

doi: 10.7690/bgzdh.2020.02.004

连续独立冲量测量的扭摆位移数据处理方法

祝超, 金星, 张志伟, 李南雷, 周伟静

(航天工程大学激光推进及其应用国家重点实验室, 北京 101416)

摘要: 为了提高连续独立脉冲冲量测量效率, 并满足大样本数据处理的需求, 设计一种用于连续独立冲量测量的扭摆位移数据处理方法。对实际振动过程进行分析, 建立扭摆一般位移方程, 采用 LM 方法和位移数据得到拟合参数, 编写了实用程序, 结合标定参数计算冲量, 并通过算例进行验证。结果表明: 该方法可以在保持测量精度的同时, 有效提高连续独立冲量测量的效率, 抗干扰能力较强, 具备在复杂环境下的工程应用价值。

关键词: 扭摆; 冲量测量; 拟合; 数据处理

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A

Processing Method for Torsion Pendulum Displacement Data in Continuous Independent Impulse Measurements

Zhu Chao, Jin Xing, Zhang Zhiwei, Li Nanlei, Zhou Weijing

(State Key Laboratory of Laser Propulsion & Applications, Space Engineering University, Beijing 101416, China)

Abstract: For improving continuous independent pulse measurement accuracy and satisfying requirements of large-scale samples processing, design the processing method for torsion pendulum displacement data in continuous independent impulse measurements. Analyze the actual vibration process, establish torsion pendulum displacement equation, use LM method and displace data to acquire fitting parameter, write practical program, calculate impulse by calibration parameter and verify it by example. The results show that the method can effectively improve the efficiency of continuous independent impulse measurement with high accuracy. It has strong anti-interference ability and engineering application value in complex environment.

Keywords: torsion pendulum; impulse measurement; fitting; data processing

0 引言

扭摆是国内外学者广泛采用的推力和冲量测量结构^[1-2]。扭摆法测量冲量的方法: 由位移传感器获取振动过程中扭摆的扭转角, 而后根据扭转角随时间的变化推算引发扭摆振动的冲量。对于单脉冲测量, 通常在无阻尼状态下, 通过标定数据和最大扭转角直接测量冲量, 但由于其测量效率较低, 难以满足大样本数据处理的工程需要。

为了提高连续独立脉冲冲量测量的效率, 笔者建立一个用于直接快速计算冲量的拟合方程, 基于 L-M (levenberg-marquardt) 原理^[3]设计了一种拟合计算方法, 可以快速由扭摆位移数据计算出对应冲量。该方法的优点在于, 降低了冲量测量时对参数标定和环境的要求, 提高了冲量测量尤其是连续独立脉冲冲量测量的效率, 对于推力器性能测试有一定的工程应用价值。

1 扭摆测量分析

如图 1 所示, 其系统结构由挠性枢轴支撑的水平横梁、配重、位移传感器、阻尼器等结构组成^[4]。当微小冲量作用在水平横梁上, 水平横梁将在枢轴回复力的作用下在水平平面作 2 阶阻尼振动, 通过位移传感器记录扭摆位移随时间变化和振动方程, 即可计算冲量。

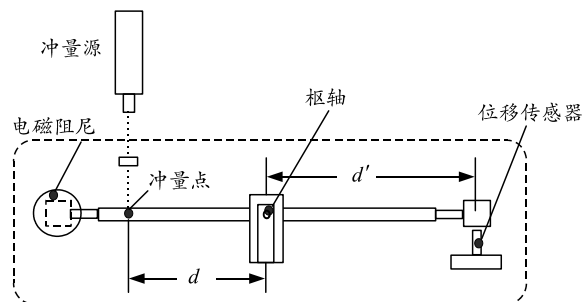


图 1 扭摆结构俯视图

扭摆结构能够有效分离推进器的重力和推力,

收稿日期: 2019-11-09; 修回日期: 2019-12-23

基金项目: 国家自然科学基金(11602304)

作者简介: 祝超(1990—), 男, 山东人, 硕士, 从事激光航天应用、空间微推进、微推力测量技术研究。E-mail: Zhuchaod1630@163.com。

从而恢复力不受推进器和扭臂等质量的影响, 执行部件对纵向振动不敏感^[5]。一次典型扭摆测量的原始数据如图 2 所示, 当冲量作用时间小于扭摆振动周期的 0.1 倍时, 冲量可认为是冲激冲量^[6], 在阻尼比很小的情况下, 最大转角 θ_{\max} 与冲量 I 有近似关系^[7]:

$$\theta_{\max} \approx Id / J\omega_d \quad (1)$$

式中: d 为作用力臂; J 为扭摆转动惯量; ω_d 为振动频率。这种方法计算简单, 只需要事先标定式(1)中的参数即可计算出 I , 在作用过程引入的额外干扰项较少, 对冲量的测量较为准确; 因此, 在微冲量测量中应用较为广泛。相应的, 此方法也存在一些问题。

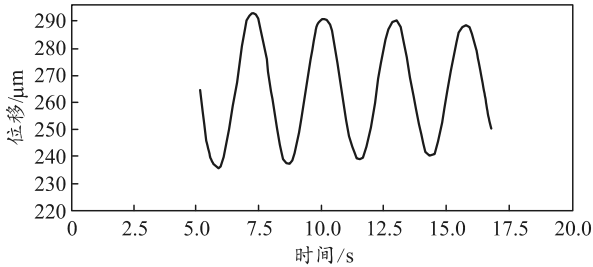


图 2 扭摆法测量冲量的位移数据

1) 参数标定工作繁琐。测量的精确度与参数标定的精确度直接相关, 并且当振动系统发生微小变化时, 参数变化对测量的影响较大, 需要重新标定。

2) 测量效率较低。一个冲量作用完后, 由于阻尼比很低, 扭摆自然震荡恢复到平衡位置的时间很长。

3) 对环境变化敏感。实际测量时, 安装方式、环境温度变化等因素都会使参考零线发生漂移。长时间测量时, 零线有时会发生缓慢的变化, 使测量数据零线选取变得困难。

以上问题对于单脉冲测量影响尚可接受, 但对于大样本的连续独立冲量测量十分不利, 尤其是对于推力器性能测试动辄万次以上的测量, 对测量方法时效和可靠性的要求则更高。

1.1 冲量计算的数据处理方法

通过拟合方法迭代获取系统参数需要注意: 1) 要建立合适的拟合方程, 在正确反映振动主要过程的前提下, 适当忽略一些次要的效应, 可以提高拟合迭代效率; 2) 要选取适当的拟合数据集, 每一个拟合数据点都会对拟合结果产生影响, 因此通常要对数据进行一定的初步处理^[8]。

1.1.1 确定拟合方程

设扭摆系统的转动惯量为 J , 阻尼系数为 c , 枢

轴的刚度系数为 k , 扭摆扭转角为 θ , 扭转角速度为 $\dot{\theta}$, 角加速度为 $\ddot{\theta}$, 外力作用力臂长为 d , t 时刻的外力大小为 $f(t)$; T_0 为外力作用时间, 由动量矩定理, 扭摆系统的运动方程^[9]可表示为:

$$\left. \begin{aligned} J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta &= f(t)d & 0 < t < T_0 \\ J\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta &= 0 & t > T_0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

在外加力矩 $0 < t < T_0$ 作用时间内, 上述运动方程可改写为:

$$\ddot{\theta} + 2\xi\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = f(t)d / J, 0 < t < T_0; \quad (3)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{J}}, \xi = \frac{c}{2\sqrt{kJ}} \quad (4)$$

式中: ξ 为阻尼比; ω_n 为固有振动频率。

利用拉普拉斯变换, 令 $\Theta(s) = L[\theta(t)]$, 当初始扭转角和初始角速度都为零, 微冲量作用时间脉宽小于系统固有周期 0.1 倍以下时, 可以认为冲量为瞬时冲激 $\delta(t)$,

$$\Theta(s) = (d / J) \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = (d / J) \frac{1}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} \quad (5)$$

式中 $\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2}\omega_n$ 为振动频率。进行拉普拉斯反变换, 扭摆在冲量作用下的扭转角随时间变化为:

$$\theta(t) = \frac{Id}{J\omega_d} e^{-\xi\omega_n t} \sin \omega_d t \quad (6)$$

记位移传感器在扭摆上的力臂为 d' , 则位移传感器上的位移与扭转角关系为:

$$\frac{x(t)}{d'} \approx \theta(t) \quad (7)$$

位移传感器上位移数据 $x(t)$ 在起振后符合 2 阶振动方程, 拟合方程形式为

$$x(t) = A \sin(Bt) e^{Ct} \quad (8)$$

其中:

$$A = \frac{Id d'}{J\omega_d}; \quad (9)$$

$$B = \omega_d; \quad (10)$$

$$C = -\xi\omega_n \quad (11)$$

由 B, C 可计算系统的固有频率 ω_n , 阻尼比 ξ :

$$\omega_n^2 = \omega_d^2 + (\xi^2 \omega_n^2) = B^2 + C^2; \quad (12)$$

$$\xi = -\frac{C}{\omega_n} \quad (13)$$

由于 A 作为振幅项排除了外加阻尼的影响, 仅

与冲量 I 、刚度系数 k 、力臂 d 、 d' 有关, 所以只需要事先标定转动惯量 J 或者刚度系数 k , 即可计算冲量:

$$I = \frac{AJ\omega_n}{dd'}. \quad (14)$$

如果记 F 计算为参考零点, 综合考虑系统的零漂和起振延迟时间, 实验数据符合方程形式

$$x(t) = A\sin(B(t+\tau))e^{C(t+\tau)}u(t+\tau) + Et + F. \quad (15)$$

上式即为实验测量冲量时扭摆上位移传感器完整的位移方程, 再用连续的 Sigmoid 函数替代不连续的阶跃函数 $u(t+\tau)$, 拟合方程变为

$$x(t) = A\sin(B(t+\tau))e^{C(t+\tau)}\frac{1}{1+e^{-w(t+\tau)}} + Et + F. \quad (16)$$

1.1.2 L-M 方法

L-M 方法通过将高斯牛顿法与梯度下降法结合使用, 兼顾了收敛的速度和稳定性, 在非线性最优化问题中有着广泛的应用^[10], 下面对 L-M 方法的原理进行简单说明。对于二次可微的方程 $f(x)$ 求极值, 即为求解方程 $f'(x)=0$, 采用牛顿迭代法的迭代过程为

$$x_{n+1} = x_n - f'(x_n)/f''(x_n). \quad (17)$$

对于高维的情况, 取 J_f, H_f 分别为 $f(x)$ 的 Jacobian 矩阵和 Hessian 矩阵, 并且忽略二次导数项, 牛顿迭代法转化为高斯牛顿迭代法:

$$x_{n+1} = x_n - H_f^{-1}J_f^T f(x) \approx x_n - [J_f^T J_f]^{-1} J_f^T f(x). \quad (18)$$

高斯牛顿法收敛快速, 但对初始点位置敏感, 并且需要保证 H 为正定, 否则不收敛。为此可以施加阻尼因子 μ , 得到原始的 L-M 迭代法:

$$x_{n+1} = x_n - [J_f^T J_f + \mu I]^{-1} J_f^T f(x_n). \quad (19)$$

当 μ 很大时, 上式退化为

$$x_{n+1} = x_n - \frac{1}{\mu} J_f^T f(x_n). \quad (20)$$

这与梯度下降法一致。与高斯牛顿法相反, 梯度下降法对初始点位置不敏感, 但收敛较为缓慢。可以说 L-M 法兼具了梯度下降法和高斯牛顿法的特点, 应用范围十分广泛。为了在梯度较小即较为平坦的方向让迭代进行较大的移动, Marquardt 提出了改进版 L-M 法, Hessian 矩阵的对角阵 $\text{diag}[H]$

$$x_{n+1} = x_n - [J_f^T J_f + \mu \text{diag}[H]]^{-1} J_f^T f(x_n). \quad (21)$$

1.1.3 拟合数据集

一般而言, 拟合数据集的可靠数据越多, 拟合

结果越好, 相应的迭代计算所需时间也会增长。若仅以式(8)进行拟合, 则拟合数据集的时间起点应恰为起振时刻, 这需要一个额外的步骤去判别起振位置。而式(16)中考虑了冲激响应, 使拟合起点的选取更为宽泛。数据集的另一个重要作用是确定迭代初值, 迭代初值与真值越接近, 迭代收敛速度越快, 迭代初值越远离真值, 迭代速度越慢, 甚至可能收敛到一个错误的局部最优值。式(16)共有 6 个参数 A, B, C, E, F, τ 需要拟合, 因此, 迭代需要 6 个初值 $A_0, B_0, C_0, E_0, F_0, \tau_0$ 。

首先对原始输出进行低通滤波, 剔除数据粗大误差, 使数据更为平滑连续, 滤波后的数据集为 $X(t), Y(t)$ 。枚举得到 Y 的最大值为 $\max(Y)$, 对应 X 为 $X[\max(Y)]$, Y 的最小值为 $\min(Y)$, 对应的 X 为 $X[\min(Y)]$ 。

F 为参考零点, Y 在 $X[\max(Y)]$ 与 $X[\min(Y)]$ 中间位置, 恰通过参考零点, 因此

$$F_0 = Y((X[\max(Y)] + X[\min(Y)])/2). \quad (22)$$

A_0 为最大值与参考零点之差, 因此

$$A_0 = \max(Y) - F_0. \quad (23)$$

$X[\max(Y)]$ 与 $X[\min(Y)]$ 之差应为 1/2 周期, 因此:

$$T \approx 2(X[\max(Y)] - X[\min(Y)]); \quad (24)$$

$$B_0 = \frac{2\pi}{T}. \quad (25)$$

振动在历经 $X[\max(Y)] - X[\min(Y)]$ 时间的振幅由 $\max(Y) - F_0$ 衰减为了 $F_0 - \min(Y)$, 因此

$$C_0 = \frac{\ln[(F_0 - \min(Y)) / (\max(Y) - F_0)]}{X[\max(Y)] - X[\min(Y)]}. \quad (26)$$

起振时刻与最大值时刻应相差 1/4 周期, 因此

$$\tau_0 = X[Y(\max)] - 0.25T. \quad (27)$$

假设数据不存在 0 点漂移, $E_0=0$ 。

用以上的方法计算迭代初值, 拟合数据集应至少包含振动第 1 个周期的最大值与最小值。为了确保数据集中的最大值和最小值分别为振动过程的位移最大值和最小值, 数据集时间起点设置为起振时刻前某一时刻, 时间长度则包含至少一个完整周期。需要说明的是, 当阻尼比很小时, 上述方法中 A 的计算与最大转角法中的最大位移等效。

1.1.4 程序实现

将以上数据拟合方法通过程序实现。程序框图如图 3 所示。首先从传感器记录的原始文件中提取时间和位 $X[\max(Y)]$ 移信息, 得到原始数据 $t, x_1(t)$,

而后将其进行滤波降噪，得到用于拟合的数据集 $t, x_2(t)$ ，用上节所介绍的方法计算迭代拟合的初值 $p_0=[A_0, B_0, C_0, \tau_0, E_0, F_0]$ ，与式(16)一起代入到迭代器中进行计算。经过指定次数迭代后，得到拟合参数

结果 $p=[A, B, C, \tau, E, F]$ ，建立拟合方程并代入 t 得到拟合曲线 $t, x_3(t)$ 。将原始数据、滤波数据、拟合曲线放在一起进行比较，若拟合曲线与原始数据匹配较好，则可以认为拟合参数是合理的。

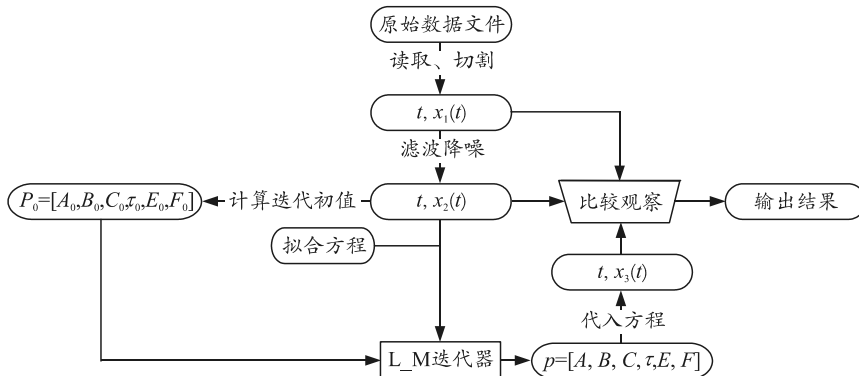


图 3 程度实现框图

2 算例与分析

为了验证计算方法的准确性，对一次典型的实验结果进行数据处理。以 Nd:Yag 激光烧蚀 PTFE 靶材，单次实验的脉冲能量 194.62 mJ，光斑直径约 1 000 μm ，脉宽 8 ns。通过扭摆位移传感器得到原始数据、滤波数据、拟合数据如图 4 所示。

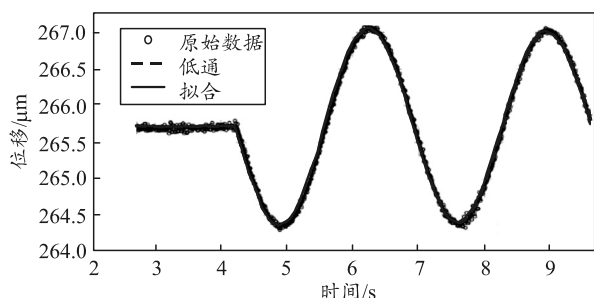


图 4 实验数据的滤波和拟合

从图中可以看出：拟合曲线与实验数据匹配较好，相应的表 1 中拟合的标准差也很小。原始数据经低通滤波后可有效屏蔽高频振动带来的噪声，并且使曲线更加平滑，连续性更好。

表 1 中的迭代初值与最终收敛值十分接近，说明迭代初值的选取很接近，较为合理，由于阻尼比很小，迭代初值 A 即为最大转角法中的最大位移，这时最大转角法与文中拟合方法得到的冲量十分接近。

根据实验前标定的系统固有频率 ω_n 和阻尼比 ζ 计算得到对应的 B, C 参数值，与迭代法得到的 B, C 参数十分接近。总的来看，本次实验数据的拟合效果与最大转角法效果接近。代入标定的转动惯量 $J=1.1886 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ，测量力臂 $d'=88.12 \text{ mm}$ ，烧蚀力臂 $d=177.24 \text{ mm}$ ，可计算得到冲量 $I=$

$5.76 \times 10^{-9} \text{ N}\cdot\text{s}$ 。

表 1 拟合数据

参数	迭代初值	收敛值	相对标准差	实验前标定值
振幅 $A/\mu\text{m}$	1.349	1.366	0.078	
振动频率/Hz	2.338	2.333	0.007	2.25
系统阻尼 C	-0.010	-0.009	0.007	-0.012
起振时间 τ/s	4.25	4.251	0.024 0	
零线斜率 E	-0.000	0.001	0.004	
零线偏置 $F/\mu\text{m}$	265.704	265.704	0.046	

2.1 数据长度的影响

以 32.6 mJ 脉冲能量烧蚀铝靶，扭摆在 30 个周期内振荡位移数据及拟合结果如图 5 所示。分别以不同的时间长度截断原数据，得到 30 组数据集分别拟合，结果如表 2 所示。其中首行表示截取数据保留的时间长度， T 为一个震荡周期时间。从表中可以看出：当拟合数据长度过短 ($0.5T$) 时，波形畸变程度较大，使拟合收敛到错误结果；而当拟合数据很长 ($30T$) 时，零漂的非线性程度增大，系统低频噪声的影响逐渐显著，对拟合结果造成一定干扰。这从图 5 中的拟合效果中也可以看出。总的来看，拟合数据长度控制在 1~3 个周期比较合理。

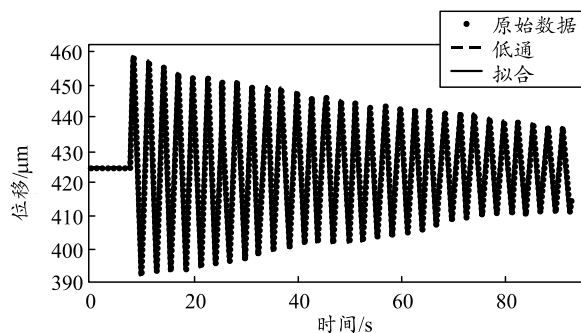


图 5 30 个周期内的震荡位移及拟合结果

表 2 不同数据长度的拟合结果

参数	30T	10T	5T	3T	1T	0.7T	0.5T
振幅 $A/\mu\text{m}$	34.296	33.662	33.601	33.573	33.525	32.533	0.610
振动频率/Hz	-0.011	-0.010	-0.010	-0.009	-0.008	0.013	1.012
系统阻尼 C	2.199	2.199	2.199	2.199	2.200	2.212	2.221
起振时间 τ/s	4.192	4.193	4.196	4.196	4.196	4.199	0.277
零线斜率 E	-0.003	-0.074	-0.109	-0.118	-0.132	0.074	2.368
零线偏置 $F/\mu\text{m}$	423.331	424.41	424.757	424.802	424.847	424.331	421.989

2.2 抗干扰能力

由于位移传感器高度灵敏，环境的温度变化、设备的运行振动都会对数据产生干扰，常常难以满足图 2 所示的理想波形。在图 6(a)所示的一次位移数据中，除了明显的高频噪声以外，还伴随着显著的参考零点漂移，这时若使用最大转角法则将引入显著系统误差，采用笔者提出的拟合方法可以有效对零漂进行补偿。图 6(b)所示的一次位移数据中，信号振幅约 $0.5 \mu\text{m}$ ，噪声振幅约 $0.6 \mu\text{m}$ ，噪声的振幅比信号还大，参考零线和最大位移点的选取变得十分困难，因此，采用文中的拟合方法依然可以获得系统参数。

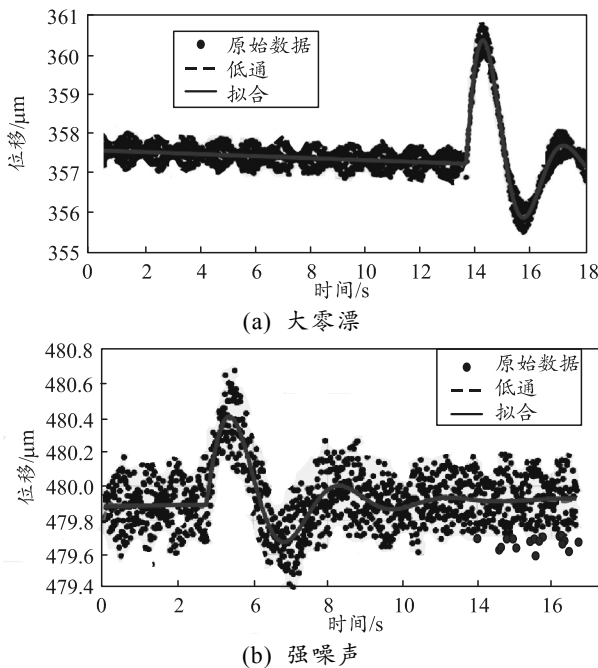


图 6 大零漂与强噪声下的拟合

3 外加阻尼的影响

笔者设计的数据处理方法侧重于工程应用中的数据快速处理，可以方便准确地测量连续独立冲量。其中最为重要的就是在外加阻尼介入后，测量结果能保持稳定。以 Nd:Yag 激光烧蚀 Al 靶材，激光器单脉冲能量的相对标准差为 0.5%。2 次实验的光斑直径均约为 $1\ 000 \mu\text{m}$ ，脉宽 8 ns，其中一次实验扭

摆自由振荡，另一次加阻尼，实验结果如图 7 所示。无阻尼和外加阻尼的拟合结果如表 3 所示。

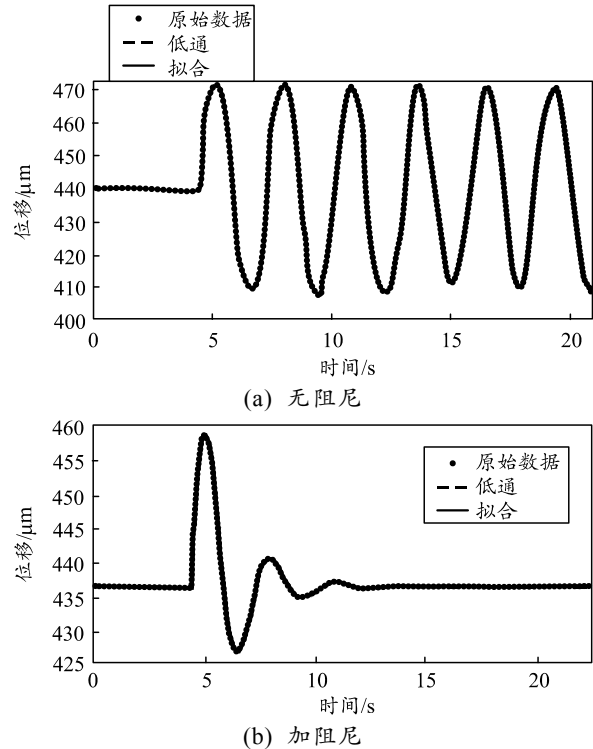


图 7 无阻尼和外加阻尼对振动过程的影响

表 3 无阻尼和外加阻尼的拟合结果

参数	不加阻尼	加阻尼
振幅 $A/\mu\text{m}$	31.242	31.885
振动频率/Hz	2.213	2.137
系统阻尼 C	-0.004	-0.577
起振时间 τ/s	4.362	4.386
零线斜率 E	0.000 7	0.000 1
零线偏置 $F/\mu\text{m}$	439.671	437.257

在 2 种情况下，拟合曲线都与原始数据匹配良好；拟合参数中，相比不加阻尼的情况，施加阻尼后系统参数 B, C 发生变化，且依旧满足下式：

$$C = -\xi\omega_n \quad (28)$$

其他参数的变化较小。在外加阻尼的情况下，由最大转角法计算冲量需要重新对系统的阻尼比进行标定，而采用数据拟合的方法可以直接得到新的阻尼比，大大节约冲量测量所需的时间。由参数 A 计算冲量仅需代入转动惯量 J 和 2 个力臂 d, d' ，

而在阻尼和不加阻尼的情况下, 参数 A 较为接近, 也即冲量测量结果接近。

参量 A 与冲量计算直接相关, 因此, 需要重点验证阻尼施加对参数 A 的影响。在不同激光能量下, 对施加阻尼 8 V 电磁阻尼的扭摆进行多组实验, 并与不加阻尼的情况进行对比, 实验结果如图 8。

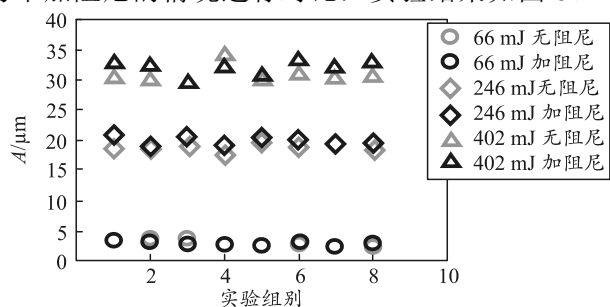


图 8 不同激光能量下阻尼对冲量的影响

如表 4 所示, 在不同激光能量下, 计算 6 组数据的均值和相对标准差, 施加阻尼和不加阻尼的参数 A 拟合结果没有明显区别。可见, 参数 A 的拟合结果基本不受阻尼施加的影响, 阻尼的介入对于冲量测量没有明显的影响。在进行连续独立冲量测量时, 可以直接通过施加阻尼使扭摆更快恢复稳定。

表 4 参数 A 在不同激光能量下的拟合结果 μm

激光能量	平均值	相对标准差
66 mJ 无阻尼	2.937	0.178
66 mJ 加阻尼	2.820	0.075
246 mJ 无阻尼	18.754	0.030
246 mJ 加阻尼	19.832	0.031
402 mJ 无阻尼	31.038	0.040
402 mJ 加阻尼	32.277	0.037

4 结论

为了提高扭摆法测量冲量的位移数据处理效率, 适应大样本连续独立冲量测量的需要, 笔者基于对实际振动过程的分析, 建立了包含振动衰减项、阶跃项和漂移项的扭摆一般位移方程, 设计了基于 LM 方法的迭代拟合过程, 编写了实用程序, 而后通过算例对该方法的可行性和可靠性进行验证。结

果表明:

1) 笔者采用的数据处理方法, 可以在保持最大转角法测量精度的同时, 提高连续独立冲量测量的效率。

2) 拟合数据长度会对拟合结果产生影响, 一般选取振荡周期的 1~3 倍, 即可得到较高的拟合结果。

3) 外加阻尼的引入不会对拟合结果产生显著影响, 在进行连续独立冲量测量时, 可以利用阻尼使扭摆快速恢复稳定。

参考文献:

- [1] 岑继文, 徐进良. 真空环境下微推力测量的研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(2): 621-625.
- [2] D'SOUZA B C, KETSDEVER A D. Investigation of time-dependent forces on a nano-Newton-second impulse balance[J]. Review of Scientific Instruments, 2005, 76(1): 1-10.
- [3] 苏明旭, 王夕华, 黄有贵, 等. LM 优化算法在消光法测粒技术中的应用[J]. 仪器仪表学报, 2005, 26(z1): 63-65.
- [4] 金星, 洪延姬, 周伟静, 等. 一种用于微小推力冲量测量的扭摆系统参数标定方法[J]. 推进技术, 2015, 36(10): 1554-1559.
- [5] 洪延姬, 周伟静, 王广宇. 微推力测量方法及关键问题分析[J]. 航空学报, 2013, 34(10): 2287-2299.
- [6] 刘旭辉, 杨飞虎, 魏延明, 等. 基于扭摆台架的动态推力测试方法研究[J]. 推进技术, 2017, 38(4): 925-931.
- [7] 周伟静, 洪延姬, 叶继飞. 激光微推力器多脉冲作用下的力学性能测量方法[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(S2): 1-6.
- [8] 梁志国, 朱济杰, 孟晓风. 四参数正弦曲线拟合的一种收敛算法[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(11): 1513-1519.
- [9] 洪延姬, 金星. 微推力和微冲量测量方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 30-35.
- [10] 苏萍, 向天歌, 马建设. 基于 LM 算法的粘弹性材料剪切松弛模量的拟合[J]. 材料导报(纳米与新材料专辑), 2017(1): 135-138.