

doi: 10.7690/bgzdh.2019.10.002

基于经纬度的弹目距离和方位角简易算法

张晓龙, 朱平安, 胡春生

(陆军炮兵防空兵学院兵器工程系, 合肥 230031)

摘要: 为实时导引弹体向目标方向飞行并准确实施打击, 提出一种基于经纬度的弹体及目标点之间方位角和距离的求解方法。将弹体和目标的经纬度作为已知参量, 根据空间位置关系, 建立弹目坐标点的空间模型, 依据球面及空间几何关系, 得出距离与方位角的解算, 并利用 Google Earth 软件进行了验证比对。计算结果表明: 该制导方式简单有效, 具有一定的使用价值。

关键词: 方位角; 距离; 球面三角形; 经纬度

中图分类号: TJ410.2 **文献标志码:** A

A Simple Algorithm for Distance and Azimuth of Missile-to-target Based on Longitude and Latitude

Zhang Xiaolong, Zhu Ping'an, Hu Chunsheng

(Department of Ordnance Engineering, Army Academy of Artillery & Air Defense, Hefei 230031, China)

Abstract: In order to guide the missile in the direction of the target in real time and strike accurately, a method based on longitude and latitude is proposed to solve the azimuth and distance between the missile and the target point. In this paper, the longitude and latitude of the projectile and the target are taken as known parameters, and the space model of the coordinate points of the projectile and the target is established according to the spatial position relationship. According to the spherical and spatial geometric relationship, the solution of the distance and azimuth angle is obtained, and the comparison is verified by using Google Earth software. The calculation results show that the guidance method is simple and effective, and has application value.

Keywords: azimuth; distance; spherical triangle; latitude and longitude

0 引言

在中近程卫星制导弹药中, 弹体上安装有 GPS/BD 卫星接收机和天线, 弹体发射后, GPS/BD 卫星接收机实时获取弹体的经纬度等坐标信息, 并与预装定的目标经纬度信息一起输入弹上制导计算机, 形成坐标差指令, 实时导引弹体向目标方向飞行。此处的坐标差可以理解为弹体和目标两点的经纬度形成的方位角和距离。通过卫星接收机的定点坐标信息, 可确定其方位角及距离, 利用弹目两点之间的方位差导引弹药向目标飞行并毁伤, 这种简便有效的制导方式已经运用到多种制导弹药中, 其中根据弹药和目标的坐标信息求解两者之间的方位角是关键; 因此, 笔者提出一种具有可行性的两点之间方位角和距离的求解方法。

1 弹目坐标点的空间模型

卫星制导弹药在中低纬度、近程范围内(低纬度在 300 km 以下, 中纬度在 40 km 以下)飞行, 距离

相对较短, 可以忽略地球曲率影响, 因而将地球简化为球形模型来处理^[1], 地球平均半径 $R=6\,371.393$ km。图 1 为球形模型中目标点 P 和轨迹点 Q 两者之间的空间位置关系。其中, O 点为球心, M 点为上半球的顶点。

假设 $P(B_P, L_P)$ 点为预先装定到弹体的目标点坐标, $Q(B_Q, L_Q)$ 点为弹体实时轨迹点坐标, Q 点相对于 P 点的方位角为 θ (以真北为起点, 顺时针为正, $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$), 两点之间距离为 s 。

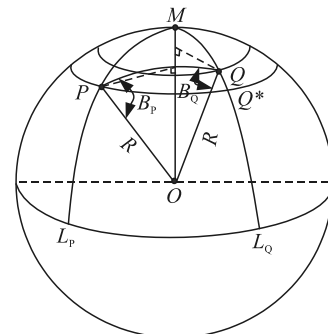


图 1 球形模型中 P 点和 Q 点的空间位置关系

收稿日期: 2019-05-31; 修回日期: 2019-06-26

作者简介: 张晓龙(1989—), 男, 陕西人, 硕士, 助教, 从事弹载信息感知与处理研究。E-mail: zxljust@163.com。

在上述空间模型中, M 点与 P 点和 Q 点组成球面三角形 PMQ , p 、 q 、 m 分别为球面三角形的 3 条弧边, 过 M 点分别作边 p 、 q 的切线与 OP 、 OQ 的延长线相交于 E 和 F 点, α 、 β 、 γ 分别为球面三角形 PMQ 中 MP 、 MQ 、 PQ 3 条弧边对应的球心角, 如图 2^[2-3]所示。 P 和 Q 点的空间位置关系可以看作是球面三角形上的两点位置关系。

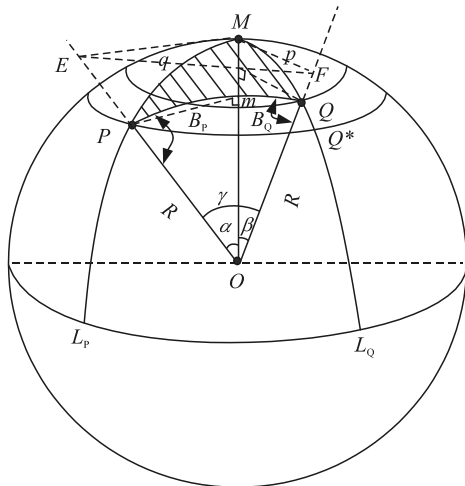


图 2 P 点和 Q 点的在球面三角形中空间位置关系

2 距离与方位角的解算^[4-6]

根据球面三角形余弦公式和图 2 所示的空间几何关系, 可以得到:

$$\cos \gamma = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos \angle M. \quad (1)$$

式中 $\angle M$ 是面 POM 与面 QOM 的二面角, 由于求解 Q 点相对于 P 点的方位角, 所以 $\angle M = L_Q - L_P$ 。将 $\alpha = 90^\circ - B_P$ 、 $\beta = 90^\circ - B_Q$ 、 $\angle M = L_Q - L_P$ 代入式(1)中得:

$$\cos \gamma = \cos(90^\circ - B_P) \cos(90^\circ - B_Q) + \sin(90^\circ - B_P) \sin(90^\circ - B_Q) \cos(L_Q - L_P); \quad (2)$$

$$\gamma = \arccos[\cos(90^\circ - B_P) \cos(90^\circ - B_Q) + \sin(90^\circ - B_P) \sin(90^\circ - B_Q) \cos(L_Q - L_P)]. \quad (3)$$

因而解得 P 点和 Q 点的距离

$$s = \frac{\gamma \pi}{180} R. \quad (4)$$

如图 3 所示, 在图 2 所示的球面三角形 PMQ 中, 过 M 点作平面 OPQ 的垂线交此平面于 M' 点, 再从 M' 点向 OP 、 OQ 引垂线 $M'D$ 、 $M'H$, 连接 $M'D$ 和 $M'H$, 由此得 4 个平面直角三角形 $\triangle ODM$ 、 $\triangle OHM$ 、 $\triangle MM'D$ 和 $\triangle MM'H$ 。 $\angle P$ 为面 MOP 与面 QOP 的二面角, $\angle P = \angle MDM'$; $\angle Q$ 为面 MOQ 与面 POQ 的二面角, $\angle Q = \angle MM'H$ 。

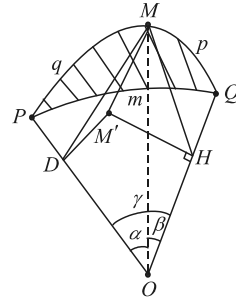


图 3 P 点和 Q 点的空间几何关系

根据球面三角形正弦公式和图 3 所示的空间几何关系, 可以得到

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \angle Q} = \frac{\sin \beta}{\sin \angle P} = \frac{\sin \gamma}{\sin \angle M}. \quad (5)$$

设 $\angle P = \varphi$, 根据上式可得:

$$\sin \varphi = \frac{\sin \beta \sin \angle M}{\sin \gamma} = \frac{\sin(90^\circ - B_Q) \sin(L_Q - L_P)}{\sin \gamma}; \quad (6)$$

$$\varphi = \arcsin \left(\frac{\sin(90^\circ - B_Q) \sin(L_Q - L_P)}{\sin \gamma} \right). \quad (7)$$

由式(2)中 $\cos \gamma$ 可以求解得到

$$\sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma}. \quad (8)$$

式(7)变换为

$$\varphi = \arcsin \left(\frac{\sin(90^\circ - B_Q) \sin(L_Q - L_P)}{\sqrt{1 - \cos^2 \gamma}} \right). \quad (9)$$

式(9)为弹体轨迹点相对于目标点的方位角求解公式, 由于其涉及三角函数, 假设在直角坐标系中, 纵轴指向北为正, 横轴指向东为正, 将 P 点固定于原点, 由 Q 点相对于 P 点的位置在 4 个象限和 2 个坐标轴上进行讨论。方位角结果如表 1 所示。

表 1 方位角真值

Q 点位置	判决条件	方位角 θ (北偏东)/($^\circ$)
第 1 象限	$B_Q > B_P, L_Q > L_P$	φ
第 2 象限	$B_Q > B_P, L_Q < L_P$	$360^\circ + \varphi$
第 3 象限	$B_Q < B_P, L_Q < L_P$	$180^\circ - \varphi$
第 4 象限	$B_Q < B_P, L_Q > L_P$	$180^\circ - \varphi$
纬度正半轴	$B_Q > B_P, L_Q = L_P$	0
经度正半轴	$B_Q = B_P, L_Q > L_P$	90
纬度负半轴	$B_Q < B_P, L_Q = L_P$	180
经度负半轴	$B_Q = B_P, L_Q < L_P$	270

3 算例验证

利用 Google Earth 软件, 在 3 维地图中选定一个固定 P 点和若干任意 Q 点, 通过笔者提出的公式计算结果和 Google Earth 获得的结果进行比对。例如, P 点经纬度为 $(31^\circ 48' 25.31'' N, 117^\circ 11' 43.52'' E)$, Q 点经纬度为 $(31^\circ 48' 34.89'' N, 117^\circ 15' 49.36'' E)$, 即

$B_P=31.807\ 031^\circ$, $L_P=117.195\ 422^\circ$, $B_Q=31.809\ 692^\circ$, $L_Q=117.263\ 710^\circ$ 。将这 4 个参数代入式(2)和式(3)中, 得到两点距离 $s_1=6\ 460.152\ \text{m}$; 根据表 1 的判决条件, 可知 Q 点相对于 P 点的方位角 $\theta_1=\varphi$, 利用式(9)可得 $\theta_1=87.357^\circ$ 。然后将 Q 点和 P 点的坐标在 Google Earth 中标注并测量两点距离和方位(如图 4 所示), 得到 $s_2=6\ 472.98\ \text{m}$ 、 $\theta_2=87.35^\circ$ 。



图 4 Google Earth 中 Q 点相对于 P 点的距离和方位角

同理, 找出若干组 Q 点和 P 点的经纬度坐标进行验证, 结果如表 2 所示。从数据结果可以看出: 运用公式计算的方位角基本与 Google Earth 软件得到的方位角相等, 而距离误差相对较大。分析原因: 一方面可能是由于运用公式计算距离过程中, 对于地球半径 R 的取值和 π 的保留精度都会不可避免对距离产生误差; 另一方面笔者是将地球简化为球形模型进行求解, 而 Google Earth 是将卫星影像与航拍的数据进行整合, 并非单一数据来源。因此, 从整体结果上看, 笔者提出的这种简易算法能够满足在中低纬度、近程范围内弹体轨迹点和目标点之间的相对方位计算, 但对于弹目两点的距离测算还需借助其他手段来辅助测量, 例如通过地磁、加速度等物理量, 来保证弹药的制导精度。

表 2 算例结果

序号	P 点经纬度	Q 点经纬度	公式距离 S_1/m	公式方位角 $\theta_1/(\circ)$	GE 距离 S_2/m	GE 方位角 $\theta_2/(\circ)$	距离误差 $\Delta S/\text{m}$	方位误差 $\Delta \theta/(\circ)$
1	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°47'16.31"N 117°17'13.48"E	8 919.786	103.790	8 935.29	103.79	-15.504	0
2	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°52'12.34"N 117°19'32.40"E	14 162.465	60.278	14 173.60	60.28	-11.135	-0.002
3	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°54'36.50"N 117°12'28.80"E	11 528.664	5.907	11 496.32	5.91	32.344	-0.003
4	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°54'32.21"N 117° 8'10.83"E	12 634.324	333.801	12 610.30	333.80	24.024	0.001
5	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°49'39.67"N 117° 2'21.03"E	14 942.706	278.890	14 970.68	278.89	-27.974	0
6	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°46'28.54"N 117° 7'55.65"E	6 985.855	238.946	6 990.79	238.94	-4.935	0.006
7	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°39'36.72"N 117°11'15.71"E	16 342.650	182.567	16 295.97	182.57	46.680	-0.003
8	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°37'44.87"N 117°20'13.25"E	23 888.608	145.863	23 856.55	145.86	32.058	0.003
9	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°46'59.53"N 117°14'52.67"E	5 627.216	118.059	5 632.07	118.06	-4.854	-0.001
10	31°48'25.26"N 117°11'43.55"E	31°43'44.18"N 117° 8'55.17"E	9 743.590	207.002	9 725.41	207.00	18.180	0.002

4 结束语

笔者提出利用弹体和目标两点的经纬度坐标求解弹体相对于目标点的距离和方位角。该方法简单有效, 不但能够导引弹体向目标飞行, 而且方便观测弹体的飞行轨迹, 可为卫星制导弹药的实验测试提供一种参考方法。

参考文献:

[1] 刘力荣, 李茜. GPS 坐标与方向、距离相互转换的计算公式推导[J]. 技术应用, 2018(7): 106.

[2] 姬金祖, 束长勇, 黄沛霖. 欧拉角在飞行航迹仿真中的应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2014, 46(2): 218-224.
 [3] 江衍焯. 航行中两点间距离和航向的计算[J]. 福建电脑, 2008(7): 119-120.
 [4] 黎珍惜, 黎家勋. 基于经纬度快速计算两点间距离及测量误差[J]. 测绘与空间地理信息, 2013(11): 236-237.
 [5] 王飞, 李大威. GPS 小范围测距的两种实现方法[J]. 科技情报开发与经济, 2007(10): 153-154.
 [6] 韩忠民. 知经纬度计算两点精确距离[J]. 科技传播, 2011(6): 194-196.