{-1}(M_0^T \otimes I_n) \Psi(1_N \otimes I_n); \\ \bar{C} &= (1_N^T \otimes I_n) \Psi(\hat{M}_0 \otimes I_n); \\ \bar{D} &= N^{-1}(1_N^T \otimes I_n) \Psi(1_N \otimes I_n); \\ \bar{E} &= (M_0^T \otimes I_n) \Psi'(\hat{M}_0 \otimes I_n); \\ \bar{F} &= N^{-1}(M_0^T \otimes I_n) \Psi'(\hat{M}_0 \otimes I_n); \\ \bar{G} &= (1_N^T \otimes I_n) \Psi'(\hat{M}_0 \otimes I_n); \\ \bar{H} &= N^{-1}(1_N^T \otimes I_n) \Psi'(1_N \otimes I_n); \\ \bar{I} &= (M_0^T \otimes I_n) \Psi''(\hat{M}_0 \otimes I_n); \\ \bar{J} &= N^{-1}(M_0^T \otimes I_n) \Psi''(\hat{M}_0 \otimes I_n); \\ \bar{N} &= (1_N^T \otimes I_n) \Psi''(\hat{M}_0 \otimes I_n); \\ \bar{M} &= N^{-1}(1_N^T \otimes I_n) \Psi''(1_N \otimes I_n). \end{aligned}$$

根据线性变换矩阵 M 和拉普拉斯矩阵的性质, 得出如下 4 个条件: $\tilde{M}_0^T 1_N = 0, 1_N^T \hat{M}_0 = 0, L 1_N = 0, \Delta L 1_N = 0$, 通过克罗内克积的基本性质, 化简式(7)的系数矩阵可知:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= I_{N-1} \otimes A + \tilde{M}_0^T (L + \Delta L) \hat{M}_0 \otimes B \rho_i K; \\ \bar{B} &= 0; \quad \bar{C} = 1_N^T (L + \Delta L) \hat{M}_0 \otimes B \rho_i K; \\ \bar{D} &= A; \quad \bar{E} = I_{N-1} \otimes D; \quad \bar{F} = 0; \quad \bar{G} = 0; \\ \bar{H} &= D; \quad \bar{I} = I_{N-1} \otimes C; \quad \bar{J} = 0; \quad \bar{N} = 0; \quad \bar{M} = C. \end{aligned}$$

则不确定系统(7)化简为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \bar{A}\hat{x}(t) + E\hat{w}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) &= \bar{C}\hat{x}(t) + \bar{D}\tilde{x}(t) + \bar{H}\tilde{w}(t) \\ \hat{y}(t) &= \bar{I}\hat{x}(t) \\ \tilde{y}(t) &= \bar{M}\tilde{x}(t) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

3 MAS 容错一致性条件与控制协议设计

定义 2: 对于具有参数不确定性的系统(8), 若有一个正定阵 $I_{N-1} \otimes P$ 和标量 $\delta > 0$, 满足任意不确定性 $\Delta L = E\Sigma(t)F, V(t) = \hat{x}^T(t)(I_{N-1} \otimes P)\hat{x}(t)$ 沿着式(8)求导满足 $\dot{V}(\hat{x}(t)) \leq -\delta \|\hat{x}(t)\|^2$, 则式(8)是鲁棒二次渐近稳定的。

定理 1: 针对系统(8), 令 $\gamma > 0$, 对于任意的 $\varepsilon >$

0, 若有矩阵 Y 及正定矩阵 X , 满足鲁棒 H_∞ :

$$J = \int_0^t (\hat{y}^T(t)\hat{y}(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)) dt \leq 0.$$

及不等式:

$$\left[\begin{array}{ccc} \Gamma & \tilde{M}_0^T E \otimes B & (F\hat{M}_0 \otimes Y)^T \\ * & \varepsilon I & 0 \\ * & * & -\varepsilon^{-1} I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ & I_{N-1} \otimes D & (I_{N-1} \otimes CX)^T \\ & 0 & 0 \\ \leftarrow & 0 & 0 \\ & -\gamma^2 I & 0 \\ & * & -I \end{array} \right] < 0. \quad (9)$$

则基于一致性控制协议(2)满足系统(8)在外部有界干扰与可能存在的执行器故障下, 均可实现鲁棒 H_∞ 容错控制。其中:

$$\begin{aligned} \Gamma &= I_{N-1} \otimes AX + (I_{N-1} \otimes AX)^T + \\ &\tilde{M}_0^T L \hat{M}_0 \otimes B \rho Y + (\tilde{M}_0^T L \hat{M}_0 \otimes B \rho Y)^T < 0. \end{aligned}$$

如果不等式(9)的可行解为 X 和 Y , 则一致性控制协议(2)的反馈增益矩阵为 $K = YX^{-1}$ 。

证明: 构造如下的 Lyapunov 函数:

$$V(t) = \hat{x}^T(t)(I_{N-1} \otimes P)\hat{x}(t). \quad (10)$$

沿着系统(8)的对 $V(t)$ 求导:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \hat{x}^T(t)(\bar{A}^T(I_{N-1} \otimes P) + (I_{N-1} \otimes P)\bar{A})\hat{x}(t) + \\ &\hat{x}^T(t)(I_{N-1} \otimes P)\bar{E}\hat{w}(t) + \hat{w}^T(t)\bar{E}^T(I_{N-1} \otimes P)\hat{x}(t) + \\ &\hat{y}^T(t)\hat{y}(t) - \gamma^2 \hat{w}^T(t)\hat{w}(t) - \hat{y}^T(t)\hat{y}(t) + \gamma^2 \hat{w}^T(t)\hat{w}(t). \end{aligned}$$

定义 $\eta^T(t) = [\hat{x}^T(t), \hat{w}^T(t)]$, 则

$$\dot{V}(t) + \hat{y}^T(t)\hat{y}(t) - \gamma^2 \hat{w}^T(t)\hat{w}(t) = \eta^T(t)\Gamma'\eta(t). \quad (11)$$

其中:

$$\Gamma' = \begin{bmatrix} \Gamma'' & (I_{N-1} \otimes P)\bar{E} \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix};$$

$$\Gamma'' = \bar{A}^T(I_{N-1} \otimes P) + (I_{N-1} \otimes P)\bar{A}.$$

根据定义 2, 针对可能存在参数不确定性, 如果 $\Gamma' < 0$, 则系统(8)满足鲁棒 H_∞ 稳定, 提出可求解增益矩阵 K 的方法。

由引理 2 知, $\Gamma'' < 0$, 所以

$$\begin{aligned} \Gamma'' &= (I_{N-1} \otimes P)(I_{N-1} \otimes A) + (I_{N-1} \otimes A^T)(I_{N-1} \otimes P) + \\ &(I_{N-1} \otimes P)(M_0^T L \hat{M}_0 \otimes B \rho K) + (M_0^T L \hat{M}_0 \otimes B \rho K)^T \\ &(I_{N-1} \otimes P) + (I_{N-1} \otimes P)(M_0^T \Delta L \hat{M}_0 \otimes B \rho K) + \\ &(M_0^T \Delta L \hat{M}_0 \otimes B \rho K)^T (I_{N-1} \otimes P) + \bar{I}^T \bar{I}. \end{aligned} \quad (12)$$

根据引理 3 的 ΔL 分解, 则

$$\begin{aligned} & (I_{N-1} \otimes P)(M_0^T \Delta L \hat{M}_0 \otimes B\rho K) + \\ & (M_0^T \Delta L \hat{M}_0 \otimes B\rho K)^T (I_{N-1} \otimes P) = \\ & (I_{N-1} \otimes P)(M_0^T E \Sigma(t) F \hat{M}_0 \otimes B\rho K) + \\ & (M_0^T E \Sigma(t) F \hat{M}_0 \otimes B\rho K)^T (I_{N-1} \otimes P) = \\ & (M_0^T E \otimes P B \rho)(\Sigma(t) \otimes I_N)(F \hat{M}_0 \otimes K) + \\ & (F \hat{M}_0 \otimes K)^T (\Sigma(t) \otimes I_N)^T (M_0^T E \otimes P B \rho)^T < 0. \end{aligned} \quad (13)$$

进而由引理 1 得:

$$\begin{aligned} & (M_0^T E \otimes P B \rho)(\Sigma(t) \otimes I_N)(F \hat{M}_0 \otimes K) + \\ & (F \hat{M}_0 \otimes K)^T (\Sigma(t) \otimes I_N)^T (M_0^T E \otimes P B \rho)^T < \\ & \varepsilon^{-1}(M_0^T E \otimes P B \rho)(M_0^T E \otimes P B \rho)^T + \\ & \varepsilon(F \hat{M}_0 \otimes K)^T (F \hat{M}_0 \otimes K) < 0. \end{aligned} \quad (14)$$

将(14)代入(12)可得:

$$\begin{aligned} \Gamma'' \leq & (I_{N-1} \otimes P)(I_{N-1} \otimes A) + (I_{N-1} \otimes A^T)(I_{N-1} \otimes P) + \\ & (I_{N-1} \otimes P)(M_0^T L \hat{M}_0 \otimes B\rho K) + (M_0^T L \hat{M}_0 \otimes B\rho K)^T \\ & (I_{N-1} \otimes P) + \varepsilon^{-1}(M_0^T E \otimes P B \rho)(M_0^T E \otimes P B \rho)^T + \\ & \varepsilon(F \hat{M}_0 \otimes K)^T (F \hat{M}_0 \otimes K) + \bar{I}^T \bar{I} < 0. \end{aligned} \quad (15)$$

再由引理 2, 式(15)等价于:

$$\Gamma'' = \begin{bmatrix} \Gamma''' & \tilde{M}_0^T E \otimes P B \rho & (F \hat{M}_0 \otimes K)^T \\ * & \varepsilon I & 0 \\ * & * & -\varepsilon^{-1} I \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Gamma''' = & (I_{N-1} \otimes P)(I_{N-1} \otimes A) + (I_{N-1} \otimes A^T) \\ & (I_{N-1} \otimes P) + (I_{N-1} \otimes P)(M_0^T L \hat{M}_0 \otimes B\rho K) + \\ & (M_0^T L \hat{M}_0 \otimes B\rho K)^T (I_{N-1} \otimes P) + \bar{I}^T \bar{I}. \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} \Gamma' = & \begin{bmatrix} \Gamma''' & \tilde{M}_0^T E \otimes P B \rho \\ * & \varepsilon I \\ * & * \\ * & * \end{bmatrix} \rightarrow \\ & \begin{bmatrix} (F \hat{M}_0 \otimes K)^T & (I_{N-1} \otimes P) \bar{E} \\ 0 & 0 \\ -\varepsilon^{-1} I & 0 \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (17)$$

因为式(17)为非线性矩阵不等式, 于是利用合同变换将式(17)左乘、右乘矩阵 $\Pi = \text{diag}\{I_{N-1} \otimes P^{-1}, I, I, I, I\}$ 及其转置, 定义 $X = P^{-1}$, $Y = KP^{-1}$, 并由引理 2 得式(9)。求出控制器增益 $K = YX^{-1}$ 。当式(9)小

于 0 成立, 满足 $\dot{V}(t) + \hat{y}^T(t)\hat{y}(t) - \gamma^2 \hat{w}^T(t)\hat{w}(t) = \eta^T(t)\Gamma'\eta(t) < 0$ 。因此当 $\hat{w}(t) = 0$ 时, $\dot{V}(t) < 0$ 成立, 系统渐近一致。当 $\hat{w}(t) \in [0, \infty)$, 对 J 从 $t_0 \rightarrow t$ 积分:

$$\begin{aligned} V(t) - V(t_0) \leq & - \int_{t_0}^t \hat{y}^T(t)\hat{y}(t) - \gamma^2 \hat{w}^T(t)\hat{w}(t) dt. \end{aligned}$$

在零初始条件下, 当 $t \rightarrow \infty$ 时: $\int_0^\infty \hat{y}^T(t)\hat{y}(t) dt \leq \int_0^\infty -\gamma^2 \hat{w}^T(t)\hat{w}(t) dt$, 由此可得性能指标 $\|y(t)\|_2 \leq \gamma^2 \|w(t)\|_2$, 故满足 H_∞ 能指标, 证毕。

4 仿真结果

采用文献[12]含有 6 个智能体的二阶 MAS, 在此基础上, 笔者考虑执行器故障及外部能量干扰等因素影响进行如下仿真分析, 每一个智能体的状态方程(18)的参数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix}.$$

MAS 通信拓扑图 G_1 与生成树如图 1 所示。

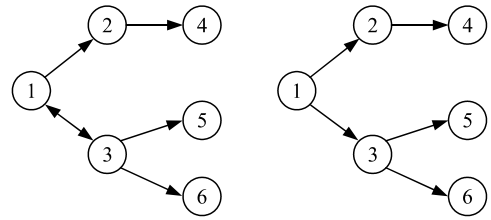


图 1 通信拓扑图与有向生成树

若邻居节点之间的权重系数 $a_{ij} = 1$, 即对应的图 G_1 的 Laplacian 矩阵为:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

网络通信过程中造成的多智能体互联系统的不确定性 $\Delta L = E \Sigma(t) F$, 其中矩阵 E 和矩阵 F 的参数如下:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} -0.05 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.05 & 0 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0 & -0.05 & 0 & 0 & 0 \\ -0.05 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.05 & 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & -0.05 & 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix}。$$

令 $\Sigma(t) = \text{diag}\{q_1, q_2, \dots, q_p\}$ ，其中 q_p 为不确定参数，满足 $-1 \leq q \leq 1$ ，取 $q_1 = q_2 = q_3 = \sin t$ ， $q_4 = q_5 = q_6 = \cos t$ 。

根据有向生成树的权重矩阵 \tilde{M}_0 构造非退化矩阵：

$$M = \begin{bmatrix} \tilde{M}_0^T \\ \mathbf{1}_N^T \end{bmatrix} \otimes I_n = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_n。$$

考虑每个智能体所受外部有界扰动为 $w_i(t) = \exp(-0.1t) \times \cos(\pi t)$ 。针对任一智能体的执行器正常和各种可能失效故障情形为 $\rho_0 = \text{diag}(1, 1)$ 、 $\rho_1 = \text{diag}(0.6, 0.7)$ 、 $\rho_2 = \text{diag}(0.1, 0.2)$ ，其中： ρ_0 为智能体执行器正常， ρ_1 为智能体执行器轻微失效故障， ρ_2 为智能体执行器严重失效故障。根据上述定理，令 $\gamma = 2$ ， $\varepsilon = 10.5$ 求出控制反馈矩阵：

$$K = YX^{-1} = \begin{bmatrix} -23.69 & -15.14 \\ -19.06 & -48.31 \end{bmatrix}。$$

设多智能体的零初始状态值：

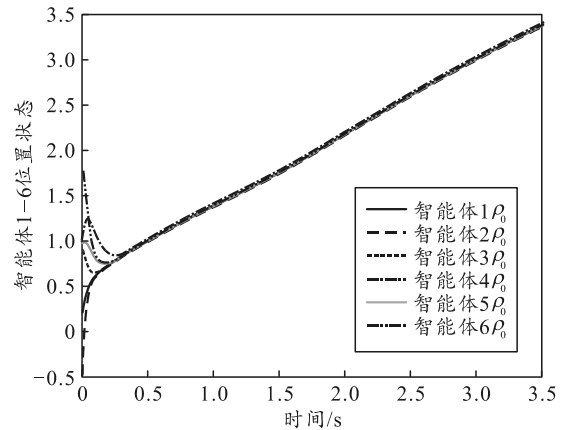
$$x_1(t_0) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 3.1 \end{bmatrix}, \quad x_2(t_0) = \begin{bmatrix} 1.7 \\ -1.8 \end{bmatrix}, \quad x_3(t_0) = \begin{bmatrix} 0.7 \\ -1.6 \end{bmatrix},$$

$$x_4(t_0) = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 1.3 \end{bmatrix}, \quad x_5(t_0) = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 0.8 \end{bmatrix}, \quad x_6(t_0) = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.7 \end{bmatrix}。$$

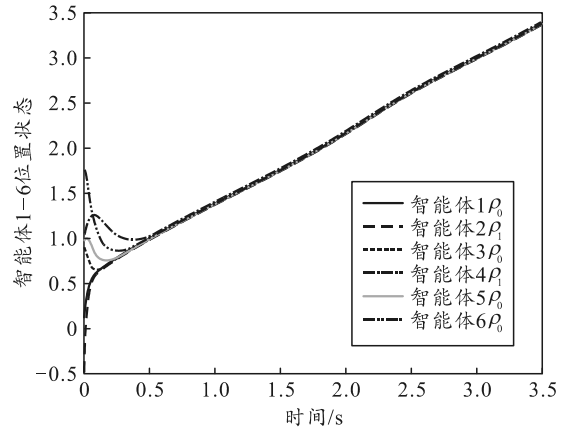
为简化验证所提方法的有效性，当 MAS 存在有界能量干扰时，任取智能体 2 与智能体 4 执行器 ρ_0 、 ρ_1 和 ρ_2 的不同组合情形，通过仿真验证 6 个智能体的位置/速度状态响应情况。

任取 2 个智能体 (2 和 4) 执行器上述不同组合情形时，MAS 的位置状态响应轨迹如图 2 所示。其中图 2(a) 表示当 6 个智能体执行器均正常 ρ_0 时的位置状态响应曲线，图 2(b) 表示智能体 2 与 4 都发生轻微故障 ρ_1 时的位置状态响应曲线，图 2(c) 表示智能体 2 和 4 执行器分别存在轻微故障 ρ_1 和严重故障 ρ_2

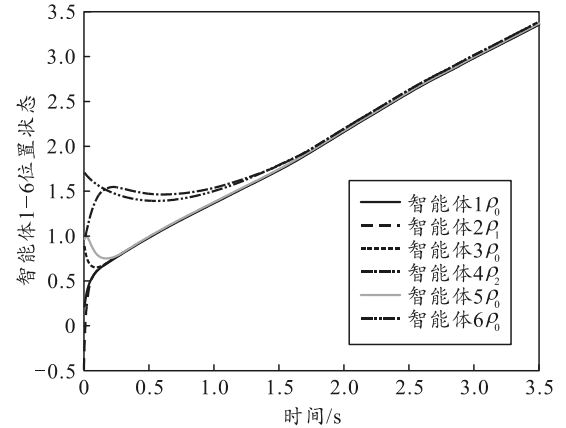
时的位置状态响应曲线，图 2(d) 表示智能体 2 和 4 执行器都发生严重故障 ρ_2 时的位置状态响应曲线。由仿真结果可知，当 6 个智能体执行器均正常或任取 2 个智能体发生各种失效故障情形时，位置状态都能通过有限时间达到一致；其中无故障发生用时最短，如图 2(a) 所示；任意 2 个智能体发生严重失效故障用时最长，如图 2(d) 所示；2 个智能体发生轻微失效故障 (如图 2(b) 所示) 比其中 1 个发生严重失效故障 (如图 2(c)) 用时相对较短。



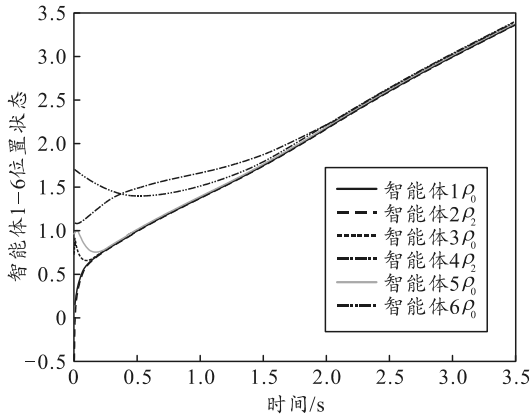
(a) 6 个智能体执行器均正常 ρ_0 时的位置状态响应



(b) 智能体 2 与 4 都发生轻微故障 ρ_1 时的位置状态响应



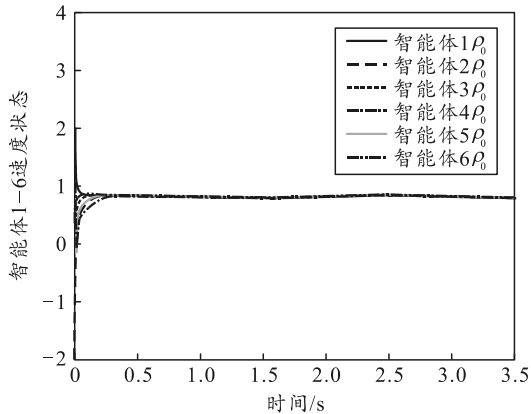
(c) 智能体 2 和 4 执行器分别存在轻微故障 ρ_1 和严重故障 ρ_2 时的位置状态响应



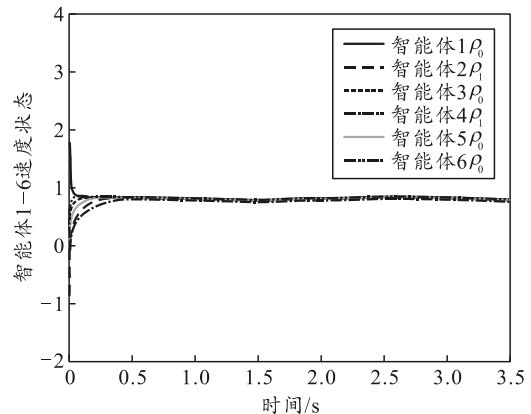
(d) 智能体 2 和 4 执行器都发生严重故障 ρ_2 时的位置状态响应

图 2 智能体 2 与智能体 4 执行器不同情形下智能体 1-6 位置状态轨迹

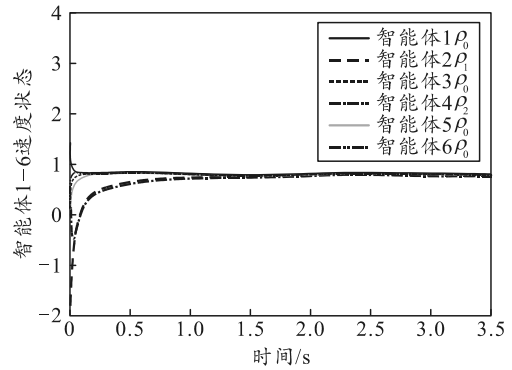
图 3 分别表示上述各种组合情形时 MAS 的速度状态响应轨迹。由仿真结果可知：一致性情况与图 2 相似，当 6 个智能体执行器均正常或任取 2 个智能体发生各种失效故障情形时，速度状态也都能通过有限时间达到一致，且无故障发生用时最短，任意 2 个智能体发生严重失效故障用时最长；说明笔者所提方法对于存在有限能量扰动的 MAS 在智能体发生各种可能失效故障时具有 H_∞ 容错一致性。



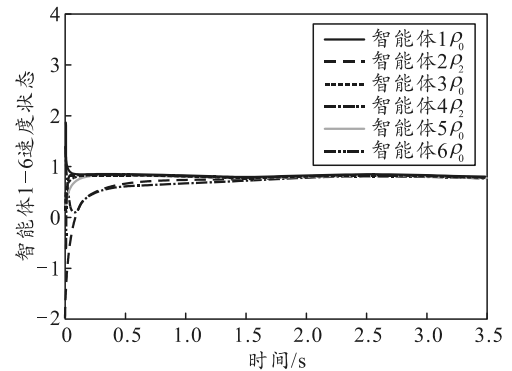
(a) 6 个智能体执行器均正常 ρ_0 时的速度状态响应



(b) 智能体 2 与 4 都发生轻微故障 ρ_1 时的速度状态响应



(c) 智能体 2 和 4 执行器分别存在轻微故障 ρ_1 和严重故障 ρ_2 时的速度状态响应



(d) 智能体 2 和 4 执行器都发生严重故障 ρ_2 时的速度状态响应

图 3 智能体 2 与智能体 4 执行器不同情形下智能体 1-6 速度状态轨迹

由以上 MAS 的位置/速度状态轨迹可知，不确定通信拓扑 MAS 存在外部有界能量干扰同时，无论任一智能体是正常还是发生不同程度故障情形，它们的位置/速度状态均可实现容错一致。

图 4 和 5 分别表示 MAS 执行器处于正常状态下的一致性响应。为了方便比较其结果，把智能体 3 的 2 个状态 x_{31} 和 x_{32} 作为基准点与其他的智能体状态进行比较，即 $e_{i1}=x_{i1}-x_{31}$, $e_{i2}=x_{i2}-x_{32}$ 。可以看出：在执行器正常及外部存在有界能量的情况下，6 个智能体的位置/速度一致性误差都是各自渐近收敛于零。

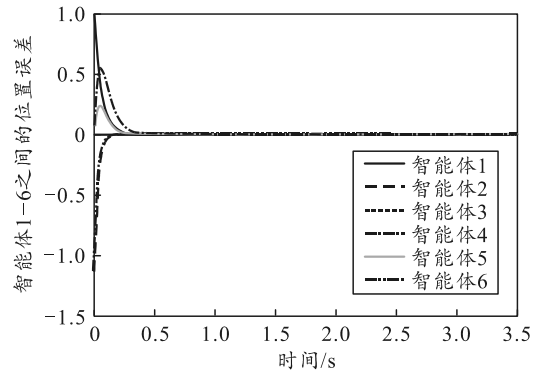


图 4 多智能体位置状态一致性响应曲线

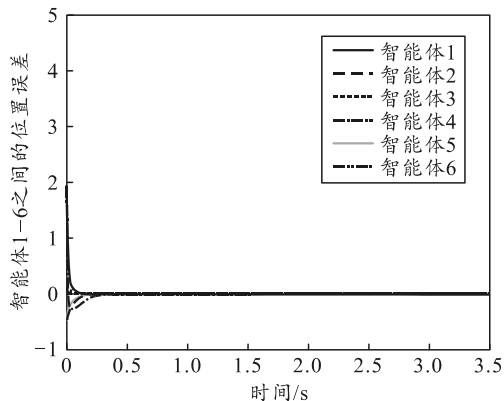


图 5 多智能体速度状态一致性响应曲线

5 结论

笔者针对带有外界有限能量干扰且任意智能体执行器可能存在部分失效故障的 MAS, 主要研究了具有不确定通信拓扑结构的 MAS 的鲁棒 H_∞ 一致性容错控制问题。通过引入权重矩阵对系统模型进行线性变换, 将连续时间通信拓扑不确定 MAS 的一致性容错问题转换为鲁棒二次渐近稳定问题。借助被动容错一致性控制思想, 利用 Lyapunov 稳定性理论及 LMI 方法求解使得 MAS 状态渐进一致的控制协议参数。经计算机仿真验证可知: 笔者提出的一致性鲁棒 H_∞ 容错控制方法可以确保不确定通信拓扑下故障 MAS 的稳定性, 具有一定的扰动抑制性。

参考文献:

- [1] XIE D, XU S, ZHANG B, et al. Consensus for multi-agent systems with distributed adaptive control and an event-triggered communication strategy[J]. IET Control Theory & Applications, 2016, 10(13): 1547-1555.
- [2] LI H, YAN W. Receding horizon control based consensus scheme in general linear multi-agent systems[J]. Automatica, 2015, 56: 12-18.
- [3] 刘建刚, 杨胜杰. 具有容性负载的直流微电网系统分布式协同控制[J]. 自动化学报, 2020, 46(6): 1283-1290.
- [4] 胡春鹤, 王健豪. 多运动体分布式最优编队构型形成算法[J]. 控制与决策, 2018, 33(11): 2004-2008.
- [5] BURMEISTER B, HADDADI A, MATYLIS G. Application of multi-agent systems in traffic and transportation[J]. IEE Proceedings-Software Engineering, 1997, 144(1): 51-60.
- [6] 陈世明, 李慧敏, 曹洪睿, 等. 基于局部优化的多智能

体网络牵制蜂拥算法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2013(1): 66-70.

- [7] CHENG L, HOU Z G, TAN M. A mean square consensus protocol for linear multi-agent systems with communication noises and fixed topologies[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 59(1): 261-267.
- [8] FENG S, WANG L, LI Y, et al. A nonlinear merging protocol for consensus in multi-agent systems on signed and weighted graphs[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2018, 490: 653-663.
- [9] LI Z, DUAN Z, CHEN G. On H_∞ and H_2 performance regions of multi-agent systems[J]. Automatica, 2011, 47(4): 797-803.
- [10] ROGGE J A, SUYKENS J A K, AEYELS D. Consensus over ring networks as a quadratic optimal control problem[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2010, 43(21): 317-323.
- [11] TAN F, GUAN X, LIU D. Consensus protocol in networked multi-agent systems with non-balanced topology[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(10): 1087-1092.
- [12] 陈阳舟, 黄小龙, 詹璟原. 不确定通信拓扑下多智能体系统鲁棒一致性[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(8): 1709-1716.
- [13] 高锋, 刘葆, 李志强. 通信拓扑不确定条件下车队列分布式 H_∞ 控制[J]. 汽车安全与节能学报, 2017, 8(4): 351-358.
- [14] DUN A O, GUO X D. Mean-Square Consensus Seeking over Multi-Interconnection Dynamical Networks with Markovian Switching Topologies[C]//Proceedings of 2016 International Conference on Computer, Mechatronics and Electronic Engineering (CMEE 2016). Ed. DEStech Publications, 2016: 492-498.
- [15] YANG P, NI J, PAN X, et al. Sliding mode robust fault-tolerant control for uncertain systems with time delay[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University (Science), 2017, 22(2): 240-246.
- [16] XIAO S, DONG J. Robust adaptive fault-tolerant control for time delay uncertain nonlinear systems with time-varying performance bounds[J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50(11): 2168-2188.
- [17] CAI W, LIAO X H, SONG Y D. Indirect robust adaptive fault-tolerant control for attitude tracking of spacecraft[J]. Journal of guidance, control, and dynamics, 2008, 31(5): 1456-1463.
- [18] 郝立颖, 杨光红. 不确定线性系统的滑模容错控制[J]. 中国科技论文, 2013, 8(1): 62-66.