

doi: 10.7690/bgzd.2022.09.016

基于残余模态力的装备悬臂梁结构损伤诊断

李浩^{1,2}, 谭一帆¹, 蒲云¹

(1. 西南交通大学交通运输与物流学院, 成都 610031; 2. 武警警官学院部队管理系, 成都 610213)

摘要: 针对装备悬臂梁结构损伤诊断问题, 提出基于残余模态力的结构损伤诊断方法。定义残余模态力(残余模态力向量)和结构单元损伤因子(结构单元损伤因子向量)的概念, 分别应用于判断装备结构是否存在损伤以及指示损伤单元的位置和程度, 并分别进行 3 种状态的仿真实验。实验结果证明: 该方法可有效地识别装备悬臂梁结构的损伤类型及其位置和程度等信息, 对于装备悬臂梁结构诊断是科学有效的。

关键词: 模态参数; 残余模态力; 单元损伤因子; 悬臂梁结构; 结构损伤诊断

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A

Damage Diagnosis of Equipment Cantilever Beam Based on Residual Modal Force

Li Hao^{1,2}, Tan Yifan¹, Pu Yun¹

(1. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. Department of Force Management, Officers College of PAP, Chengdu 610213, China)

Abstract: A structural damage diagnosis method based on residual modal force is proposed for the damage diagnosis of equipment cantilever beam structure. The concepts of residual modal force (residual modal force vector) and structural element damage factor (structural element damage factor vector) are defined, which are applied to judge whether the equipment structure is damaged and indicate the location and degree of the damaged element, and the simulation experiments of 3 states are carried out respectively. The experimental results show that the method can effectively identify the damage type, location and degree of the equipment cantilever beam structure, and is scientific and effective for the equipment cantilever beam structure diagnosis.

Keywords: modal parameter; residual modal force; element damage factor; cantilever beam structure; structural damage diagnosis

0 引言

装备故障损伤若未被及时发现和排除, 会对装备本身造成损坏, 影响系统效能^[1-2]。对于装备故障诊断问题, 学者们已经提出了许多有效的诊断方法^[3-6]。装备可以看作是一个力学系统。力学系统的 3 大要素是刚度、质量和阻尼矩阵。若装备的结构系统发生故障损伤, 则其对应的力学系统的要素参数也必随之发生改变, 从而导致系统的模态参数(即频率、振型等)发生变化; 因此, 如果系统的模态参数发生变化, 就有理由怀疑系统发生故障损伤。实际上, 利用系统故障损伤出现前后相关参数的变化来识别装备故障损伤, 可以将系统振动的外部因素等作为激励源进行诊断, 这种诊断方法不会影响装备的正常工作, 能相对便利地进行装备故障损伤诊断^[7-9]。实际工程中, 由于悬臂梁的受力和支座约束的情况都比较复杂, 对悬臂梁结构维护和故障诊断

有一定的难度; 因此, 笔者利用模态参数来研究装备的故障损伤诊断问题, 并提出残余模态力和结构单元损伤因子的概念, 进而将其应用于悬臂梁结构故障损伤诊断中。

1 基于残余模态力的结构损伤诊断方法

1.1 残余模态力

对于一个 n 阶自由度的线弹性系统, 其振动方程^[10]为:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F \quad (1)$$

式中: M 、 C 和 K 分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; \ddot{X} 、 \dot{X} 、 X 和 F 分别为加速度向量、速度向量、位移向量和输入力向量。当系统自由振动时, 则有:

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = 0 \quad (2)$$

假设其解为 $X = ue^{i\omega t}$, 则其特征方程为:

收稿日期: 2022-05-09; 修回日期: 2022-06-23

基金项目: 国家重点研发计划课题(2017YFB1200703)、(2016YFC0802209); 四川省科技计划项目(2019YJ0266)

作者简介: 李浩(1984—), 男, 山东人, 博士, 副教授, 从事系统工程研究。E-mail: 239741571@qq.com。

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u} = 0. \quad (3)$$

假设无重根, 则可解得 $2n$ 个共轭对形式的互异特征值和特征向量:

$$\begin{cases} \lambda_i = -\sigma_i + j\omega_i, & \mathbf{u}_i \\ \lambda_i^* = -\sigma_i - j\omega_i, & \mathbf{u}_i^* \end{cases} \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

而且, $|\lambda_i| = |\lambda_i^*| = \sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2} = \omega_{0i}$, 式中: λ_i 为系统的复频率; 实部 $-\sigma_i$ 代表衰减系数, 虚部 ω_i 代表了系统的阻尼固有频率, λ_i 的模等于系统的无阻尼固有频率 ω_{0i} 。

对于比例阻尼系统, 则有:

$$\mathbf{C} = a\mathbf{M} + b\mathbf{K}. \quad (5)$$

式中 a 和 b 为材料的比例系数。由于结构质量矩阵和刚度矩阵均为对称实矩阵, 因此, 比例阻尼矩阵亦为实对称矩阵, 满足解耦条件, 其 $2n$ 个特征向量 \mathbf{u}_i 和 \mathbf{u}_i^* 均为实向量, 且与无阻尼振动时的特征向量相等, 并且满足 $\mathbf{u}_i^* = \mathbf{u}_i$, 因此, 独立的特征向量只有 n 个。

当结构没有损伤时, 其模态频率和模态振型满足以下方程:

$$(\lambda_i^2 \mathbf{M} + \lambda_i \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}_i = 0, \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

当结构发生损伤时, 则特征方程变为:

$$(\lambda_{di}^2 \mathbf{M}_d + \lambda_{di} \mathbf{C}_d + \mathbf{K}_d)\mathbf{u}_{di} = 0. \quad (7)$$

式中, \mathbf{M}_d 、 \mathbf{C}_d 、 \mathbf{K}_d 分别为结构损伤后的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; λ_{di} 和 \mathbf{u}_{di} 分别为系统第 i 阶复模态频率和模态振型。令

$$\mathbf{M}_d = \mathbf{M} - \Delta\mathbf{M}; \quad (8)$$

$$\mathbf{C}_d = \mathbf{C} - \Delta\mathbf{C}; \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{K} - \Delta\mathbf{K}. \quad (10)$$

式中: $\Delta\mathbf{M}$ 、 $\Delta\mathbf{C}$ 和 $\Delta\mathbf{K}$ 分别为由于结构损伤而引起的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵的变化量。因此, 由式(6)可知:

$$(\lambda_{di}^2 \mathbf{M} + \lambda_{di} \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}_{di} = (\lambda_{di}^2 \Delta\mathbf{M} + \lambda_{di} \Delta\mathbf{C} + \Delta\mathbf{K})\mathbf{u}_{di}, \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

定义残余模态力向量(为使用方便, 残余模态力向量通常简称为残余模态力) \mathbf{R}_i 为^[10-11]:

$$\mathbf{R}_i = (\lambda_{di}^2 \Delta\mathbf{M} + \lambda_{di} \Delta\mathbf{C} + \Delta\mathbf{K})\mathbf{u}_{di}. \quad (12)$$

式中: 当 $\lambda_i = \lambda_{di}$, $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{di}$ 时, \mathbf{R}_i 为 0 向量。当结构发生损伤时, \mathbf{R}_i 中较大的幅值元素对应了结构损伤部位。因此, 由 \mathbf{R}_i 即可推断结构的损伤。

1.2 结构单元损伤因子

假设结构系统为 m 个单元, 当第 j 个单元发生

损伤时, 其单元刚度矩阵的变化 $\Delta\mathbf{K}_j^e$ 为:

$$\Delta\mathbf{K}_j^e = \mathbf{K}_j^e - \mathbf{K}_{dj}^e = \alpha_j \mathbf{K}_j^e. \quad (13)$$

式中: \mathbf{K}_j^e 和 \mathbf{K}_{dj}^e 分别表示第 j 个单元损伤前后的刚度矩阵; $\Delta\mathbf{K}_j^e$ 表示单元损伤刚度矩阵的变化量; 定义 $\alpha_j \in [0, 1]$ 为单元损伤因子^[12-13], 它表征了单元刚度的减少。当单元无损伤时, $\alpha_j = 0$, 当单元完全失效时, $\alpha_j = 1$ 。

对于结构单元阻尼矩阵的变化:

$$\Delta\mathbf{C}_j^e = \mathbf{C}_j^e - \mathbf{C}_{dj}^e. \quad (14)$$

根据结构比例阻尼的性质, 则有:

$$\Delta\mathbf{C}_j^e = (a\Delta\mathbf{M}_j^e + b\Delta\mathbf{K}_j^e). \quad (15)$$

假设当结构发生损伤时, 质量矩阵不发生变化, 即 $\Delta\mathbf{M}_j^e = 0$, 则有:

$$\Delta\mathbf{C}_j^e = b\alpha_j \mathbf{K}_j^e, \quad j=1, 2, \dots, m. \quad (16)$$

进而, 由式(12)可得单元 j 的第 i 阶残余模态力向量为:

$$\mathbf{R}_{ij}^e = (1 + \lambda_{di} b) \mathbf{K}_j^e \mathbf{u}_{dij}^e \alpha_j. \quad (17)$$

令 $\mathbf{F}_{ij}^e = (1 + \lambda_{di} b) \mathbf{K}_j^e \mathbf{u}_{dij}^e$ 。假设 \mathbf{F}_{ij}^e 为单元 j 的第 i 阶力向量 \mathbf{F}_{ij}^e 按总体自由度扩展后的残余模态力向量, 即单元 j 局部自由度 l 上的力 \mathbf{F}_{ijl}^e 放在结构系统总体自由度 L 位置, $\mathbf{F}_{ijl}^e = \mathbf{F}_{ijL}^e$, 其余值为 0。

对于结构所有单元的第 i 阶模态, 令

$$\mathbf{F}_i = [\mathbf{F}_{i1} \quad \mathbf{F}_{i2} \quad \dots \quad \mathbf{F}_{im}]; \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_m]^T. \quad (19)$$

由式(11)可知:

$$\mathbf{F}_i \boldsymbol{\alpha} = (\lambda_{di}^2 \mathbf{M} + \lambda_{di} \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}_{di}. \quad (20)$$

单元损伤因子向量(简称为单元损伤因子) $\boldsymbol{\alpha}$ 的元素表征了单元损伤的位置和程度。由上式可以看出, 在计算过程中, 使用任一阶模态参数均可得到单元损伤因子向量 $\boldsymbol{\alpha}$, 但是由于各种误差的影响, 在实际应用中一般使用多阶模态参数来对损伤因子向量进行估计。

2 悬臂梁结构仿真实验

为进一步验证基于残余模态力的复杂结构损伤诊断方法, 对悬臂梁结构进行数值仿真实验如图 1 所示。其中: 悬臂梁长度 $L=1$ m, 宽度 $b=0.01$ m, 高度 $h=0.01$ m, 弹性模量 $E=2.1 \times 10^{11}$ Pa, 比例阻尼系数 $a=0.58$, $b=5 \times 10^{-6}$ 。在有限元计算中, 悬臂梁采用 Euler 梁单元, 每个节点具有位移和转角 2 个

自由度，一共划分了 15 个单元。

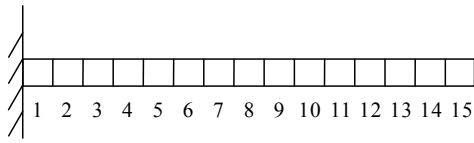


图 1 悬臂梁结构数值仿真

悬臂梁结构数值仿真分别进行 3 种状态的实验，仿真实验状态的设置如表 1 所示，表中损伤程度为结构单元刚度的相对变化量。

表 1 悬臂梁结构损伤仿真实验设置

实验状态	受损单元编号	损伤程度
单处损伤	6.0	0.4
	13.0	0.1
两处损伤	6.0	0.1
	13.0	0.3
多处损伤	3.0	0.3
	6.0	0.4
	8.0	0.1
	13.0	0.2

在 3 种实验状态下前五阶模态复频率如表 2 所示。

表 2 前五阶模态复频率

模态频率	正常状态	单处损伤	两处损伤	多处损伤
1	-0.296 93+52.664i	-0.296 63+51.511i	-0.296 88+52.46i	-0.296 21+49.833i
2	-0.562 33+330.05i	-0.550 54+322.82i	-0.558 62+327.79i	-0.544 31+318.94i
3	-2.425 3+924.18i	-2.315 6+900.13i	-2.346 9+907.06i	-2.273 4+890.7i
4	-8.492+1 811.3i	-8.452 7+1 806.9i	-8.072 5+1 764.3i	-7.882 9+1 742.7i
5	-22.718+2 995.1i	-21.287+2 898i	-21.271+2 896.9i	-19.729+2 788.4i

在仿真实验的求解过程中，式(20)为复数方程。由于计算误差，所求的单元损伤因子向量 α 为复数向量，求解结果显示其虚部都在 10^{-12} 以下量级，远小于其实部，这与假设吻合；因此，可取其部作为 α 的估计值。

计算结果表明，对于悬臂梁结构，利用任一阶模态单元，损伤因子向量 α 的估计均可达到较高的精度；但是对于复杂结构，一般使用多阶模态参数来估计 α ，可以提高估计精度。在本实验中，利用梁的前两阶模态来估计 α ，并取其均值作为结果。3 种损伤状态的前两阶模态振型和单元损伤因子如图 2—4 所示。

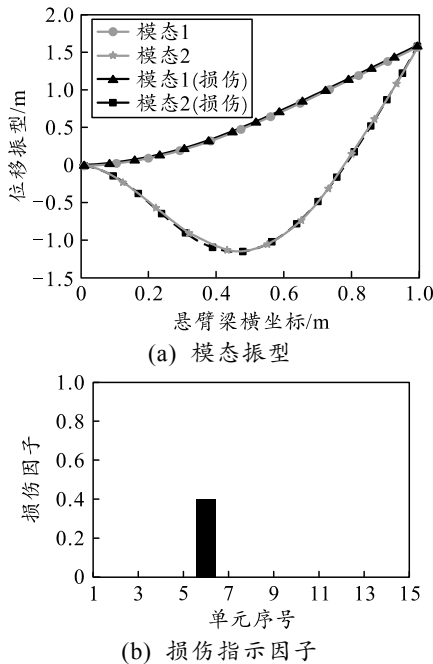


图 2 悬臂梁单处损伤

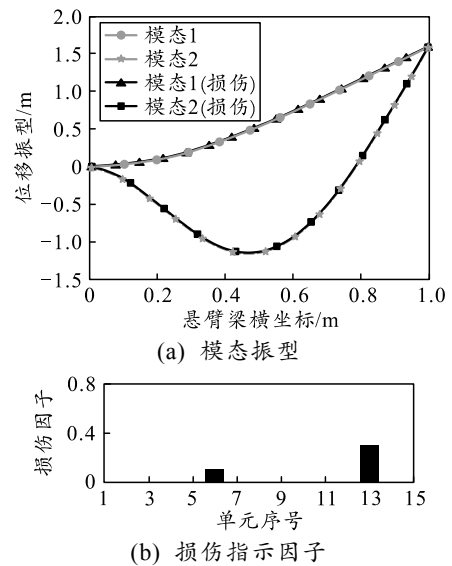


图 3 悬臂梁两处损伤

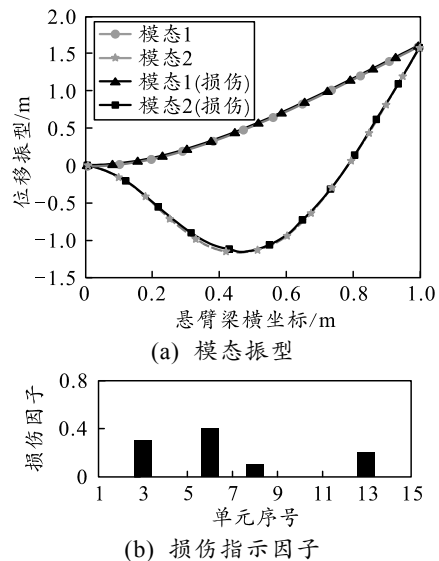


图 4 悬臂梁多处损伤

由数值仿真实验，可以得出以下结论：

1) 由于结构损伤和无损伤时的振动模态参数(即模态频率和模态振型)相差很小，若仅使用模态参数来确定结构损伤位置和损伤程度是非常困难的。理论分析和仿真实验表明，残余模态力向量可作为结构系统存在损伤的指标，进而结构单元损伤因子不仅可指示损伤单元的位置，而且可有效地指示单元损伤的程度。

2) 由于无阻尼系统是比例阻尼的比例系数为0的特殊情况，因此该方法可方便地推广到无阻尼振动系统；对于粘性阻尼系统，也应有相同的结论。

3) 在求解结构单元损伤因子的过程中，利用了无损伤结构参数；因此，该方法在具体应用于工程实践时具有一定的局限性，这可以通过有限元建模和实测数据相结合的方法来解决。

4) 在数值仿真实验中，由于仿真数值为精确值，没有考虑测量噪声的影响，因此损伤诊断结果准确；但是在工程实践中，必须考虑噪声等因素，可以利用多阶模态力，求解关于结构单元损伤因子的超定方程，从而提高损伤识别的精度。

3 结论

针对装备的损伤诊断问题，笔者定义了残余模态力和结构单元损伤因子，重点研究了在比例阻尼状态下，基于残余模态力的结构损伤诊断方法。根据残余模态力定义，其值的变化主要受到刚度矩阵和质量矩阵等因素的影响，结合理论分析和仿真实验表明，得出以下结论：

1) 残余模态力向量中的各元素是与自由度一一对应的。刚度矩阵的变化量 ΔK 与损伤自由度相对应的行均不为零，且结构损伤越严重，对应的残余模态力的绝对值就越大；因而残余模态力不仅能够识别损伤单元的位置，而且能有效地反映单元损伤的程度。如表1和图1—3所示，对于编号6单元，当损伤程度为0.1和0.4时，对应的残余模态力的绝对值的比例刚好为1:4，其损伤位置显示在编号6单元。

2) 如图1—4所示，利用残余模态力是能够有效地识别悬臂梁结构的单处损伤、两处损伤和多处损伤；因此，残余模态力向量可以作为识别结构系

统存在损伤的指标。

3) 影响残余模态力损伤诊断精度的前提条件在于质量矩阵、刚度矩阵的正确性，这一点可以通过建立结构的有限元模型来解决；因此，确保了基于残余模态力的悬臂梁结构损伤诊断方法的可靠性。

4) 结构单元因子受复杂结构损伤部位的影响比较小，即对于不同部位的损伤均能有效识别。

总之，利用残余模态力及结构单元损伤因子能够准确地识别装备悬臂梁结构的损伤类型及其位置和程度等信息。对于装备悬臂梁结构诊断，该方法是科学有效的。

参考文献：

- [1] 王瑞奇, 遂程. 基于 EMD 与 RVM-GM 模型的故障率预测[J]. 兵器装备工程学报, 2018(7): 127-130.
- [2] 孙旭升, 周刚, 于洋, 等. 机械设备故障预测与健康管理综述[J]. 兵工自动化 2016, 35(1): 30-33.
- [3] 崔建国, 刘宝胜. 基于小波包和支持向量机的舰用发动机故障诊断[J]. 火力与指挥控制, 2016, 41(6): 181-184.
- [4] 郑铤, 张琳, 汤煜, 等. 基于小波变换与 SVM 的复杂装备故障诊断研究[J]. 火力与指挥控制, 2016, 4(6): 104-107.
- [5] 贺思艳, 任利娟, 田新诚. 基于卷积神经网络的滚动轴承故障诊断[J]. 兵工自动化 2019, 38(3): 39-41.
- [6] 王莹, 宋书中, 马建伟. 遗传算法支持向量机在故障诊断中的应用[J]. 火力与指挥控制, 2012, 37(8): 102-104.
- [7] 乔海燕. 一维梁结构损伤 PZT 压电阻抗法实验研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2010.
- [8] 李晓帆. 基于小波变换的古建筑木结构多尺度损伤分析[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2013.
- [9] REN W X, DE R G. Structural damage identification using modal data. I: Simulation Verification[J]. Struct. Eng., 2011, 128: 87-95.
- [10] 郑仲浪. 基于模态参数的悬臂梁损失识别研究[J]. 起重运输机械, 2014(2): 69-71.
- [11] 管德清, 汤博文, 荣政. 基于转角模态小波神经网络的结构损伤识别方法[J]. 科学与工程, 2014, 30(1): 44-48.
- [12] 刘寒冰, 焦峪波, 程永春. 基于模态曲率理论及神经网络的简支梁桥损伤识别[J]. 吉林大学学报(工学版), 2011, 41(4): 963-967.
- [13] 滕海文, 王涛, 苏明于. 基于 Coiflet 连续小波的简支梁结构模态参数识别[J]. 北京工业大学学报, 2009, 35(11): 1473-1477.