

doi: 10.7690/bgzdh.2022.02.016

# 基于无迹卡尔曼滤波算法的弹道落点预测方法

魏五洲<sup>1</sup>, 霍李<sup>2</sup>, 李军明<sup>1</sup>, 谷金宇<sup>1</sup>

(1. 中国人民解放军 63861 部队, 吉林 白城 137001; 2. 中国人民解放军 63853 部队, 吉林 白城 137001)

**摘要:**为解决靶场理论弹道和外测飞行目标实时信息预测落点预测时间长,不能清晰及时预测飞行轨迹等问题,提出一种改进的弹道落点预测方法。从弹道模型出发建立基准模型坐标系,将外测设备参数配置于基准模型坐标系,实时采集的外测设备数据采用无迹卡尔曼滤波(unscented kalman filtering, UKF)算法滤波处理后获得融合轨迹,并通过 Runge-Kutta 算法进行外推计算以进行落点预报。经 Matlab 仿真分析和实际效果验证,该方法的结果更加精确且适用性更强。

**关键词:** Runge-Kutta 算法; 弹道外推; 落点预报; 无迹卡尔曼滤波算法

**中图分类号:** TJ76 **文献标志码:** A

## Ballistic Impact Point Prediction Method Based on UKF Algorithm

Wei Wuzhou<sup>1</sup>, Huo Li<sup>2</sup>, Li Junming<sup>1</sup>, Gu Jinyu<sup>1</sup>

(1. No. 63861 Unit of PLA, Baicheng 137001, China; 2. No. 63853 Unit of PLA, Baicheng 137001, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the impact point prediction time is too long and the flight trajectory can not be predicted clearly and timely, an improved impact point prediction method is proposed. A reference model coordinate system is established based on the trajectory model, the parameters of the tracking equipment are configured in the reference model coordinate system, and the tracking equipment data collected in real time is filtered by an unscented Kalman filtering (UKF) algorithm to obtain a fusion trajectory. The Runge-Kutta algorithm is used to extrapolate and predict the impact point. Through Matlab simulation analysis and actual effect verification, the results of this method are more accurate and more applicable.

**Keywords:** Runge-Kutta algorithm; trajectory extrapolation; impact point prediction; UKF algorithm

## 0 引言

落点预报是指由当前的弹道参数计算落点参数,即根据检测获得的弹道信息对弹道的落点位置以及区域进行预测。落点预报的准确性对于快速寻找落点、确定落点安全区域、安全控制等至关重要。对于落点散布范围大的弹丸,落区监测设备经常会失效,这时一般依靠弹道雷达数据进行落点预报<sup>[1]</sup>。现有雷达在研制时,落点预报只是一个辅助功能,仅给出简单的拟合外推功能,预报精度不高,无法为落点寻找提供可靠参考。为了得到数据中的最优结果,靶场测试中采用过加权最小二乘法<sup>[2]</sup>、混合最小二乘法<sup>[3]</sup>、补偿最小二乘法<sup>[4]</sup>等方法。实时测控表明:最小二乘法适合对稳态系统进行大量观测且观测量噪声基本稳定的系统进行高精度的状态估计,而卡尔曼滤波则更适合对突变或渐变系统且观测噪声不稳定的系统进行状态重建。

## 1 弹道落点系统

在远射程武器系统试验中,实时数据处理是靶

场测量和目标控制的核心环节。核心任务是对多种设备的测量数据进行滤波融合处理,准确性直接影响试验指挥决策、目标控制、被引导设备的目标捕获以及落点预报和安控判决等。由于数据种类的多源性和实时性,数据滤波融合算法在实时数据处理中的应用仍不完善。外弹道实时数据融合处理主要存在以下问题:

1) 无法满足多种类型数据实时滤波需求。现有的滤波算法大多适用于对随机差方差固定的坐标测量数据进行处理;但靶场光学与雷达测量设备的坐标测量随机差具有“喇叭”型的变化趋势,误差幅值大致与目标距离成正比,如不能对该类数据进行有效滤波,则无法实现 3 维位置的高精度融合处理。

2) 实时 3 维速度解算的偏差较大。3 维速度解算精度直接决定落点预报的准确性。以场区现有设备所测坐标数据微分平滑后求取目标速度,结果偏差大,无法用于落点预报和安控。

据此,笔者从弹道模型出发,提出一种基于无迹卡尔曼滤波(UKF)计算的改进型落点预测方法,

收稿日期: 2021-10-18; 修回日期: 2021-11-28

作者简介: 魏五洲(1974—),男,河南人,硕士,高级工程师,从事试验数据处理研究。E-mail: wwz61094@126.com。

建立了精细化的弹道模型，完整分析了影响弹道落点精度的各类因素，为弹道落点预测系统制定了适用性较强的配置策略。如图 1 所示。

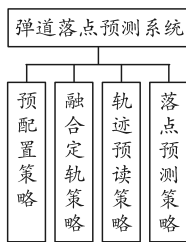


图 1 弹道落点系统策略

预配置策略用于预先配置所述外测设备。预配置策略包括基准模型坐标系，将所述外测设备配置于所述基准模型坐标系<sup>[5]</sup>。融合定轨策略用于根据实时获取每一台外测设备的检测数据生成对应的融合轨迹，融合定轨策略以预设的融合定轨算法处理得到的若干检测数据以生成融合轨迹。融合定轨算法采用无迹卡尔曼滤波算法<sup>[6]</sup>对各个检测数据进行滤波以得到滤波轨迹，再将滤波轨迹进行融合以得到融合轨迹。轨迹预读策略通过误差校正和指数随机 Runge-Kutta 算法<sup>[7]</sup>进行外推计算，获得所述融合轨迹在预设步长下的预测位置和预测速度以生成引导数据。落点预测策略实时获取若干引导数据，并根据所获得的引导数据进行落点预报。

弹道落点预测方法在制定配置策略的同时，也为弹道落点预测系统配置关联若干外测设备，用于检测弹道并生成检测数据。根据不同外测设备的轨迹曲线进行坐标转换和滤波平滑处理。在融合定位时，通过设定设备测量数据加权系数实现动态融合处理。雷达测量数据、光学测量数据、遥测测量数据、GPS 定位数据等经过数据处理向指挥显示软件、数据存储管理软件、3 维视景软件<sup>[8]</sup>等进行转发。功能实现的软件原理如图 2 所示。

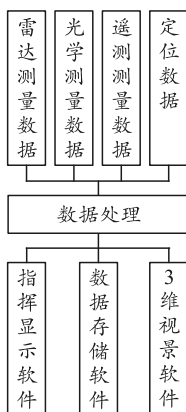


图 2 实时数据处理软件原理

## 2 弹道外推数据关键处理方法

### 2.1 基准模型坐标系建立

引导外推数据处理重点是根据单台测量设备的测量轨迹或多台测量设备的融合轨迹进行轨迹预测，以实现对其他设备的跟踪引导。在常规靶场，无控弹丸飞行距离<sup>[9]</sup>一般为几十公里；因此，可以忽略地球表面曲率及重力加速度变化的影响，但需考虑弹道风对弹丸飞行的影响。根据外弹道学相关理论，结合大气参数，建立系统的质点弹道数学模型。如图 3 所示，坐标转换共涉及 4 个坐标系，分别是：地心直角坐标系  $O-XYZ$ ；地心大地坐标系  $O-BLH$ ；发射坐标系  $(o-xyz)_0$ ，发射点大地经纬高为  $(B_0, L_0, H_0)$ ，射向大地方位角为  $D_0$ ；测量坐标系  $(o-xyz)_n$ ，测站大地经纬高为  $(B_n, L_n, H_n)$ ， $x$  轴指向天文北方向， $n$  为测量系个数， $n=1, 2, 3, \dots$ 。

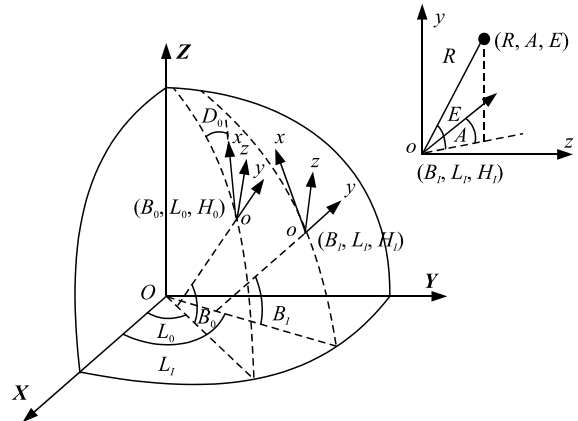


图 3 坐标转换坐标系

1) 地心大地坐标系  $O-BLH$  与地心直角坐标系  $O-XYZ$  之间的转换关系为：

$$\left. \begin{aligned} X &= [G + H] \cos B \cos L \\ Y &= [G + H] \cos B \sin L \\ Z &= [G(1 - e^2) + H] \sin B \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中： $G = a / (1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}$ ， $a$  为地球长半轴参数，取值 6 378 140， $e^2$  为偏心率平方，取值 0.006 694 384 997 80。

2) 地心直角坐标系到发射系转换矩阵  $Q_0$  的表达式为：

$$Q_0 = R_y(-\pi/2 - D_0) R_x(B_0) R_z(L_0 - \pi/2) \quad (2)$$

3) 地心直角坐标系到第  $n$  个测量系  $Q_n$  的转换矩阵的表达式为：

$$Q_n = R_y(-\pi/2) R_x(B_n) R_z(L_n - \pi/2) \quad (3)$$

4) 第  $n$  个测量系到发射系的转换矩阵  $\Omega_n$  的表

达式为:

$$\Omega_n = Q_0 Q_n^T \quad (4)$$

式(2)–(4)中,  $R_X(\varphi)$ 、 $R_Y(\varphi)$ 与  $R_Z(\varphi)$ 为基本转换矩阵, 且有:

$$R_X(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix},$$

$$R_Y(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix},$$

$$R_Z(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

在测试设备方位零位设置时, 主要用到靶场北、国家北和大地北等 3 个方位标准。靶场北是靶场根据场区的南北走向情况自己规定, 其方向与国家北夹角为一定值  $\alpha$ 。国家北为 54 坐标系北, 其指向与大地北存在一个子午收敛角  $\gamma$ ,  $\gamma$  不是一个固定值, 随点位的变化而变化。系统将先采集的原始测量数据进行量纲复原、野值剔除、时空配准、参数修正等预处理, 再对预处理后的数据进行滤波。

### 2.2 无迹卡尔曼滤波变换

从系统运动状态角度看: 最小二乘法更适合对稳态系统进行大量观测且观测量噪声基本稳定的系统进行高精度的状态估计, 而卡尔曼滤波则更适合对突变或渐变系统且观测噪声不稳定的系统并行状态重建; 从实效性角度看: 最小二乘法更适合事后精确状态估计, 而卡尔曼滤波则更适合实时系统状态重建。

无迹卡尔曼滤波算法可以计算通过非线性系统的随机变量的统计量度。其基本思想为: 对于一个已知的不确定非线性映射  $y=f(x)$ , 选取一系列关于  $x$  的参考点 sigma 点, 将这些点通过非线性函数映射得到新的 sigma 点, 再利用新的 sigma 点来估计  $y$  的统计特性  $y \sim N(\bar{y}, P_y)$ 。利用 sigma 点来估计通过非线性系统的随机变量的统计量度的方法比线性化方法具有更好的精确度。

初始 sigma 点集的选取需要让 sigma 点集的均值和方差与随机变量  $x$  的均值和方差保持一致, 设置权重因子来调整不同 sigma 点在整个估计过程中的比重。若  $\omega_i$  为权重因子,  $x_i$  为 sigma 点取值,  $N$

为点集的个数,  $2N_x+1$  对称 sigma 点集为:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \bar{x} \\ x_i &= \bar{x} + (\sqrt{\eta_0 P_x})_i \quad i=1, 2, \dots, N_x \\ x_i &= \bar{x} - (\sqrt{\eta_0 P_x})_i \quad i=N_x+1, N_x+2, \dots, 2N_x \\ \omega_0 &= \omega_0 \\ \omega_i &= (1-\omega_0)/(2N_x) \quad i=1, 2, \dots, 2N_x \\ \eta_0 &= N_x/(1-\omega_0) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

设有非线性映射  $y=f(x)$ , 其中  $x \sim N(\bar{x}, P_x)$  为  $n$  维随机向量, 通过非线性函数  $f$  得到  $y \sim N(\bar{y}, P_y)$  为  $m$  维随机向量。由上述 sigma 点的设计方案设计 sigma 点集  $\xi_i, i=1, 2, \dots, n$ , 各点对应的权系数为  $\omega_i$ , sigma 点通过  $f$  的传播可得  $\gamma_i = f(\xi_i)$ , 从而可以计算关于  $y$  的随机特性为:

$$\left. \begin{aligned} \bar{y} &= \sum_{i=1}^l \omega_i \gamma_i \\ P_y &= \sum_{i=1}^l \omega_i (\gamma_i - \bar{y})(\gamma_i - \bar{y})^T \\ P_{xy} &= \sum_{i=1}^l \omega_i (\xi_i - \bar{x})(\gamma_i - \bar{y})^T \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

考虑非线性模型:

$$\left. \begin{aligned} x_{k+1} &= f_k(x_k) + w_k \\ z_k &= h_k(x_k) + v_k \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中:  $x_k \in R^n$  为  $k$  时刻的状态量;  $z_k \in R^m$  为  $k$  时刻对系统状态的量测向量;  $h_k: R^n \times R^n \rightarrow R^m$  为量测映射;  $f$  和  $h$  分别为系统的状态方程与观测方程;  $v_k \sim N(0, R_k)$  为量测噪声。

1) 初始条件:

$$\hat{x}_{0|0} = \bar{x}_0, \quad \tilde{x}_{0|0} = x_0 - \hat{x}_{0|0}, \quad \text{cov}(\tilde{x}_{0|0}) = P_0.$$

2)  $k-1$  时刻, 利用 sigma 点求状态一步预测  $\hat{x}_{k|k-1}$  及预报误差的协方差矩阵  $P_{k|k-1}$ , 采用  $2n+1$  对称 sigma 点集  $\xi_{k-1|k-1}^{(i)}, i=0, 1, \dots, 2n$ , 即:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{k-1|k-1}^{(0)} &= \hat{x}_{k-1|k-1} \\ \xi_{k-1|k-1}^{(i)} &= \hat{x}_{k-1|k-1} + (\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1|k-1}})_i, \quad i=1, 2, \dots, n \\ \xi_{k-1|k-1}^{(i)} &= \hat{x}_{k-1|k-1} - (\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1|k-1}})_{i-n}, \quad i=n+1, n+2, \dots, 2n \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中  $(\sqrt{(n+\lambda)P_{k-1|k-1}})_i$  为矩阵  $(n+\lambda)P_{k-1|k-1}$  的平方根的第  $i$  列。计算  $\xi_{k-1|k-1}^{(i)}$  通过状态方程传播的 sigma 点,

即有：

$$\left. \begin{aligned} \xi_{k|k-1}^{(i)} &= f_k(\xi_{k-1|k-1}^{(i)}), \quad i=0,1,\dots,2n \\ \hat{x}_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(m)} \xi_{k|k-1}^{(i)} \\ P_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} (\xi_{k|k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k|k-1})(\xi_{k|k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k|k-1})^T + Q_{k-1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中，权系数取值：

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^{(m)} &= \lambda / (n + \lambda) \\ \omega_0^{(c)} &= \lambda / (n + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ \omega_i^{(m)} &= \omega_i^{(c)} = 0.5 / (n + \lambda), i=1, 2, \dots, 2n \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$ ， $\alpha$  决定 sigma 点的散布程度，通常取一个小的正值(如 0.01)； $k$  通常取 0， $\beta$  用来描述  $x$  的分布信息(高斯情况下  $\beta$  的最优取值为 2)。

3)  $k$  时刻，根据状态预测值构建新的 sigma 点集  $\xi_k^{(i)}$ ，( $i=0,1,\dots,2n$ )，则有：

$$\left. \begin{aligned} \xi_k^{(0)} &= \hat{x}_{k|k-1} \\ \xi_k^{(i)} &= \hat{x}_{k|k-1} + (\sqrt{(n + \lambda)P_{k|k-1}})_i, \quad i=1, 2, \dots, n \\ \xi_k^{(i)} &= \hat{x}_{k|k-1} - (\sqrt{(n + \lambda)P_{k|k-1}})_{i-n}, \quad i=n+1, n+2, \dots, 2n \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

再利用量测方程计算量测的一步提前预测，即有：

$$\left. \begin{aligned} \zeta_{k|k-1}^{(i)} &= h_k(\xi_k^{(i)}), i=0, 1, \dots, 2n \\ \hat{z}_{k|k-1} &= \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(m)} \zeta_{k|k-1}^{(i)} \\ P_{\hat{z}_k} &= \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} (\zeta_{k|k-1}^{(i)} - \hat{z}_{k|k-1})(\zeta_{k|k-1}^{(i)} - \hat{z}_{k|k-1})^T + R_k \\ P_{\hat{x}_k \hat{z}_k} &= \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^{(c)} (\zeta_k^{(i)} - \hat{x}_{k|k-1})(\zeta_{k|k-1}^{(i)} - \hat{z}_{k|k-1})^T \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在获得新的量测  $z_k$  后，进行滤波更新：

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - \hat{z}_{k|k-1}) \\ K_k &= P_{\hat{x}_k \hat{z}_k} P_{\hat{z}_k}^{-1} \\ P_{k|k} &= P_{k|k-1} - K_k P_{\hat{z}_k} K_k^T \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

通过融合定轨策略就可以实时构建融合轨迹，提供外推算法的轨迹基础。

### 2.3 落点预报

在弹道外推数据 Runge-Kutta 算法基础上，利用轨道外推方法进行落点预报，设置 2 个外推停止条件：1) 停止时间，设为  $T_f$ (根据理论弹道估计获得)，即推算到  $t_f=T_f$  停止，并将该时刻的外推结果作为落点预报结果输出；2) 停止高度，设为  $H_f$ (根据理论弹道获取)，当  $t_f$  时刻外推高度小于该值，则

停止，并将该时刻外推结果作为落点预报结果输出。在工程应用上，如图 4 所示，采用多点积分外推的方式提高处理算法的稳健性。在  $t_j$  时刻，采用前  $n$  个点作为外推初始点分别进行落点预报，最后求出落点均值并输出。采用相同方法，以  $N$  点数据为一组向后滑动，进行下一组落点预报。

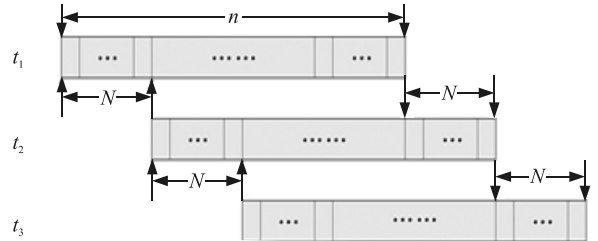
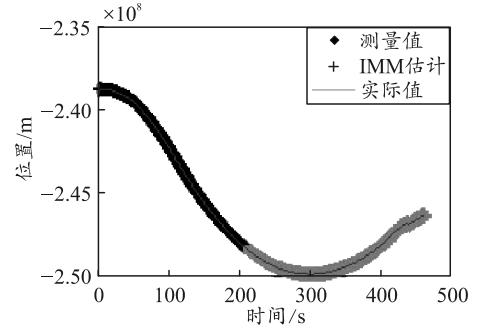


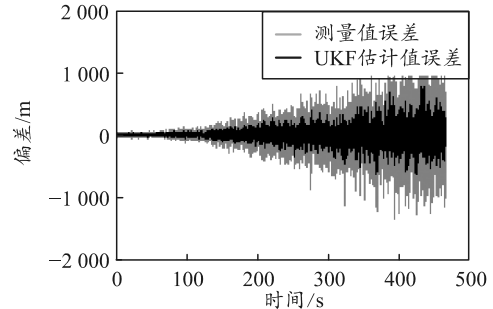
图 4 多点积分外推落点预报选点方案

### 3 仿真分析和实际效果验证

为验证笔者提出方法的正确性与准确性，将 UKF 与标准交互多模型(interactive multi model, IMM)卡尔曼滤波进行仿真对比，同时将数据融合求速与滤波速度结果进行对比<sup>[10]</sup>。以某型大射程试验的理论弹道为原始数据，根据参试设备真实技术指标，在原始数据上附加相应的随机误差，各测试设备点位设置为试验中各设备真实点位。以其中一台设备的测试数据的 X 方向位置为例进行对比分析，经统计，该设备测试数据 X 方向的标准方差为 244.2 m。UKF 滤波结果如图 5 所示。



(a) 实时数据



(b) 滤波误差

图 5 UKF 结果

经过数据统计，通过 UKF 后的数据标准方差为

118.2 m, 标准方差压缩了一半左右。在门限阈值取值较小时, 结果如图 6 所示。

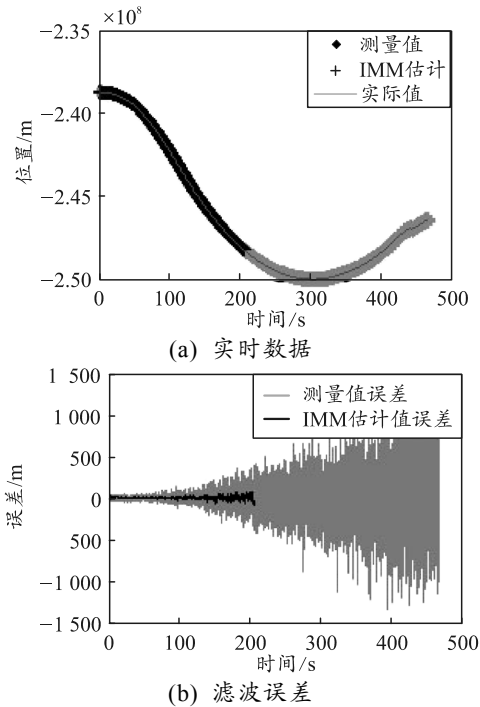


图 6 标准 IMM 卡尔曼滤波得到的结果(小阈值)

从图 6 可以看出, 阈值取值较小时, 引起中间矩阵奇异, 无法进行后续滤波, 不能满足全弹道实时数据滤波需求。在靶场指控中心系统中, 对笔者提出的滤波融合算法进行效果验证。图 7 是某型远程试验仿真演练验证中, 3 维动态地图显示的一个画面截图, 灰色曲线为理论弹道轨迹。白色曲线为经过实时数据处理得到的融合弹道轨迹。从轨迹显示中可以看到白色的融合弹道非常平滑, 而且与理论轨迹相符。

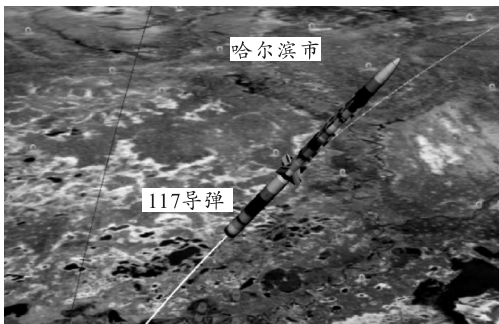


图 7 滤波融合算法效果验证

经数据统计, UKF 兼顾了滤波稳定性好、精度高的优点, 同时规避了处理过程中的雅克比行列式

求解过程, 降低了计算复杂度, 能够处理的非线性化程度更高。在靶场实时测控过程中, 选择卡尔曼滤波无迹变换的精度与实用性更好。

### 4 结束语

为解决靶场理论弹道和外测飞行目标实时信息预测落点问题, 笔者从弹道模型出发, 采用 UKF 算法, 通过 sigma 点的非线性传播近似随机向量的统计特征, 完成运动目标状态的预测与更新。将 UKF 与标准 IMM 卡尔曼滤波进行仿真对比, 同时将数据融合求速与滤波速度结果进行对比, 采用数据融合方法, 实现了目标高精度 3 维速度的实时解算, 有效抑制了弹道数据中变化的随机噪声, 为实时解算目标高精度的 3 维位置信息提供了坚实基础, 为落点预报的准确性提供了可靠数据支持。此项关键技术已成功应用于靶场指控中心的升级改造, 解决了远程试验中存在的主要问题, 有效提升了场区完成陆海飞行试验的指控能力。

### 参考文献:

[1] FARINA A, IMMEDIATA S, TIMMONERI L, et al. Comparison of recursive and batch processing for impact point prediction of ballistic targets[C]//IEEE international Radar Conference, 2005: 121-126.

[2] 李朝海, 汪子峰, 李会勇, 等. 采用距离无偏估计的加权最小二乘定位算法[J]. 信号处理, 2016, 32(12): 1463-1467.

[3] 徐文, 李建为, 张浩. 空间直线拟合的混合最小二乘法[J]. 工程勘察, 2019(1): 70-73.

[4] 刘毅, 岳建平, 卢银宏, 等. 补偿最小二乘法在大地坐标转换中的应用[J]. 测绘工程, 2012, 21(5): 80-82.

[5] 张丕旭, 石章松, 刘忠. 同时弹着的弹道模型构建和演示软件的开发[J]. 火箭与制导学报, 2002, 22(1): 56-59.

[6] 冯亚丽. 同时非线性卡尔曼滤波算法的改进及精度分析[D]. 重庆: 西南大学, 2018.

[7] 韩明岗. 同时误差校正和指数随机 Runge-Kutta 方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.

[8] 岳晓军. 计算机 3 维视景立体显示技术的研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.

[9] 毕进, 雷璐, 郭敏. 基于卡尔曼滤波的机动目标外推预测的研究[J]. 现代电子技术, 2012, 35(11): 42-45.

[10] 陈健伟. 基于雷达测量的炮位和落点快速预测方法研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2016.