doi: 10.7690/bgzdh.2021.05.004

基于 QPSO 的模糊策略博弈的多无人机空战策略

赵明明，陶 翔，李 恒，韩 默，史 阳
（江西洪都航空工业集团有限责任公司试飞站，南昌 330001）

摘要：针对无人机作战指挥系统中多无人机空战博弈策略的问题，提出一种采用量子粒子群算法(quantum particle swam optimization，QPSO)在模糊策略下博弈的纳什均衡求解方法。通过对无人机空战态势信息的分析，建立敌我双方多无人机动空战的作战收益函数，根据给出的敌我双方无人机纯策略集中的模糊子集，构建基于模糊策略下的敌我双方无人机博弈支付矩阵，进而求得作战双方获得最优选择策略。仿真验证结果表明，该方法可行、有效。

关键词：无人机空战；模糊策略；矩阵博弈；纳什均衡；量子粒子群算法
中图分类号：V279　　**文献标志码**：A

Multi UAV Air Combat Strategy Based on QPSO Fuzzy Strategy Game

Zhao Mingming, Tao Xiang, Li Heng, Han Mo, Shi Yang
(*Flight Test Station*, *Hongdu Aviation Industry Group Co*., *Ltd*., *Nanchang* 330001, *China*)

Abstract: Aiming at the problem of multi UAV air combat game strategy in UAV combat command system, a Nash equilibrium solution based on quantum particle swarm optimization (QPSO) under fuzzy strategy is proposed. Through the analysis of UAV combat situation information, establish multiple UAV air combat operational revenue function of both sides, according to the UAV pure strategy centralized fuzzy subset of both sides, build UAV game payoff matrix of both sides based on fuzzy strategy, then obtain the optimal selection strategy of both side. The simulation results show that the the method is offective and feasible.

Keywords: UAV air combat; fuzzy strategy; matrix games; Nash equilibrium; QPSO

0 引言

博弈论在二战后发展成为一门独立的理论学科，将博弈思想应用到多机协同作战成为很多学者研究的热点。文献[1]根据多机协同对抗空战特征，以敌我双方可能相互攻击的组合策略方式作为策略集，建立完全信息下空战博弈模型，给出了纳什均衡值的求解方法；文献[2]在空战指挥决策中针对不确定环境下提出了不确定影响因子概念，反映战场不确定环境对各参战单元产生的影响程度，建立不确定环境下的空战博弈模型，并通过不确定模拟方法进行求解，得到对抗最优策略平衡点；文献[3]以博弈论模型为基础、飞机空地攻防对抗为背景，建立了防空火力单元目标分配的动态博弈模型，最后利用混合粒子群算法得出纳什均衡值；文献[4]通过分析战场态势，对目标价值和毁伤概率信息进行不确定性分析，给出不确定信息下博弈纳什均衡求解方法。

在多无人机实际空战环境中，如何在模糊信息下进行敌我双方攻防博弈，求得最优纳什均衡问题是一个重要研究方向。笔者根据敌我双方作战参数的模糊信息，建立模糊信息下敌我双方攻防对抗的模糊支付博弈模型，采用量子粒子群算法，给出多无人机空战博弈模型的最优作战策略。

1 多无人机空战博弈模型

1.1 敌我双方无人机的模糊策略集

将多无人机空战看作一个 2 人零和对抗博弈问题来研究，将空战敌我双方分别看作局中人，局中人集合可以表示为 $I=\{1,2\}$，分别为敌我方无人机。敌我双方都以自我收益最大且损失最小为目标。

地面指挥控制中心接受实际战场作战无人机传来的战场和决策信息并结合相关态势信息，对战场态势进行评估分析。假设无人机的集合为 $M=\{U_{w1},U_{w2},\cdots,U_{wm}\}$，$x_{ij}(i=1,2,\cdots,m；j=1,2,\cdots,n)$表示无人机对抗状态，$x_{ij}=1$ 表示第 i 架无人机攻击敌方第 j 架无人机，$x_{ij}=0$ 表示第 i 架无人机放弃攻击状态。当敌方无人机选择攻击我方无人机时，通过电子战系统干扰敌方无人机，降低其导弹的命中率。敌方无人机的集合为 $N=\{U_{d1},U_{d2},\cdots,U_{dn}\}$，$y_{ij}(i=$

收稿日期：2021-01-20；修回日期：2021-02-24
作者简介：赵明明(1986—)，男，辽宁人，硕士，工程师，从事试飞测试及数据处理与分析、航空航天器协同任务规划研究。
E-mail: zm_110@126.com。

$1,2,\cdots,m$；$j=1,2,\cdots,n$)表示敌方的攻击状态，$y_{ij}=1$ 表示敌方第 j 架无人机攻击我方第 i 架无人机，$y_{ij}=0$ 表示敌方第 j 架无人机没有攻击我方第 i 架无人机。当空战实际环境存在复杂性和不确定性时，使得敌我双方在策略的选择上并不总是肯定的，而是以一定的可能性估计敌方的各种策略。设我方无人机的作战策略集为 $S_1=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$，敌方无人机的作战策略集为 $S_2=\{y_1,y_2,\cdots,y_n\}$，设 $\tilde{S}_k$ 是敌我双方无人机策略集 S 中的模糊子集，即

$$\tilde{S}_1=\sum_{i=1}^{m}\mu_{\tilde{S}_1}\left(\alpha_i\right)\big/\alpha_i\text{，}\quad \tilde{S}_2=\sum_{j=1}^{n}\mu_{\tilde{S}_2}\left(\beta_j\right)\big/\beta_j\text{。}\tag{1}$$

式中：$\tilde{S}_k\left(k=1,2\right)$ 是我方和敌方在策略集 S 上的模糊子集；$\mu_{\tilde{S}_1}\left(\alpha_i\right)$ 是我方无人机选取策略 $\alpha_i\in S_1$ 的隶属度；$\mu_{\tilde{S}_2}(\beta_j)$ 是敌方无人机选取策略 $\beta_j\in S_2$ 的隶属度。则我方策略隶属度支付函数为

$$f_\mu=\mu_{\tilde{S}_1}(\alpha_i)-\mu_{\tilde{S}_2}(\beta_j)\text{。}\tag{2}$$

可得敌我双方无人机空战博弈模糊策略隶属度支付函数矩阵：

$$\boldsymbol{A}_{\mu_{m\times n}}=\begin{array}{c} \\ S_1^1\\ S_2^1\\ \vdots\\ S_n^1\end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_1^2 & S_2^2 & \cdots & S_n^2\end{array}\\ \begin{bmatrix} f_{\mu11} & f_{\mu12} & \cdots & f_{\mu1n}\\ f_{\mu21} & f_{\mu22} & \cdots & f_{\mu2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ f_{\mu m1} & f_{\mu m2} & \cdots & f_{\mu mn}\end{bmatrix}\end{array}\text{。}\tag{3}$$

1.2　敌我双方无人机支付函数

在 2 人零和对抗博弈模型中，博弈敌我双方无人机收益之和为零[5]。假设我方无人机价值集合为 $\{v_{w1},\cdots,v_{wm}\}$，敌方无人机价值集合为 $\{v_{d1},\cdots,v_{d2}\}$。设我方第 i 架无人机对敌方第 j 架无人机的命中概率为 p_{wij}，敌方第 j 架无人机对我方第 i 架无人机的命中概率为 p_{dij}，则我方第 i 架无人机攻击敌方第 j 架无人机的收益函数

$$R_{wij}=v_{dj}\big/v_{d\max}\times p_{ij}\text{。}\tag{4}$$

式中 $v_{d\max}$ 为敌方无人机价值集合中的最大价值。

同理，敌方第 j 架无人机攻击敌方第 i 架无人机的收益函数

$$R_{dji}=v_{wi}\big/v_{w\max}\times p_{ji}\text{。}\tag{5}$$

则敌我双方无人机空战博弈支付函数为

$$f_a=\sum_{i=1}^{m}x_{ij}R_{wij}-\sum_{j=1}^{n}y_{ji}R_{dji}\text{。}\tag{6}$$

式中：$x_{ij}=1$ 为我方第 i 架无人机去攻击敌方第 j 架无人机；$x_{ij}=0$ 为第 i 架无人机没有去攻击敌方第 j 架无人机。

可得敌我双方无人机空战博弈支付矩阵

$$\boldsymbol{A}_{f_a}=\begin{array}{c} \\ S_1^1\\ S_2^1\\ \vdots\\ S_n^1\end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_1^2 & S_2^2 & \cdots & S_n^2\end{array}\\ \begin{bmatrix} f_{a11} & f_{a12} & \cdots & f_{a1n}\\ f_{a21} & f_{a22} & \cdots & f_{a2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ f_{an1} & f_{an2} & \cdots & f_{ann}\end{bmatrix}\end{array}\text{。}\tag{7}$$

式中：$S_1^1,S_2^1,\cdots,S_n^1$ 为我方无人机的作战策略；$S_1^2,S_2^2,\cdots,S_n^2$ 为敌方无人机的作战策略；f_{a11} 为我方采取第 S_1^1 种策略、敌方采取 S_1^2 种策略时我方无人机的收益。

2　基于 QPSO 策略集模糊博弈纳什衡求解

文中是针对博弈策略集模糊，支付值是确定的博弈模型混合策略下纳什均衡值进行求解。

定义　设 $G(S^m,S^n,A_{m\times n})$ 是模糊策略集博弈模型，对应策略隶属度矩阵为 $\boldsymbol{A}_{\mu_{m\times n}}$，称一对数组 $(x^*,y^*)\in S^m\times S^n$ 是一个均衡策略，如果满足：

$$x^T\boldsymbol{A}_{\mu_{m\times n}}y\leqslant x^{*T}\boldsymbol{A}_{\mu_{m\times n}}y^*,\forall x\in S^m,x\geqslant 0^m\text{。}\tag{8}$$

式中：$x^{*T}\boldsymbol{A}_{\mu_{m\times n}}y^*$ 为该博弈模型的期望隶属度值；$x^{*T}A_{m\times n}y^*$ 为该隶属度所对应的期望收益值。则 $(x^*,y^*)\in S^m\times S^n$ 为策略集模糊博弈 $G=(S^m,S^n,A_{m\times n})$ 的纳什均衡解。

笔者利用具有量子行为的 QPSO 算法求解区间支付博弈矩阵的纳什均衡值。QPSO 算法是 2004 年 J·SUN 等[6]在研究了 CLERC 等[5,7]关于粒子收敛行为的 PSO 算法研究成果后，从量子力学角度提出的一种新的 PSO 数学模型。针对 PSO 算法的局部搜索能力、鲁棒性和初始参数的选择等缺点进行算法优化，增强了算法的全局搜索、参数的快速选择和快速收敛的能力等。在 QPSO 算法中，每个微粒都代表一个潜在的解，通过对适应度支付函数进行计算求解，得到每个微粒的适应度值，在整个定义的搜索空间中都能以一定概率出现在任意一个位置，而这个位置可能比当前种群中的最佳微粒具有更好的适应度值，从而实现个体在可行解空间中的最佳寻优[8-11]。其算法原理为：

$$\text{mbest}=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}P_i=\left(\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}P_{i1},\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}P_{i2},\cdots,\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}P_{\text{id}}\right)\text{；}\tag{9}$$

$$p_{\text{id}}=\text{rand}P_{\text{id}}+\left(1-\text{rand}\right)P_{\text{gd}}\text{；}\tag{10}$$

$$x_{id}=p_{id}\pm\alpha\left|\text{mbest}_{d}-x_{id}\right|\ln\left(1/\text{rand}\right)。\tag{11}$$

其中：mbest 是粒子群的中间位置；rand 是 0～1 之间的随机数；P_{id} 为 P_{id} 和 P_{gd} 之间的随机点；α 为算法的收敛系数。

设局中人 1 的混合策略为 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_m)$，可得纳什均衡值

$$v_1=\max_{x\in X_n}\min_{1\leqslant j\leqslant n}\sum_{i=1}^{n}A_{\mu_{ij}}x_i。\tag{12}$$

单矩阵纳什均衡可以转化为线性规划问题进行求解，则令 $u(x)=\min\limits_{1\leqslant j\leqslant n}\sum\limits_{i=1}^{n}A_{\mu_{ij}}x_i$，将式(12)转换为下列数学规划问题：

$$v=\max u(x)$$

$$\text{s.t}\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{n}A_{\mu_{ij}}x_i>u(x), & j=1,2,\cdots,n\\ x_1+x_2+\cdots x_n=1, & \\ x_i>0, & i=1,2,\cdots,n\end{cases}。\tag{13}$$

求解模糊策略集博弈模型矩阵的纳什均衡就是求解线性规划式(13)的最优解。

文中算法的每个个体最优微粒更新方式如下；设 $p_{id}(t)$为上一代个体最优微粒，$p_{id}(t+1)$为当前状态下个体最优微粒，$x_i(t+1)$为新产生的微粒，如果 $J(x_i(t+1))<J(p_{id}(t+1))$，则 $p_{id}(t+1)=x_i(t+1)$，其中 $J(x)$ 表示适应度函数，如果 $J(x_i(t+1))>J(p_{id}(t+1))$，则 $p_{id}(t+1)=p_{id}(t)$。

利用 QPSO 算法求解模糊策略集博弈模型矩阵的纳什均衡流程为：

1) 定义初始化粒子的位置向量，确定种群规模 M 和粒子维数 D；

2) 计算粒子群中间位置的 mbest 值；

3) 认为当前微粒为个体最优，求出当前每个粒子的适应度，通过比较适应度值，求得个体最优粒子 p_{id}；

4) 对求出的微粒适应度值进行计算比较，得到新的个体最优微粒 p_{id}，将所有的最优个体微粒进行比较得到全局最优粒子 p_{gd}；

5) 重复 3)、4)，更新全局最优微粒 p_{gd}；

6) 对于微粒的每一维，根据式(9)和式(10)，在 p_{id} 和 p_{gd} 之间取得一个随机点；

7) 根据式(11)获得一个新的位置；

8) 重复 2)—7)达到最大迭代次数，循环结束后，输出全局最优微粒适应度。

3 无人机空战博弈仿真

假设以敌我双方 3 对 2 空战为例，即我方有 3 架无人战斗机，$M=\{U_1,U_2,U_3\}$，敌方有 2 架无人战斗机，$N=\{U_4,U_5\}$，进行空战博弈。假设我方无人机价值集合为 $v_w=\{65,72,68\}$，其 3 架无人机作战攻击命中概率集合为 $p_{ij}=[0.78,0.82,0.80]$，敌方无人机价值集合为 $v_d=[68,70]$，其 2 架飞机命中概率集合为 $p_{ji}=[0.79,0.81]$。则敌我双方无人机空战对抗纯策略集如表 1、表 2 所示。

表 1 我方无人机对抗策略集

我方无人机进攻策略
我方 U_1 和 U_2 攻击敌方 U_4，我方 U_3 攻击敌方 U_5
我方 U_1 和 U_2 攻击敌方 U_5，我方 U_3 攻击敌方 U_4
我方 U_1 和 U_3 攻击敌方 U_4，我方 U_2 攻击敌方 U_5
我方 U_1 和 U_3 攻击敌方 U_5，我方 U_2 攻击敌方 U_4
我方 U_2 和 U_3 攻击敌方 U_4，我方 U_1 攻击敌方 U_5
我方 U_2 和 U_3 攻击敌方 U_5，我方 U_1 攻击敌方 U_4
我方 U_1、U_2 和 U_3 同时攻击敌方 U_4
我方 U_1、U_2 和 U_3 同时攻击敌方 U_5

表 2 敌方无人机空战纯策略集

敌方无人机空战纯策略集
敌方 U_4 攻击我方 U_1，敌方 U_5 攻击我方 U_2
敌方 U_4 攻击我方 U_1，敌方 U_5 攻击我方 U_3
敌方 U_4 攻击我方 U_2，敌方 U_5 攻击我方 U_1
敌方 U_4 攻击我方 U_2，敌方 U_5 攻击我方 U_3
敌方 U_4 攻击我方 U_3，敌方 U_5 攻击我方 U_1
敌方 U_4 攻击我方 U_3，敌方 U_5 攻击我方 U_2
敌方 U_4 和 U_5 同时攻击我方 U_1
敌方 U_4 和 U_5 同时攻击我方 U_2
敌方 U_4 和 U_5 同时攻击我方 U_3

可得敌我双方无人机空战 8×9 博弈支付矩阵：

$$\boldsymbol{A}=\begin{array}{c}\\ \alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\\ \alpha_4\\ \alpha_5\\ \alpha_6\\ \alpha_7\\ \alpha_8\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccccc}\beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 & \beta_7 & \beta_8 & \beta_9\end{array}\\ \begin{bmatrix}0.2682 & 0.3470 & 0.2701 & 0.1914 & 0.2031 & 0.1826 & -0.0640 & 0.1653 & -0.0587\\ 0.0310 & -0.0008 & 0.0329 & -0.0458 & 0.0315 & 0.0321 & 0.4512 & 0.2365 & 0.4712\\ 0.0534 & 0.1322 & 0.0553 & -0.0234 & 0.1546 & 0.0394 & 0 & -0.2130 & 0.0214\\ 0.0768 & 0.1556 & 0.0787 & 0 & 0.1324 & -0.3210 & 0.5190 & 0.0061 & -0.2140\\ -0.0312 & 0.5021 & -0.3621 & 0.3251 & -0.2105 & 0.0156 & 0.4021 & 0.0846 & 0.0361\\ 0.0321 & -0.1060 & 0.0294 & 0.0842 & 0.0471 & 0.0796 & 0.3102 & 0.1954 & -0.0216\\ 0.6310 & 0.0361 & 0.0915 & 0.3250 & 0.1025 & -0.0215 & -0.0214 & 0.0321 & 0.0514\\ -0.0967 & 0.0354 & 0.0610 & -0.0351 & 0.3910 & 0.5403 & 0 & -0.0035 & 0.0239\end{bmatrix}\end{array}。$$

假设我方无人机对 8 种作战策略采取的可能性有模糊子集 $\tilde{S}_1=\sum_{i=1}^{m}\mu_{\tilde{S}_1}\left(\alpha_i\right)\big/\alpha_i=0.6/\alpha_1+0.8/\alpha_2+0.9/\alpha_3+0.5/\alpha_4+0.6/\alpha_5+0.3/\alpha_6+0.7/\alpha_7+0.4/\alpha_8$，敌方无人机对 9 种作战策略采取的可能性有模糊子集 $\tilde{S}_2=\sum_{j=1}^{n}\mu_{\tilde{S}_2}\left(\beta_j\right)\big/\beta_j=0.5/\beta_1+0.7/\beta_2+0.9/\beta_3+0.6/\beta_4+0.5/\beta_5+0.4/\beta_6+0.6/\beta_7+0.3/\beta_8+0.7/\beta_9$。根据式(2)、式(3)可得敌我双方无人机空战零和博弈策略隶属度支付矩阵为：

$$
\boldsymbol{A}=\begin{array}{c} \\ \alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\\ \alpha_4\\ \alpha_5\\ \alpha_6\\ \alpha_7\\ \alpha_8 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccc} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 & \beta_6 & \beta_7 & \beta_8 & \beta_9 \end{array}\\
\begin{bmatrix}
0.1 & -0.1 & -0.3 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 & 0.3 & -0.1\\
0.3 & 0.1 & -0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.5 & 0.1\\
0.4 & 0.2 & 0 & 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.3 & 0.6 & 0.2\\
0 & -0.2 & -0.4 & -0.1 & 0 & 0.1 & -0.1 & 0.2 & -0.2\\
0.1 & -0.1 & -0.3 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0 & 0.3 & -0.1\\
-0.2 & -0.4 & -0.6 & -0.3 & -0.2 & -0.1 & -0.3 & 0 & -0.4\\
0.2 & 0 & -0.2 & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.4 & 0\\
-0.1 & -0.3 & -0.5 & -0.2 & -0.1 & 0 & -0.2 & 0.1 & -0.3
\end{bmatrix}
\end{array}。
$$

从仿真中可得我方混合策略纳什均为：$x^*=\left(0,0,0.538\,8,0,0,0,0,0,0.461\,2\right)$，期望隶属度值 $v_\mu=0$。进一步由式(8)可得，我方无人机博弈纳什均衡值 $x^{*T}A_{m\times n}y^*$ 为 0.227 9。即：我方选择第 3 种策略和第 8 种策略的概率为 0.538 8 和 0.461 2，所对应的纯策略隶属度为 0.9 和 0.4。我方无人机以 0.538 8 的概率采取第 3 种策略，并且该策略发生的可能性为 90%，其进攻策略为：我方 U_1 和 U_3 攻击敌方 U_4，我方 U_2 攻击敌方 U_5。我方无人机以 0.461 2 的概率采取第 8 种策略，并且该策略发生的可能性为 40%。其进攻策略为：我方 U_1、U_2 和 U_3 同时攻击敌方 U_5。

敌方 2 阶段博弈混合策略纳什均衡为：$y^*=\left(0,0,0,0,0,0.890\,1,0,0.109\,9,0\right)$，期望收益值 $v_\mu=0.1$，敌方无人机博弈纳什均衡值 $y^{*T}A^T{}_{m\times n}x^*$ 为 −0.211 5。即敌方选择第 6 种策略和第 8 种策略的概率为 0.890 1 和 0.109 9，所对应的纯策略隶属度为 0.4 和 0.7。敌方无人机以 0.890 1 的概率采取第 6 种策略，并且该策略发生的可能性为 40%，其进攻策略为：敌方 U_4 攻击我方 U_3，敌方 U_5 攻击我方 U_2。敌方无人机以 0.109 9 的概率采取第 8 种策略，并且该策略发生的可能性为 70%，其进攻策略为：敌方 U_4 和 U_5 同时攻击我方 U_2。

可见，通过 QPSO 算法求解的模糊策略集博弈模型混合策略纳什均衡值代表当前敌我双方分别以概率 x^*、y^*进行作战选择，这样可以达到一种策略均衡状态，即当前双方的作战策略都是自己的最优选择，如果任何一方想打破这种均衡，都会使自己的收益减少。

4　结束语

笔者针对策略集模糊下的多无人机空战攻防对抗博弈问题，给出一种对于策略集模糊矩阵博弈纳什均衡的求解方法。该方法为研究复杂环境无人机空战策略问题提供了一种可行的解决方法，需要指出的是：当前模糊信息环境下的无人机攻防对抗矩阵博弈问题是一个较新的研究课题，相信还会有更多的其他分析方法出现。

参考文献：

[1] 姚宗信, 李明, 陈宗基. 基于博弈论模型的多机协同对抗多目标任务决策方法[J]. 航空计算技术, 2007, 37(3): 7-10.

[2] 张莉, 张安. 不确定环境下编队对地攻防对抗决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(2): 411-415.

[3] 曾松林, 王文恽, 丁大春, 等. 基于动态博弈的目标分配方法研究[J]. 电光与控制, 2011, 18(2): 27-29.

[4] 陈侠, 刘敏, 胡永新. 基于不确定信息的无人机攻防博弈策略研究[J]. 兵工学报 2012, 33(12): 1510-1515.

[5] EBERHART R C, SHI Y. Particle swarm optimization: Developments, Applications and Resources[C]. Proc IEEE Int 'l Conf on Evolutionary Computation, Seoul, Korea, 2001: 81-86.

[6] SUN J, FENG B, XU W B. Particle swarm Optimization with particles having quantum behavior[C]. Congres on Evolutionary Computation, 2004.

[7] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm: explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.

[8] JOSE B C, CHEN G S, LI D X. Particle Swarm Optimization for Resource Allocation in UAV Cooperative Control[C]. AIAA Guidance Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2004.

[9] 贾文生, 向淑文, 杨剑锋, 等. 基于免疫粒子群算法的非合作博弈 Nash 均衡问题求解[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(1): 29-31.

[10] 马金玲, 唐普英. 一种基于量子行为的改进粒子群算法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(36): 89-90.

[11] 于敏, 须文波, 孙俊. 纳什均衡解及其 QPSO 算法求解[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(10): 48-51.