

doi: 10.7690/bgzdh.2022.08.014

基于改进序列二次规划的非线性控制分配

蹇恒浩, 石鹏飞, 王敏文, 王跃萍
(航空工业西安飞行自动控制研究所, 西安 710065)

摘要: 针对多操纵面飞机舵面偏转角与力矩系数之间的非线性问题, 提出一种改进粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)和序列二次规划算法(sequential quadratic programming, SQP)相结合的方法来解决非线性控制分配问题。以飞翼模型为对象, 对模型舵效进行分析, 在舵效非线性的情况下, 采用拟合函数的方法来表示舵效的非线性; 对粒子群算法进行改进, 采用拟牛顿法及线搜索方法对序列二次规划方法进行改进, 并对改进后算法的拟合效果进行比较; 在线性舵效与非线性舵效下进行仿真对比, 验证了算法的有效性。仿真结果表明: 该算法能提高粒子群算法的全局搜索能力, 保证分配的准确性。

关键词: 多操纵面; 粒子群算法; 序列二次规划法; 非线性控制分配

中图分类号: V249.1 文献标志码: A

Nonlinear Control Allocation Based on Improved Sequential Quadratic Programming

Qian Henghao, Shi Pengfei, Wang Minwen, Wang Yueping
(AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an 710065, China)

Abstract: Aiming at the nonlinear problem between the control surface deflection angle and the moment coefficient of an aircraft with multiple control surface, an improved particle swarm optimization (PSO) algorithm combined with sequential quadratic programming (SQP) algorithm was proposed to solve the nonlinear control allocation problem. Taking the flying wing model as the object, the rudder effectiveness of the model is analyzed, and in the case of nonlinear rudder effectiveness, the method of fitting function is used to represent the nonlinearity of rudder effectiveness; the particle swarm algorithm is improved, and the sequential quadratic programming method is improved by using quasi-Newton method and line search method; and the fitting effect of the improved algorithm is compared; The effectiveness of the algorithm is verified by simulation comparison between linear and nonlinear rudder effects. The simulation results show that the algorithm can improve the global search ability of the particle swarm algorithm and ensures the accuracy of the allocation.

Keywords: multiple control surfaces; particle swarm optimization; sequential quadratic programming; nonlinear control allocation

0 引言

采用多操纵面先进气动布局的飞机为未来飞机的发展指明了方向, 不仅可以提高飞机的机动、安全和可靠性, 而且可满足更多的任务需求。多操纵面和飞机操纵面的不同组合可以实现相同的控制效果, 提高了飞行的可靠性, 同时也使飞机控制变得灵活, 可以满足更多的飞行控制目标, 但多操纵面气动特性复杂, 如何在满足操纵面约束情况下, 更好地控制多个舵面协调偏转成为关键问题; 因此, 开展控制分配技术研究成为一种必然结果^[1]。

控制分配技术不仅应用于飞机上, 而且在导弹^[2]、水下机器人^[3]、卫星^[4]等多个领域也进行了深入研究。目前, 国内外许多研究都是以线性舵效为基础进行控制分配设计, 主要有广义逆法、串接链、几何法和线性规划等方法。在大多数情况下,

舵面效应都是非线性的, 甚至舵面之间还存在耦合问题, 呈现出剧烈的非线性, 以线性舵效进行分配, 必定存在分配误差。

对于舵效非线性控制分配问题, 国内外专家对此进行了深入研究: 文献[5]对舵效进行分段线性化处理, 将非线性问题转为线性规划问题进行求解; 文献[6]针对大迎角飞行时力矩系数与舵偏角之间的非线性与耦合问题, 提出一种基于舵面位置反馈的非线性控制分配问题; 文献[7]考虑多操纵面飞机的非线性控制分配问题, 设计一种非线性角速度跟踪控制器, 并通过仿真验证了方法的有效性。笔者主要分析舵效非线性情况下的多操纵面控制分配问题。

序列二次规划算法(SQP)^[8]作为求解非线性约束问题的有效方法, 具有极强的局部搜索能力, 但

收稿日期: 2022-04-06; 修回日期: 2022-05-28

作者简介: 蹇恒浩(1997—), 男, 陕西人, 硕士, 从事导航、制导与控制研究。E-mail: qhenghao@163.com。

其本身的全局搜索能力较弱，并且 SQP 算法对初值特别敏感，单独使用不一定能找到真正的最优解。粒子群算法(PSO)随机产生初始群体，对初值不敏感，通过对算法进行改进^[9]，可提高算法的全局搜索能力，获得全局最优解。笔者结合改进的 PSO 算法与 SQP 算法，来实现多舵面飞机的非线性控制分配，并对分配问题进行仿真验证。

1 问题描述

1.1 控制分配问题

假设飞机的期望控制量为 $v(t) \in R^k$ ，即为虚拟控制指令，实际操纵面偏转量为 $u(t) \in R^m$ ，则实际舵偏 $u(t)$ 与虚拟控制指 $v(t)$ 存在如下关系：

$$v(t) = g(u(t)) \quad (1)$$

其中： $m > k$ ，虚拟控制指令一般为期望三轴力矩或三轴力矩系数；映射 g 为实际舵偏到虚拟舵指令的非线性映射。对于线性映射关系可表示为：

$$v(t) = \mathbf{B} \times u(t) \quad (2)$$

式中 \mathbf{B} 为控制效率矩阵， $\mathbf{B} \in R^{k \times m}$ ， $\text{Rank}(\mathbf{B})=k$ 。

操纵面的限制条件为：

$$\underline{u} \leq u \leq \bar{u} \quad (3)$$

式中 \underline{u} 与 \bar{u} 分别由各个舵面的最小和最大位置约束和速率约束共同决定^[10]。

1.2 飞机模型

以图 1 所示的飞翼布局飞机作为研究对象，其舵面的位置及约束如表 1 所示。

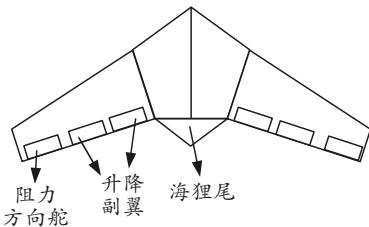


图 1 飞翼模型

表 1 舵面名称及位置约束

舵面	位置约束/(°)
$\delta_{1r}, \delta_{1l}, \delta_{2r}, \delta_{2l}$	-25~30
δ_{rr}, δ_{rl}	0~60
$\delta_{hlwup}, \delta_{hlwlow}$	0~40

由图 1 及表 1 可知，飞机模型中 $\delta_{1r}, \delta_{1l}, \delta_{2r}, \delta_{2l}$ 为左右升降副翼，舵面偏角范围为 $[-25^\circ, 30^\circ]$ ，用来控制飞机的俯仰与滚转； δ_{rr}, δ_{rl} 为左右开裂式阻力方向舵，舵面偏角范围为 $[0^\circ, 60^\circ]$ ，主要控制偏航运动； $\delta_{hlwup}, \delta_{hlwlow}$ 为上下海狸尾，舵偏角范围为 $[0^\circ, 40^\circ]$ ，只对俯仰运动有影响。

1.3 舵效分析

飞翼布局飞机操纵面的耦合效应及非线性效应格外突出，采用全局舵效来描述舵面与力矩系数的关系将产生极大误差。飞翼布局舵面的非线性特性可分为 2 种：1) 舵面间的耦合效应造成的耦合非线性；2) 操纵面偏转角与力矩之间的非线性关系。笔者主要针对操纵面偏转角与力矩系数之间的非线性特性进行分析。

在状态点 $ma=0.4$ ，迎角为 6° 时，以右侧舵面为例，分析舵面偏转角与三轴力矩系数之间的关系，其关系曲线如图 2—4 所示。

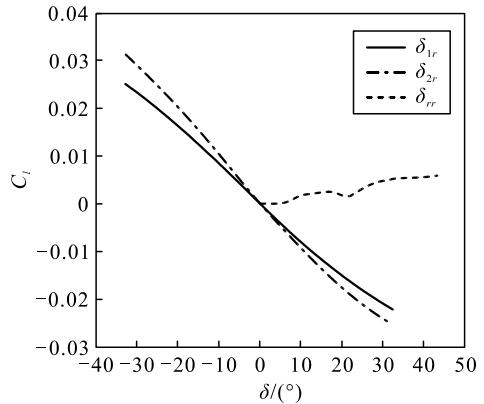


图 2 滚转力矩系数与舵偏的关系

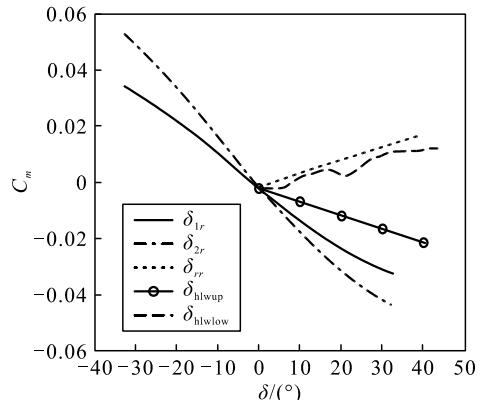


图 3 倾仰力矩系数与舵偏的关系

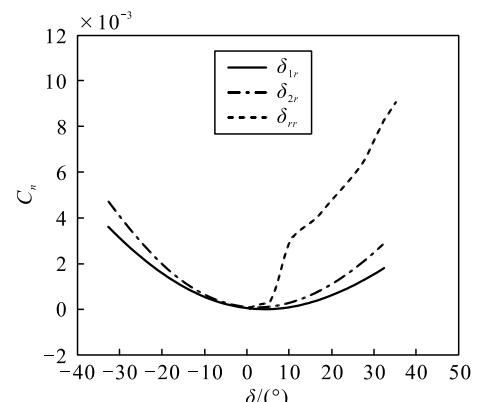


图 4 偏航力矩系数与舵偏的关系

由上图可知：由于上下 2 片海狸尾位于飞机中轴线，故仅对俯仰力矩有影响，并且呈现出良好的线性关系，滚转力矩系数与俯仰力矩系数对舵偏呈现出单调非线性特性，偏航力矩系数与舵偏之间呈现出明显的非单调非线性特性，且当舵偏变化较大时，偏航操纵舵面舵效会有明显的差异。若使用全局线性化舵效进行分配计算，必定会产生较大的分配误差，对分配结果造成影响。笔者拟采用多项式^[11]来拟合舵效曲线，进而分析舵面单调及非单调非线性特性下的控制分配问题。

2 舵面分配算法

PSO 实现简单、精度高、收敛迅速，对初值不敏感，但容易陷入局部最优解，对算法进行优化，可使其具有较好的全局搜索能力；SQP 作为求解非线性约束优化问题最有效的方法之一，具有收敛性快速、效率高、边界搜索能力强的优点，但该算法对初值敏感，会对分配结果产生较大影响，需对算法进行改进。

2.1 改进粒子群算法

PSO 算法作为一种群体智能搜索算法，随机产生初始种群中个体位置与速度信息，然后通过模拟种群个体间速度与位置的变化来求解优化问题，展现出比传统算法更加优异的特性。其算法的更新公式如下：

$$\begin{aligned} V_i &= w \times V_i + c_1 \times \text{rand} \times (\text{pbest}_i - x_i) + \\ &\quad c_2 \times \text{rand} \times (\text{gbest}_i - x_i); \end{aligned} \quad (4)$$

$$x_i = x_i + V_i. \quad (5)$$

式中： $i=1, 2, \dots, N$ ， N 为种群中粒子总数； V 为粒子速度； x_i 为粒子的当前位置； w 为惯性因子； c_1 和 c_2 为学习因子； rand 为 $(0, 1)$ 之间的随机数； pbest 为个体最优值； gbest 为群体最优值。

由于传统 PSO 算法容易陷入局部最优，并且算法后期出现算法收敛慢且效率低的问题。因此需对算法进行改进。

1) 将学习因子 c_1 以线性形式递减， c_2 以线性形式递增，在算法前期具有较强的局部搜索能力，在算法后期，增加群体最优对粒子的影响，提高全局搜索能力。同时，让权重因子 w 线性递减，提高算法的收敛精度。

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= c_{10} - t/\text{maxgen} \\ c_2 &= c_{20} + t/\text{maxgen} \\ w &= w_0 - (w_0 - w_1) \times t/\text{maxgen} \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

式中： c_{10} ， c_{20} 为学习因子初值； t 为迭代次数； maxgen 为最大迭代次数； w_0 和 w_1 为初始与终止权重。

2) 根据轮盘赌原理，群体中个体被选择的概率和其适应度值成正比，设个体表示为 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ ， n 为群体总数；适应度值为 $f(x_i)$ ， $(i=1, 2, \dots, n)$ 。则群体中每个个体被选择的概率为：

$$P(x_i) = f(x_i) / \sum_{i=1}^n f(x_i), i=1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

个体累积概率为：

$$q_i = \sum_{j=1}^i P(x_j). \quad (8)$$

通过在 $[0, 1]$ 区间产生伪随机数 r ，若 $r < q_i$ ，则该个体符合要求，并将其作为群体最优值，代入速度与位置更新公式中。通过轮盘赌法可以有一定概率选择其他优化值，从而跳出局部最优，增加算法的全局搜索能力。

2.2 序列二次规划

SQP 将非线性约束问题转化为简单的二次规划问题，每次通过求解一个二次规划子问题来确定前进方向，采用搜索算法确定步长，不断循环，直到找到原问题的最优解。

对于含有一般非线性约束的数学规划问题：

$$\begin{aligned} \min f(X) \\ \text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{g}_u(X) \leq 0, u=1, 2, \dots, p \\ \mathbf{h}_v(X) \leq 0, v=1, 2, \dots, m. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

式中： X 为变量； $f(X)$ 为目标函数； $\mathbf{g}_u(X)$ 为非线性不等式约束函数； $\mathbf{h}_v(X)$ 为非线性等式约束函数； u 为不等式个数； v 为等式个数。

通过泰勒展开可将含有非线性约束的数学规划问题转化为含有线性约束的简单二次规划问题。

其二次规划子问题为：

$$\begin{aligned} \min 0.5 \times d_k^T \times \mathbf{B}_k \times d_k + \nabla f(x)^T \times d_k \\ \text{s.t.} \begin{cases} \nabla \mathbf{g}_u(X) \times d_k + g_u(X) \leq 0, u=1, 2, \dots, p \\ \nabla \mathbf{h}_v(X) \times d_k + h_v(X) \leq 0, v=1, 2, \dots, m. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

式中： d_k 为二次规划子问题中的最优解，也是迭代的前进方向； $\nabla f(X)$ 为 $f(X)$ 的梯度函数； $\nabla \mathbf{g}_u(X)$ 和 $\nabla \mathbf{h}_v(X)$ 分别为不等式与等式约束函数的雅各比矩阵； \mathbf{B}_k 为拉格朗日函数的 Hessian 矩阵，该拉格朗日函数为：

$$L(x, \mu, \lambda) = f(X) + \boldsymbol{\mu} \times g_u(X) + \boldsymbol{\lambda} \times h_v(X). \quad (11)$$

式中 $\boldsymbol{\mu}$ 和 $\boldsymbol{\lambda}$ 分别为不等式约束与等式约束的乘子

向量。

根据线搜索寻找步长 α , 步长应满足以下条件:

$$\begin{aligned} f(x_k + \alpha d_k) - f(x_k) &\leq \gamma_1 \alpha \nabla f(x_k)^T d_k \\ |\nabla f(x_k + \alpha d_k)^T d_k| &\leq \gamma_2 |\nabla f(x_k)^T d_k|. \end{aligned} \quad (12)$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha \times d_k. \quad (13)$$

式中: γ_1, γ_2 为系数, 一般 $0 < \gamma_1 < \gamma_2 < 1$, 笔者取 $\gamma_1=0.8, \gamma_2=0.8$; x_{k+1} 为 $k+1$ 次迭代值; $f(X), \nabla f(X)$ 为目标函数及其梯度。

采用修正 BFGS 法即拟牛顿法计算拉格朗日函数的 Hessian 矩阵, 其形式为:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \frac{y_k \times y_k^T}{y_k^T \times S_k} - \frac{\mathbf{B}_k \times S_k \times (\mathbf{B}_k \times S_k)^T}{S_k^T \times \mathbf{B}_k^T \times S_k}. \quad (14)$$

式中: $S_k = \alpha \times d_k$; $y_k = \nabla_x L(x_{k+1}, \mu, \lambda) - \nabla_x L(x_k, \mu, \lambda)$ 。

结合改进 PSO 与 SQP 算法, 算法的流程如图 5 所示。

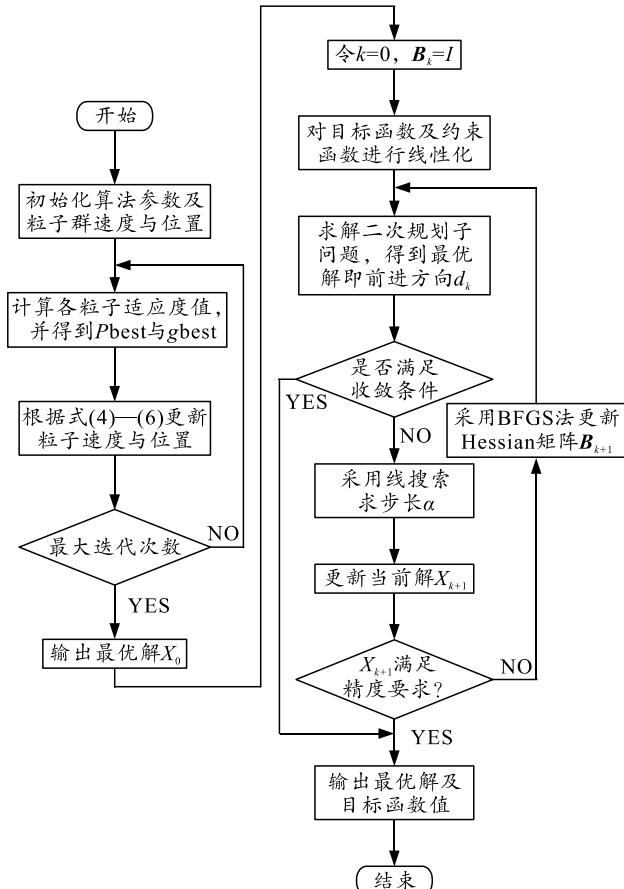


图 5 算法流程

3 仿真验证

3.1 改进前后粒子群算法仿真

为了证明改进后的 PSO 算法具有较好的全局搜索性能, 故对改进前后的 PSO 算法进行仿真

验证。

参数设置: 初始学习因子 $c_1=2, c_2=1, c_{10}=2, c_{20}=1$; 权重因子 $w=0.8, w_0=0.8, w_1=0.4$; 种群总数为 20; 最大迭代次数为 maxgen=30。

设置粒子位置限制为 [0, 27], 粒子速度限制为 [-1, 1]。设置评价函数为:

$$f(x) = 2 \times x \times \sin(x) - x \times \cos(3 \times x). \quad (15)$$

根据以上参数对算法进行仿真, 改进前后的算法适应度值如图 6 所示, 最优值如图 7、8 所示。

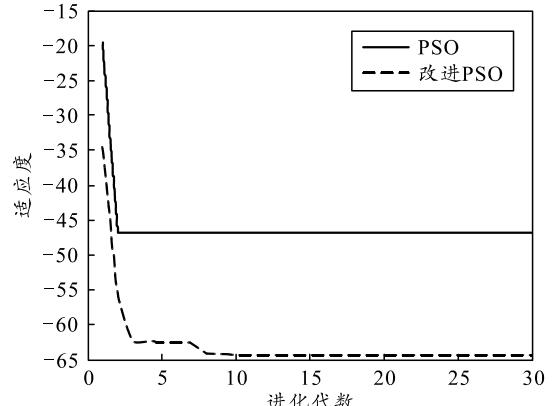


图 6 适应度值变化

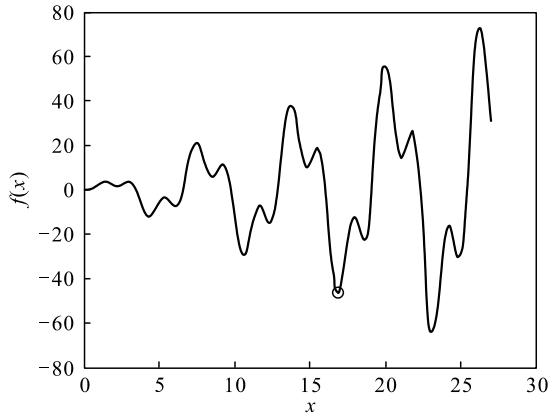


图 7 PSO 获得的最优值

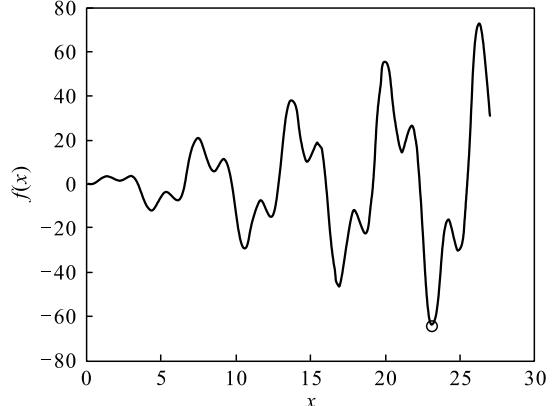


图 8 改进 PSO 获得的最优值

由改进前后仿真曲线可以看出: 在迭代次数与

种群总数相同的情况下,由图 6 可看出曲线趋于水平,说明改进前后算法均找到了最优解;但改进后的算法可以得到的适应度值更低,说明找到了更优解。并且,由图 7、8 可看出:改进后算法相比于改进前算法获得了更优解,说明改进后的算法克服了标准算法容易陷入局部最优的缺点,具有更强的全局搜索能力。

3.2 控制分配算法仿真

为验证改进后的 PSO+SQP 算法的有效性,分别采用离散形式和连续形式的三轴力矩系数进行仿真。

设定粒子群算法评价函数为:

$$J = |C_l - C'_l| + |C_m - C'_m| + |C_n - C'_n| \quad (16)$$

其中: C_l, C_m, C_n 为期望三轴力矩系数; C'_l, C'_m, C'_n 为实际三轴力矩系数。

控制分配指标为最小分配误差,其具体表达式为:

$$\begin{aligned} J &= \min \|W_V \times (\mathbf{B}_e \times u - v)\|_2 \\ \text{s.t. } u_{\min} &\leq u \leq u_{\max} \end{aligned} \quad (17)$$

式中: W_V 为加权矩阵,本文中 $W_V = \text{diag}([1 \cdots 1 \cdots 1])$; \mathbf{B}_e 为舵效矩阵; u 为舵面偏转角度, rad; v 为三轴力矩系数,即 $v = [C_l, C_m, C_n]$ 。

参数初始化,改进 PSO 迭代次数为 60, 种群数量为 20, 粒子群位置限制即为舵面限制值;序列二次规划算法最大迭代次数选为 6 000 次;初始舵偏为 $x_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$ 。

给定离散力矩系数为 $v = [8e-5, 8e-5, 3e-5]$, 算法结果如表 2 所示。

表 2 算法分配结果

算法	实际力矩系数	迭代次数
改进前	$1e-4 \times [0.7956, 0.7956, 0.2984]$	5 328
改进后	$1e-4 \times [0.7971, 0.7971, 0.2986]$	3 809

由上表可以看出:在相同初值条件下,改进前后算法均取得很好的分配效果,但可以明显看出改进后算法得到的实际力矩系数与期望力矩系数更加接近,并且在达到稳态值时,改进后的算法拥有更少的迭代次数,提高了速度。

给定连续的三轴力矩系数曲线,其中滚转力矩系数曲线为 $C_l = (5e-4) \times \sin(7.5x)$;俯仰力矩系数曲线为 $C_m = (4e-4) \times x - (4e-4)$; 偏航力矩系数曲线为 $C_n = (1e-4) \times \sin(7.5x)$; 在相同初始条件下,选择不同的迭代次数对 2 种算法进行控制分配,得到的仿真

结果如图 9、10 所示。

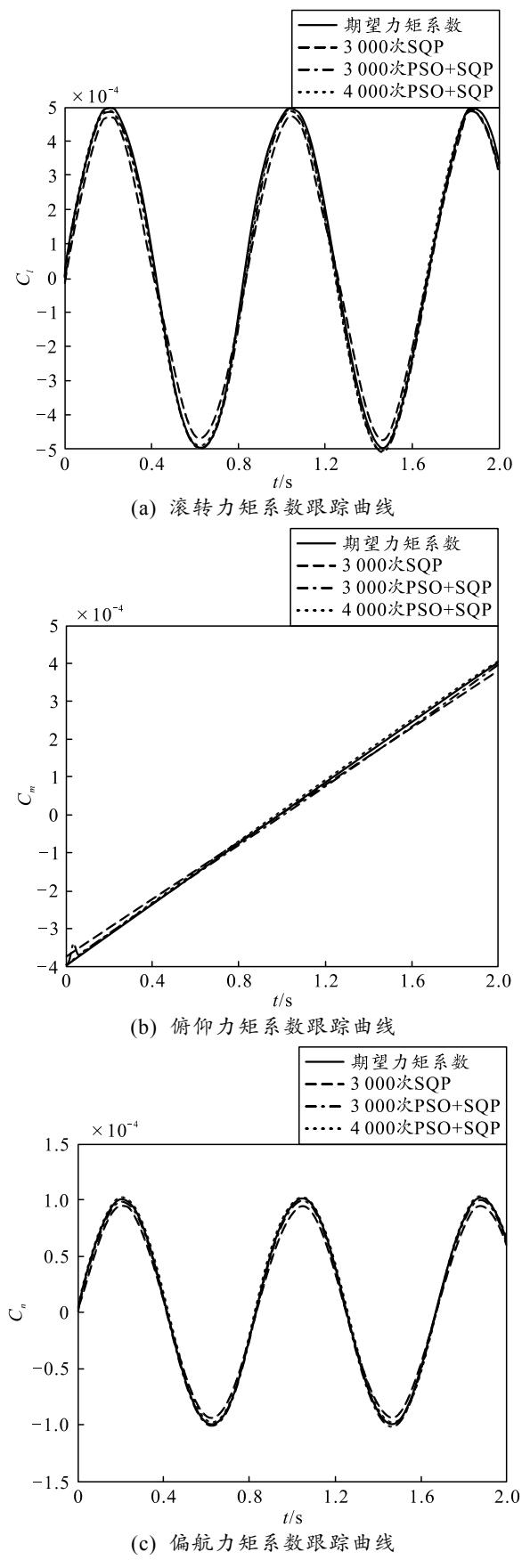


图 9 三轴力矩系数跟踪

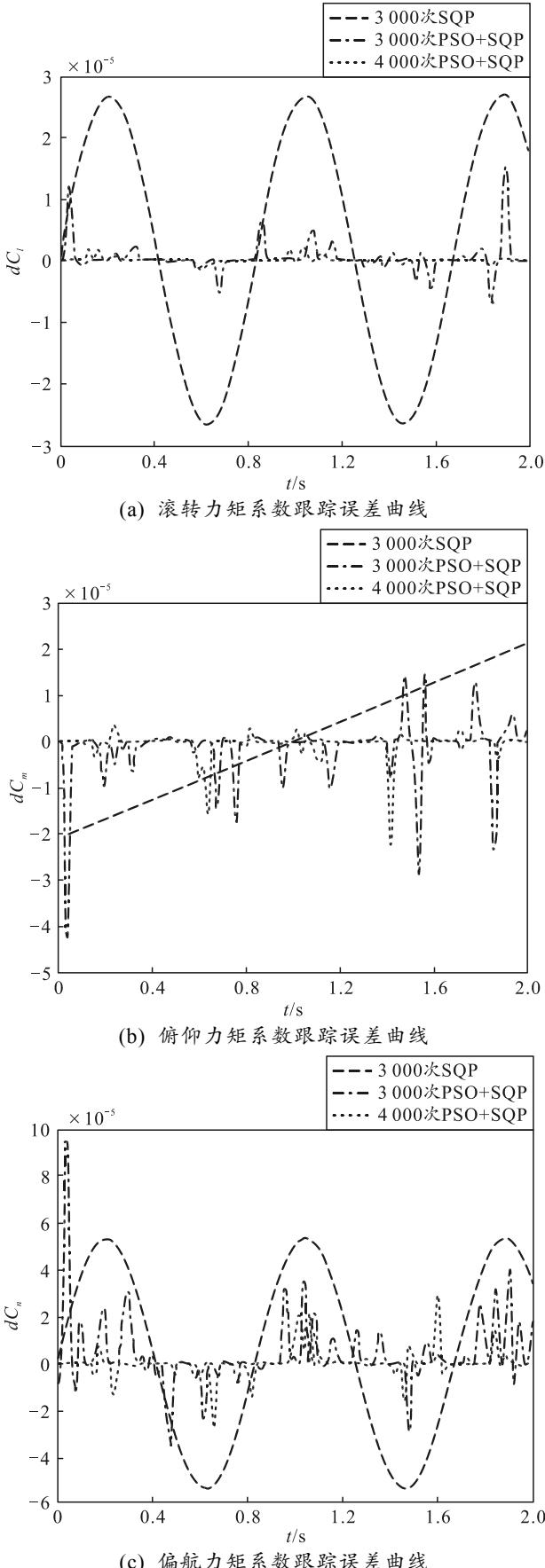


图 10 三轴力矩系数跟踪误差

由图 9 可看出: 在初值与迭代次数相同且均为 3 000 次时, 改进后算法虽存在小偏差, 但总能跟踪上期望力矩系数, 而改进前算法有时不能达到期望力矩, 说明改进后的算法克服了初值对算法的影响, 提高收敛速度; 由图 10 可看出, 改进后算法的跟踪误差明显小于改进前算法, 说明在迭代次数相同时, 改进后算法能够更快的达到稳态, 跟踪效果更好。

采用相同算法, 迭代次数为 4 000 次时的期望力矩曲线比迭代 3 000 次时的更加平滑, 跟踪算法效果更好; 通过对误差曲线图可以看出, 迭代 3 000 次的误差明显大于迭代 4 000 次的误差; 因此, 采用改进后的算法, 随着迭代次数的增加, 算法跟踪效果越好, 误差越小。

3.3 不同舵效下仿真

给定期望三轴力矩系数, 在线性舵效采用不动点^[1]迭代法和在非线性舵效下采用本文中方法进行仿真, 结果如图 11—13 所示。

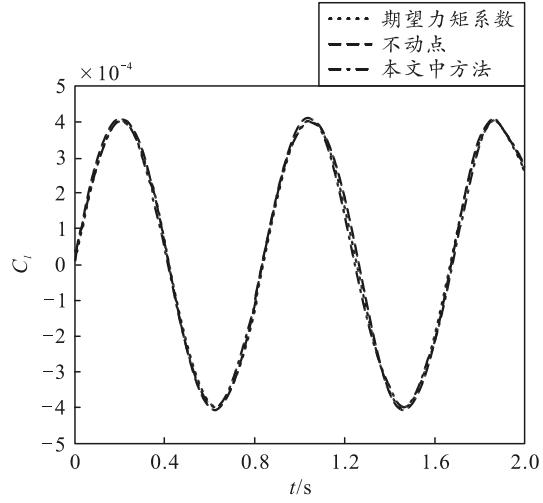


图 11 滚转力矩跟踪

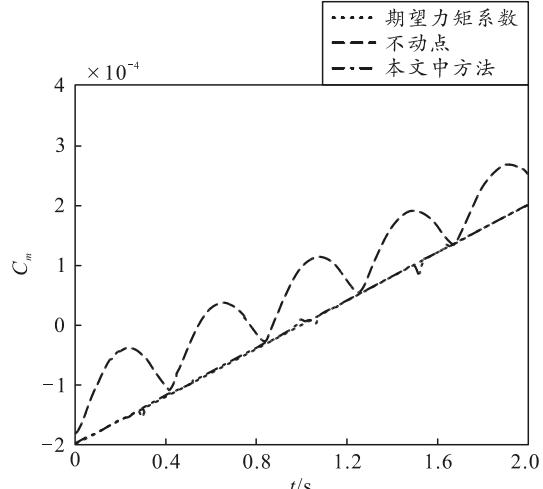


图 12 俯仰力矩跟踪

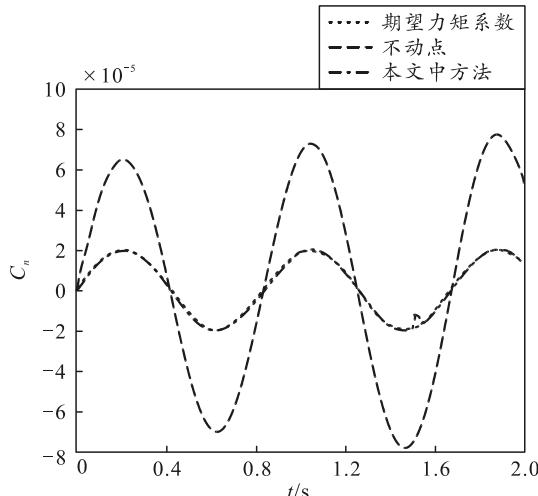


图 13 偏航力矩跟踪

由上图可看出：在线性舵效下，采用不动点迭代法得到的滚转力矩跟踪效果较好，俯仰力矩与偏航力矩跟踪误差较大，跟踪效果差；使用本方法在非线性舵效下的三轴跟踪效果均较好，误差较小。

4 结束语

笔者主要分析舵面偏转角与力矩系数之间存在非线性的问题，并采用拟合函数来反映这种特性。仿真结果表明：该方法在舵效非线性的情况下，可以实现力矩指令的准确分配；同时，该方法具有初值不敏感性，并可有效减少达到稳态值的迭代次数，加快算法速度。

通过对线性舵效与非线性舵效的分配跟踪效果，在考虑舵效的非线性特性时，采用该方法克服了线性舵效下控制分配误差较大，跟踪效果差的缺点，从而保证分配的准确性。

(上接第 57 页)

- [14] ZHANG D, KABUKA M R. Combining Weather Condition Data to Predict Traffic Flow: A GRU Based Deep Learning Approach: 2017 IEEE 15th Intl Conf on Dependable, Autonomic and Secure Computing, 15th Intl Conf on Pervasive Intelligence and Computing, 3rd Intl Conf on Big Data Intelligence and Computing and Cyber Science and Technology Congress[C]. Orlando, FL: IEEE, 2018.
- [15] CHUNG J, GULCEHRE C, CHO K H, et al. Empirical Evaluation of Gated Recurrent Neural Networks on Sequence Modeling[J/OL]. Eprint Arxiv: [2021-08-05]. <https://arxiv.org/abs/1412.3555>.
- [16] XIE X, WANG B, WAN T, et al. Multivariate Abnormal Detection for Industrial Control Systems Using 1D CNN

参考文献：

- [1] 史静平, 曲晓波. 多操纵面飞机控制分配理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2017: 124-125.
- [2] 黄鲁豫, 徐胜利, 张明环. 基于序列二次规划法的导弹 鸣舵/尾舵复合控制技术研究[J]. 空天防御, 2019, 2(3): 38-43.
- [3] 李岳明, 王小平, 张军军, 等. 基于改进二次规划算法的 X 舵智能水下机器人控制分配[J]. 上海交通大学学报, 2020, 54(5): 524-531.
- [4] 陈轩, 程月华, 姜斌, 等. 基于动态控制分配的卫星姿 态控制系统容错控制[J]. 控制工程, 2014, 21(S1): 8-13.
- [5] BOLENDER M, DOMAN D. A method for the determination of the attainable moment set for non-linear control effectors[C]//Proceedings of IEEE aerospace conference. 2003: 2773-2781.
- [6] 吕永奎, 章卫国, 史静平, 等. 基于舵面位置反馈的实 用非线性控制分配方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(6): 1176-1184.
- [7] 李恒, 张友安, 孙富春, 等. 多操纵面飞机全局集合稳 定非线性自适应动态控制分配[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 379-384.
- [8] 孙丰诚, 孙健国. 基于序列二次规划算法的发动机性 能寻优控制[J]. 航空动力学报, 2005, 20(5): 862-867.
- [9] 王发威, 王小平, 刘勤, 等. 基于 QPSO 算法的自抗扰 控制器设计及参数整定[J]. 飞行力学, 2011, 29(2): 45-48.
- [10] 张栋, 李春涛, 杨艺. 飞翼无人机舵面控制分配技术 [J]. 兵工自动化, 2014, 33(3): 58-64.
- [11] POONAMALLEE V L, YURKOVICH S, SERRANI A. A nonlinear programming approach for control allocation[C]//Proceedings of the American control conference. 2004: 1689-1694.
- ***** and GRU[J]. IEEE Access, 2020, 8: 88348-88359.
- [17] CHENG Y, YAO L, XIANG G, et al. Text Sentiment Orientation Analysis Based on Multi-Channel CNN and Bidirectional GRU With Attention Mechanism[J]. IEEE Access, 2020, 8: 134964-134975.
- [18] DEC A, HCK B, MHK C. Sequence-based modeling of deep learning with LSTM and GRU networks for structural damage detection of floating offshore wind turbine blades[J]. Renewable Energy, 2021, 174: 218-235.
- [19] HUANG H, XU H H, WANG X H, et al. Maximum F1-score criterion based discriminative feature compensation training algorithm for automatic mispronunciation detection[J]. Tien Tzu Hsueh Pao/Acta Electronica Sinica, 2015, 43(7): 1294-1299.