

doi: 10.7690/bgzdh.2021.06.010

运动靶标激波检靶定位模型

樊长虹, 朱高贵, 于正亮

(南京模拟技术研究所论证部, 南京 210016)

摘要: 为提高运动靶标的激波检靶定位精度, 对定位模型和求解算法进行研究。采用几何方法推导弹丸激波到达传声器阵列时间的模型, 通过非线性最小二乘法求解弹丸飞行速度、命中坐标、入射角等参数。利用该模型进行仿真, 分析靶标速度误差、激波到达时间误差和弹丸速度等对检靶精度的影响。结果表明: 忽略快速运动靶标的速度会带来较大检靶定位误差, 必须在激波检靶建模求解时考虑靶标运动速度。

关键词: 运动靶标; 激波检靶; 激波到达时间

中图分类号: TJ06 **文献标志码:** A

Model of Moving Target's Shock Wave Triggered Positioning System

Fan Changhong, Zhu Gaogui, Yu Zhengliang

(Department of Demonstration, Nanjing Research Institute on Simulation Technique, Nanjing 210016, China)

Abstract: For improving the positioning accuracy of moving target with shock wave triggered scoring system, the positioning model and solution algorithm are studied. The projectile shock wave arrival time is derived by geometric method, and the velocity, hit coordinate, incidence angle of projectile are solved by nonlinear least-squares method. The model is used to simulate and analyze the influences of target velocity error, shock wave arrival time error and projectile velocity on target positioning accuracy. The simulation results show that ignoring the velocity of the fast target will lead to large target positioning error, so the velocity of the target must be considered in the modeling and solving.

Keywords: moving target; shock wave triggered; shock wave arrival time

0 引言

超音速弹丸飞行时会引起弹丸附近的空气膨胀压缩, 形成弹丸激波。弹丸激波信号呈圆锥体。激波锥体以声速沿锥形面向外以声速扩散, 而飞行弹丸所处位置是当前马赫锥顶点位置。激波检靶方法通过激波传声器阵列检测超音速弹丸穿越靶标时的弹丸激波信号, 根据激波信号到达不同传声器时间, 建模求解弹丸命中靶面位置^[1]。激波检靶方法具有设备布设灵活、靶面耗材要求低、射弹适用范围广等优点, 在枪炮命中密集度测试和部队实弹射击训练^[1-4]中得到了较多应用。

激波检靶定位方法既可用于固定立靶检靶定位, 又可用于高速运动靶标检靶定位。目前, 固定立靶激波检靶已有较多算法研究^[1-4]; 但运动靶标激波检靶算法尚未引起重视, 通常将其当作固定立靶处理, 忽略靶标运动速度对激波到达时间的影响。实际上, 靶标运动速度会达到 10~20 m/s, 此时靶标运动会引起弹丸激波到达传声器阵列的时间有较大变化, 对检靶精度有重要影响, 不能被忽略。

为提高运动靶标的激波检靶定位精度, 笔者利

用弹丸激波传播约束条件, 推导了在靶标运动条件下激波到达时间与弹丸速度、命中位置、入射角等待求量的约束方程及其变形, 便于通过非线性最小二乘法求解。通过仿真分析了相关因素对检靶精度的影响。

1 数学模型推导

1.1 相关假设

如图 1, 取直角坐标系 $O-xyz$, 靶面位于 xoz 垂直平面, x 轴方向与靶车前进运动方向一致, y 轴方向为弹丸垂直入射靶面方向, z 轴方向按右手螺旋方向定义。激波传声器阵列布置在靶面前方, 第 i 个激波传感器坐标 $C_i(x_i, y_i, z_i)$ 。弹丸在靶面前方附近 A 点开始继续飞行, 直至命中靶面点 S 。

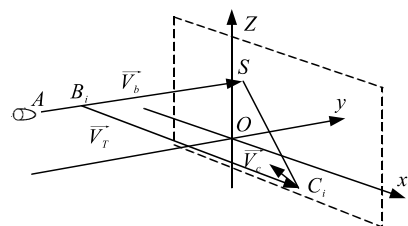


图 1 弹丸飞行及激波传递示意

收稿日期: 2021-02-13; 修回日期: 2021-03-28

作者简介: 樊长虹(1975—), 男, 河南人, 博士, 高级工程师, 从事靶标系统研究。E-mail: changhongfan@sina.com。

1) 对于运动靶标, 超音速弹丸穿越传声器阵列时间在 ms 量级, 这段时间内可以认为靶标运动速度和弹丸飞行速度均保持不变。靶标运动速度通过自带导航系统进行测量, 记为 $\vec{V}_c = [V_{cx}, V_{cy}, V_{cz}]$ 。弹丸在靶面附近的飞行速度为未知量, $\vec{V}_b = [V_b \cos \beta \sin \alpha, V_b \cos \beta \cos \alpha, V_b \sin \beta]$ (β 为 \vec{V}_b 与 \overline{xoy} 平面俯仰方向夹角, α 为 \vec{V}_b 在 xoy 平面投影矢量与 \overline{oy} 轴水平方向夹角)。

2) 靶标靶面当地声速记为 V_T , 可通过温度传感器测量环境温度 $t(^\circ\text{C})$ 后近似计算, $V_T = 331.45 + 0.61t(\text{m/s})$ 。

1.2 约束方程推导

图 2 给出了弹丸从 A 点飞至命中靶面过程中各时间段的矢量关系。

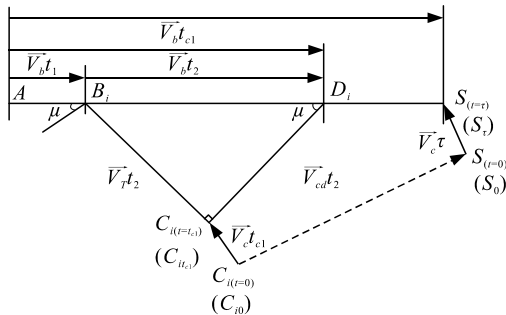


图 2 激波传递过程矢量分解

弹丸飞行时, 弹道线上各点依次产生的激波以锥体样式按速率 V_T 向外部扩散。记弹丸从 A 飞行到 B_i 时间为 t_1 , 在 B_i 点弹丸产生的激波锥最先到达激波传声器 C_i , 所对应激波传输时间为 t_2 , 此时弹丸从 B_i 飞行到点 D_i , 而激波传声器 C_i 也随着靶标运动从 $C_{i(t=0)}$ (记为 C_{i0}) 运动到 $C_{i(t=t_{c1})}$ (记为 $C_{i_{c1}}$)。对弹丸从 A 出发开始计时, 直至 C_i 感应到激波锥, 存在关系式 $t_{c1} = t_1 + t_2$ 。

设弹丸从 A 点飞至靶面命中点时间为 τ , 由于命中点为相对靶面进行测量, 即命中点随着运动靶标以 \vec{V}_c 运动; 因此, 弹丸在 A 位置时, 靶面命中坐标为 $S_{(t=0)}$ (记为 $S_0 = [S_x, 0, S_z]$); 弹丸飞行 τ 时间后, 命中点运动到 $S_{(t=\tau)}$ (记为 S_τ), 有 $\overline{S_0 S_\tau} = \vec{V}_c \tau$ 。

根据激波锥传递的最小时间原理^[1], 弹丸从 B_i 处引发的激波锥应与 $C_{i_{c1}}$ 点相切, 即满足 $\overline{B_i C_{i_{c1}}}$ 与 $\overline{C_{i_{c1}} D_i}$ 相互垂直, 因此 $\Delta B_i C_{i_{c1}} D_i$ 为直角三角形, 且 $\overline{B_i D_i}$ 与 $\overline{C_{i_{c1}} D_i}$ 的夹角即为马赫角 $\mu = \arcsin(V_T/V_b)$ 。

根据直角三角形矢量关系有:

$$\|(\vec{V}_b t_2) \cdot \overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 = \|\vec{V}_b t_2\|^2 \cos^2 \mu \|\overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 = \|\overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 \|\overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 \quad (1)$$

将式(1)两边同时除以 $\|\overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2$ 得到:

$$\|\overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 = \left(\|\vec{V}_b \cdot \overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 t_2^2 \right) / \|\overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 \quad (2)$$

根据勾股定理有:

$$\begin{aligned} \|\overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 &= \|\overline{B_i D_i}\|^2 - \|\overline{B_i C_{i_{c1}}}\|^2 = \\ &= \|\vec{V}_b t_2\|^2 - \|V_T t_2\|^2 = \left(\|\vec{V}_b\|^2 - V_T^2 \right) t_2^2 \end{aligned} \quad (3)$$

将式(3)带入式(2)左侧, 整理得:

$$\left(\|\vec{V}_b\|^2 - V_T^2 \right) \|\overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 - \|\vec{V}_b \cdot \overline{C_{i_{c1}} D_i}\|^2 = 0 \quad (4)$$

式(4)中, 封闭矢量多边形 $C_{i0} C_{i_{c1}} D_i S_\tau S_0$ 有:

$$\begin{aligned} \overline{C_{i_{c1}} D_i} &= \overline{C_{i0} S_0} - \overline{C_{i0} C_{i_{c1}}} - \overline{D_i S_\tau} + \overline{S_0 S_\tau} = \\ &= \overline{C_{i0} S_0} - \vec{V}_c t_{c1} - \vec{V}_b (\tau - t_{c1}) + \vec{V}_c \tau = \\ &= \overline{C_{i0} S_0} - (\vec{V}_b - \vec{V}_c) (\tau - t_{c1}) \end{aligned} \quad (5)$$

将式(5)带入式(4), 可得到

$$\begin{aligned} \left(\|\vec{V}_b\|^2 - V_T^2 \right) \|\overline{C_{i0} S_0} - (\vec{V}_b - \vec{V}_c) (\tau - t_{c1})\|^2 - \\ \|\vec{V}_b \cdot [\overline{C_{i0} S_0} - (\vec{V}_b - \vec{V}_c) (\tau - t_{c1})]\|^2 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)即为弹丸从 A 点飞至命中靶面垂面时间 C、激波到达传声器 C_i 时间 t_{c1} 、靶车速度 \vec{V}_c 、弹丸速度参数 (V_b 、 α 、 β)、弹丸命中点 $S_0 = [S_x, 0, S_z]$ 等之间的约束关系方程。最终还需叠加靶标在时间 τ 运动距离, 弹丸命中点转换为相对靶面的位置上, 即 $S_\tau = [S_x + V_{cx} \tau, V_{cy} \tau, S_z + V_{cz} \tau]$ 。

1.3 激波到达时间的测量

式(6)中弹丸从 A 点飞至靶面命中点 t_{c1} 时间都是以 $(\tau - t_{c1})$ 差值形式出现。从 0 可知, $(\tau - t_{c1})$ 代表弹丸从 D_i 飞行到 S_τ 的相对时间长度; 因此, 无论如何选取参考点 A, 都不会影响 $(\tau - t_{c1})$ 。

在激波检靶系统计时电路设计中, 通常以传声器阵列中第一个被触发的传声器 C_i 为计时基准, 对其他传声器测量的是相应时延增量, 即将参考点 A 选为首个被触发传声器对应的激波锥顶点 D_i 点。

1.4 激波到达时间的显式表达

式(6)中, t_{c1} 与其他变量隐式地关联在一起, 不便于求解。下面将 t_{c1} 与其他变量之间关系化为显式表达式。

展开整理式(6)为关于 t_{c1} 的方程式:

$$P_1 t_{c1}^2 + P_2 t_{c1} + P_3 = 0. \quad (7)$$

方程式各系数项分别为：

$$P_1 = (\|\bar{V}_b\|^2 - V_T^2) \|\bar{V}_b - \bar{V}_c\|^2 - \|\bar{V}_b \cdot (\bar{V}_b - \bar{V}_c)\|^2; \quad (8)$$

$$P_2 = 2(\|\bar{V}_b\|^2 - V_T^2) [(\bar{V}_b - \bar{V}_c) \cdot (\bar{C}_{i0} \bar{S} - \bar{V}_b \tau + \bar{V}_c \tau)] - 2[\bar{V}_b \cdot (\bar{C}_{i0} \bar{S} - \bar{V}_b \tau + \bar{V}_c \tau)] [\bar{V}_b \cdot (\bar{V}_b - \bar{V}_c)]; \quad (9)$$

$$P_3 = (\|\bar{V}_b\|^2 - V_T^2) \|\bar{C}_{i0} \bar{S} - \bar{V}_b \tau + \bar{V}_c \tau\|^2 - \|\bar{V}_b \cdot (\bar{C}_{i0} \bar{S} - \bar{V}_b \tau + \bar{V}_c \tau)\|^2. \quad (10)$$

对式(7)求解可得

$$t_{c1} = -P_2/2P_1 \pm \sqrt{P_2^2 - 4P_1P_3}/2P_1. \quad (11)$$

经过化简分析， $\sqrt{P_2^2 - 4P_1P_3}/2P_1$ 项表示弹丸激波在垂直于 \bar{v}_b 的平面内以“虚拟视速度”飞行到 C_i 传声器的时间长度^[1]，所以式(11)中应取“+”项根作为合理根，即激波到达时间的显式表达式如下：

$$t_{c1} = -P_2/2P_1 + \sqrt{P_2^2 - 4P_1P_3}/2P_1. \quad (12)$$

对 $n(n \geq 6)$ 个激波传声器，根据式(11)和式(12)均可得到对应的激波到达时间方程组。式(11)比式(12)多一个不合理根，由式(11)组成的方程组有大量的局部解，求解时全局收敛性差。

2 模型解算

设弹丸激波到各传声器的实测时间为 $M_r(X) = [t_{c1} \ t_{c2} \ \dots \ t_{cn}]^T$ 。检靶模型解算时采用式(12)组成的方程组，通过非线性最小二乘法^[5]迭代求解 $X = [S_x \ S_y \ S_b \ \alpha \ \beta \ \tau]^T$ 。

由式(12)根据 X 初值估算的激波到达时间为

$$M(X) = [t_{c1}(X) \ t_{c2}(X) \ \dots \ t_{cn}(X)]^T.$$

按下式迭代求解：

$$X_{(k+1)} = X_{(k)} + (H^T H)^{-1} H^T [M_r(X) - M(X)]. \quad (13)$$

其中偏导数矩阵：

$$H_{n \times 6} = \partial M(X_{(k)}) / \partial X_{(k)} = [\partial t_{cl}(X_{(k)}) / \partial X_{(k)}]_{n \times 6}. \quad (14)$$

限于篇幅不再给出具体表达式。

X 初值可按如下方法选取：1) S_x 选首个触发激波传感器 C_i 横坐标 x_i 为初值。2) S_y 取靶面中心高度 2 m 为初值。3) V_b 初值选 700 m/s。4) 弹丸对运动靶标通常采用水平斜射，水平斜射角 α 绝对值通常不大于 60° ，初值可在 $-60^\circ \sim +60^\circ$ 随机选取。5) 弹丸俯仰入射角 β 通常较小，取初值为 0° 。6) τ 初值选为 0.01 s。

3 计算分析

以图 3 靶标为例，H 式传声器阵列的前后排传感器中心间距为 0.6 m，两端传感器与中间传感器水平间距为 3 m；靶面宽为 6 m，高为 4 m。设本地声速 $V_T=340$ m/s，并选战术射击时典型斜射角度 $\alpha=45^\circ$ ， $\beta=0^\circ$ 。

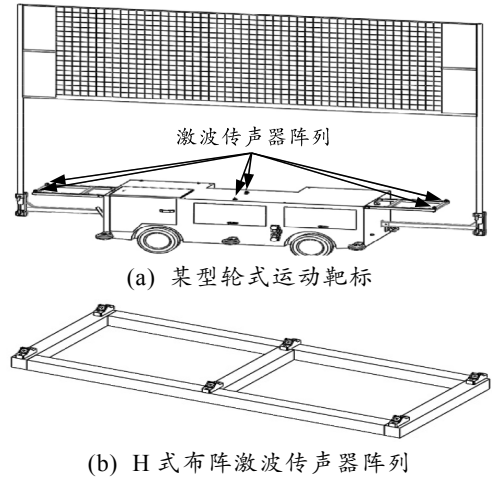


图 3 某型运动靶标及其激波传声器阵列

3.1 靶标运动速度误差对检靶精度影响

取运动靶标速度真值为 $V_c=10$ m/s，弹丸着靶飞行速度 $V_b=600$ m/s。分别取靶标速度测量值为 9 m/s、忽略靶标运动速度为 0 m/s 进行仿真，前者代表对靶标测速误差为 -1 m/s，后者代表将运动靶标作为静止固定立靶处理，对应检靶误差等高线如图 4 和图 5。

观察图 4 和图 5 可知，在靶面右侧区域，即与靶标运动方向一致时，报靶误差较小；而靶面左侧区域，即与靶标运动方向相反时，报靶误差较大。

观察图 4，在运动靶标速度为 -1 m/s 误差时，最大报靶误差在 0.05 m 左右，射击训练时该误差值相对可以接受。

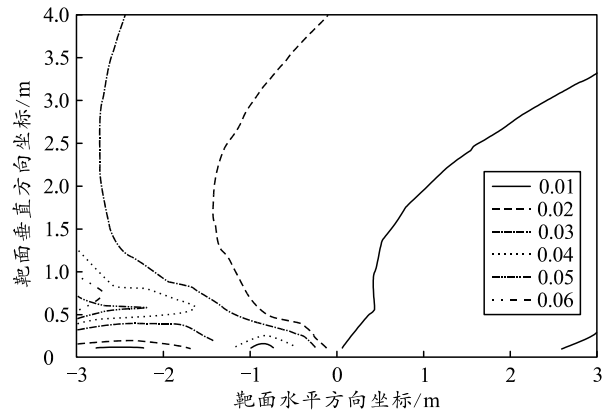


图 4 运动靶标测速误差对检靶精度影响

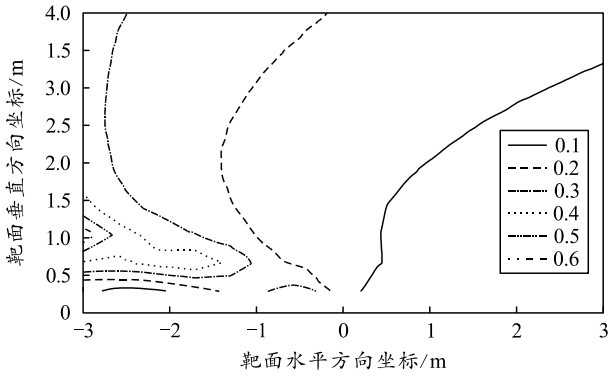


图 5 忽略运动靶标速度对检靶精度影响

观察图 5，忽略靶标运动速度，即在运动靶标速度误差为-10 m/s 时，最大报靶误差在 0.5 m 左右，在射击训练时该误差值已经不可接受。

对比图 4 和图 5 可知，测量靶标运动速度误差越大，则检靶误差越大，并且两者近似呈现线性关系。

3.2 到达时间误差对检靶精度影响

取运动靶标速度 $V_c=10$ m/s，弹丸着靶飞行速度 $V_b=600$ m/s，激波到达各传声器时间误差为 $10 \mu\text{s}$ 正态分布。在靶面上等间隔分布 165 个点进行仿真，每个点仿真 100 次，得到检靶误差平均值等高线如图 6。

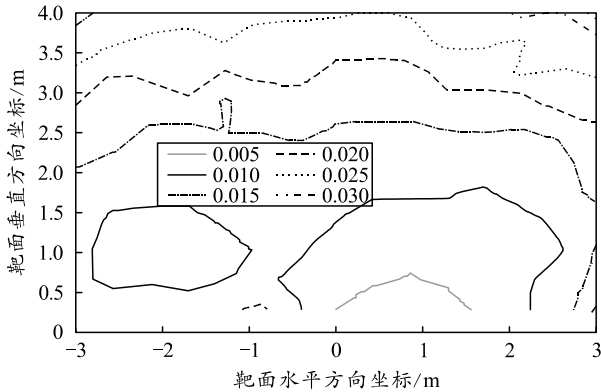


图 6 到达时间误差对检靶精度影响

从上图可知，检靶误差通常在 0.025 m 以内，略小于图 4 中靶标运动速度测量误差-1 m/s 时检靶误差，具有较好的检靶精度。

3.3 弹丸不同着靶速度仿真

下面计算弹丸不同着靶飞行速度时，运动靶标速度测量误差带来的检靶误差。

取 V_b 分别为低速 450 m/s、中速 750 m/s、高速 1 050 m/s，靶标运动速度真值为 10 m/s，靶标速度测量值为 9 m/s。仿真得到检靶定位误差分别如图 7-9 所示，最大检靶误差分别在 0.10、0.03、

0.03 m 左右，误差逐步减小。

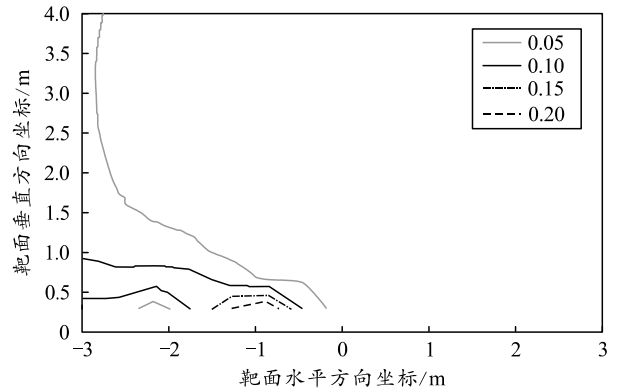


图 7 弹丸速度 450 m/s 检靶误差分布

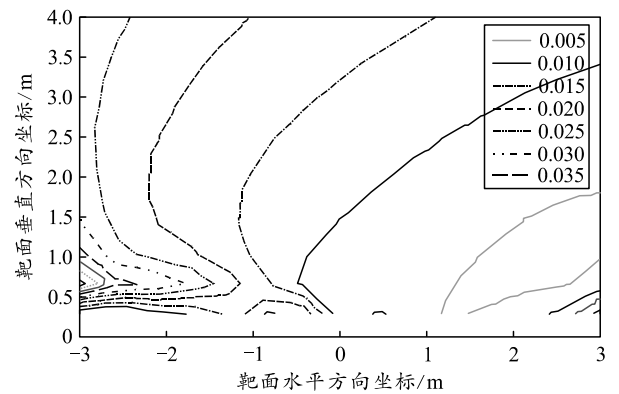


图 8 弹丸速度 750 m/s 检靶误差分布

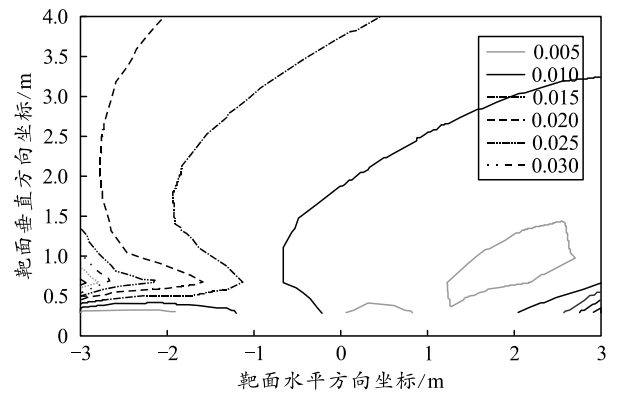


图 9 弹丸速度 1 050 m/s 检靶误差分布

弹丸速度增加后，弹丸激波扫过激波传声器阵列的时间变短，相应由于忽略靶标运动速度而引起的激波计时误差减小，从而降低检靶误差。

3.4 应用情况

该系统已在数十个靶场使用，采用机枪弹和装甲火炮炮弹进行了大量测试。试验结果与上述仿真计算分析一致，证明了模型和算法的有效性。

4 结束语

笔者通过仿真验证了运动靶标激波检靶定位的模型及算法有效性。在靶标运动速度较高时，忽略

靶标运动速度会带来较大报靶误差, 必须要在激波检靶建模求解时考虑靶标运动速度。

参考文献:

[1] 肖锋, 李惠昌. 声, 武器和测量[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.

[2] 牛凤翔. ATS 自动检靶系统的数学处理方法[J]. 气动实

(上接第 20 页)

[2] 许耀峰, 胡隆基, 吴小役, 等. 155 mm 自行榴炮发射智能化弹药的毁伤能力分析[J]. 火炮发射与控制学报, 2017, 38(4): 45-48.

[3] 王晓鹏, 王雨时, 卢凤生, 等. 155 mm 口径榴弹结构特征数分布特性研究[J]. 探测与控制学报, 2015 (5): 66-72.

[4] 孟程, 王雨时, 张志彪, 等. 身管火炮膛压和最大射程落点诸元与初速关系经验拟合公式[J]. 探测与控制学报, 2019, 41(1): 36-42.

[5] 蓝维彬, 杨臻, 龙建华, 等. 射击过程中身管温度升高对射击准确度的影响[J]. 弹道学报, 2018, 30(1): 61-65, 86.

[6] 席海军, 韩华, 张瑜, 等. 基于单片机的微型存储式电

(上接第 31 页)

[3] LIAM M, KURKA P, SILVA Y, et al. Indoor visual localization of a wheelchair using Shi-Tomasi and KLT[C]//IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering. IEEE, 2017: 85-87.

[4] 张鹏. 基于视觉的四旋翼无人机室内自主导航系统的研究与实现[D]. 成都: 电子科技大学, 2019.

[5] HENG D, USMAN A, QIANG F, et al. Visual-inertial estimation of velocity for multicopters based on vision motion constraint[J]. Robotics & Autonomous Systems, 2018, 107: 262-279.

[6] LIU X, GUO X, ZHAO D, et al. Integrated Velocity Measurement Algorithm based on Optical-Flow and Scale Invariant Feature Transform[J]. IEEE Access, 2019, 31(18): 99-112.

[7] 王瑞荣, 陈瞳, 李晓红. 面向弱光流环境的惯性/光流组

(上接第 48 页)

[26] MA C, HUANG J B, YANG X, et al. Hierarchical convolutional features for visual tracking[J]. 2015: 3074-3082.

[27] BHAT G, JOHNANDER J, DANELLJAN M, et al. Unveiling the Power of Deep Tracking[C]//Proceedings of the European Conference on Computer Vision (ECCV). 2018: 483-498.

[28] BERTINETTO L, VALMADRE J, HENRIQUES J F, et

验与测量控制. 1993, 7(3): 118-122.

[3] 倪晋平, 辛彬, 冯斌. 室外用立靶密集度参数测量技术研究进展[J]. 西安工业大学学报, 2013, 33(4): 259-267.

[4] 黄克平, 应浩, 张亚, 等. 基于开放式 T 靶的弹丸斜射入射数学模型[J]. 应用声学, 2010, 29(1): 43-47.

[5] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

子测压器设计[J]. 电子测试, 2012(10): 56-60.

[7] 张文静. 火炮膛内火药燃气温度测试技术研究[D]. 太原: 中北大学, 2019.

[8] 舒跃飞, 李新娥, 刘雪飞, 等. 瞬态高压多点压力测试系统[J]. 中国测试, 2016, 42(3): 67-72.

[9] Xilinx. 7 Series FPGAs and Zynq-7000 All Programmable SoC XADC Dual 12-Bit I²S MSPS Analog-to-Digital Converter User Guide[Z]. 2012.

[10] 张焱, 任勇峰, 齐蕾, 等. 基于 FPGA 的 CRC 校验算法的实现[J]. 电子器件, 2015, 38(1): 222-226.

[11] 牛博, 赵宏亮. 一种高可靠性高速可编程异步 FIFO 的设计[J]. 电子技术应用, 2019, 45(7): 36-39, 43.

[12] 韩峰. 多参数程控的冲击波存储测试系统研究[D]. 太原: 中北大学, 2018.

合导航方法研究[J]. 电光与控制, 2019, 26(1): 97-103.

[8] RUBLEE E, RABAU D V, KONOLIGE K, et al. ORB: An efficient alternative to SIFT or SURF[C]//International Conference on Computer Vision. IEEE, 2012.

[9] 赵璐璐, 耿国华, 李康, 等. 基于 SURF 和快速近似最近邻搜索的图像匹配算法[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(3): 921-923.

[10] CHUM O, MATAS J. Optimal Randomized RANSAC[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2008, 30(8): 1472-1482.

[11] MEER P, BAUGHER E S, Rosenfeld A. Frequency Domain Analysis and Synthesis of Image Pyramid Generating Kernels[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 1987, 9(4): 512-22.

[12] SHAH S, DEY D, LOVETT C, et al. AirSim: High-Fidelity Visual and Physical Simulation for Autonomous Vehicles[J]. Springer, 2017, 3(5): 621-635.

al. Fully-Convolutional Siamese Networks for Object Tracking[J]. 2016.

[29] LI B, YAN J, WU W, et al. High Performance Visual Tracking with Siamese Region Proposal Network[C]//2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). IEEE, 2018.

[30] WANG Q, ZHANG L, BERTINETTO L, et al. Fast Online Object Tracking and Segmentation: A Unifying Approach[C]//2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). IEEE, 2020.