doi: 10.7690/bgzdh.2019.02.012

一种基于回溯试探法组卷的优化算法

李　川[1]，杨俊清[1]，张少茹[2]
（1. 西安航空学院计算机学院，西安 710077；2. 西安交通大学医学部，西安 710061）

摘要：针对回溯试探法在题库试题数量较大的情况下，组卷效率低的问题，提出目标终止回溯试探法和缩减深度回溯试探法 2 种改进的算法。通过建立改进的回溯试探法组卷算法模型，对 2 种改进算法在组卷效率适用性方面进行分析，并对改进的回溯试探法进行实验验证。实验结果表明：2 种改进算法在组卷效率上都有明显地提高，并且各有特点及适应性；如果数据量巨大，适用缩减深度回溯试探法，否则适用目标终止回溯试探法。

关键词：在线测评；组卷；回溯；效率
中图分类号：TP391.97　　**文献标志码：**A

An Optimization Algorithm Based on Backtracking Search Method

Li Chuan[1], Yang Junqing[1], Zhang Shaoru[2]
(1. *College of Computing*, *Xi'an Aeronautical University*, *Xi'an* 710077, *China*;
2. *Health Science Center*, *Xi'an Jiaotong University*, *Xi'an* 710061, *China*)

Abstract: In view of the problem that the backtracking search method has a low efficiency of paper-generating under the condition of a large number of test questions, this paper proposes 2 improved algorithms: the target termination backtracking search method and the reduced depth backtracking search method. Through building the model of the improved backtracking search method paper-generating algorithm, the paper analyzed the applicability of the 2 improved algorithms in the paper-generating efficiency and verified the improved backtracking search method. The experimental results show that the 2 improved algorithms are obviously improved in the efficiency of the paper-generating, and each has its own characteristics and adaptability. If the amount of data is huge, the reduced depth backtracking search method is applicable, otherwise, the target termination backtracking search method is applied.

Keywords: online judge; paper-generating; backtracking; efficiency

0　引言

测评是衡量学生对于知识掌握程度的重要手段。目前，大多数关于教学的评价都是基于测评的结果。测评的方式多种多样，而试卷是测评的最有效形式[1]。在传统的考试方式中，以教师命题纸质试卷的考试形式为主，缺乏规范性和合理性。基于网络在线考试测评利用了网络开放性和共享性[2]，使测评考试工作变得简单，减轻教师的劳动强度，减少浪费纸张，降低了考试成本，简化了考试流程，同时提高了考试质量。随着高等教育的改革深化，基于网络测评系统的设计和研究对促进教育信息化、教学改革和发展、教育现代化都有深远的意义。

1　常用的组卷算法

在线测评系统中有一个重要的问题——组卷。组卷就是依据考试规则(总分、题目类型、数量、难度等)，采用某种组卷算法在现有的题库中抽取部分试题组成考试试卷的过程[3]。组卷算法很多，能否利用组卷算法生成科学、合理的试卷，对于在线测评系统高效率组卷至关重要。常用的组卷算法主要有动态优先权算法、随机抽取法、回溯试探法、遗传算法等[4-6]。

1) 动态优先权算法。

随着组卷过程的深入，动态优先权算法可选试题范围逐步缩小，组卷要求各项指标相互牵制的矛盾会随之产生[7]。动态优先权从试题与指标值差距综合评价每道试题的优先权，再根据组卷过程中的变化，动态调整试题的优先权。这种算法组卷成功率高，但效率不高。

2) 随机抽题法。

随机抽题法根据组卷要求，由计算机在题库中随机抽取一道试题加入试卷中，循环此过程，直到组卷成功。当然，也有可能因为题库试题有限，无法满足要求导致组卷失败。这种方法结构简单，抽单题速度较快，但是整个组卷时间较长，且试卷中试题重复率较高。

收稿日期：2018-10-15；**修回日期：**2018-11-22
基金项目：国家自然科学基金(71373203)
作者简介：李　川(1980—)，男，陕西人，硕士，讲师，从事软件算法理论、分布式数据库、大数据分析研究。

3) 回溯试探法。

回溯试探法是在随机抽题算法上改进的[8]，将随机选取过程中的每个步骤记录下来，当搜索进行到某一步发现组卷达不到目标时，就回溯到上一步骤的状态重新搜索，通过这种不断地回溯试探直到组卷成功或回到初始状态[9]。当试题库总题量较大时，回溯试探法组卷过程记录的状态组合也非常巨大，因此会占用大量内存空间，而反复的回溯也会导致组卷效率低；当题库中题量较少，组卷指标简单时，回溯试探法往往比较高效。

4) 遗传算法。

遗传算法是模拟生物进化的遗传、变异、交叉等过程的算法[10]。该算法计算初始群体中每一个体的适应度，根据优胜劣汰适者生存原则选取优良个体，再通过交叉、变异过程后生成下一代群体，如此循环迭代不断进化，最终找到满足要求的最优解。这种算法效率高，但是实现困难[11]。

上述组卷算法各有优点，但都存在的一些适应性问题或缺陷；因此，笔者研究设计基于回溯试探法改进的组卷算法模型，以解决题库中试题较多，回溯试探法组卷效率低的问题。

2　改进的回溯试探算法

回溯试探法算法是一种深度遍历选优搜索算法[12]，按约束条件深度搜索，直到达到目标。如果在搜索到某一步时，发现原先搜索并非最优或无解，就回溯到上一状态重新搜索，整个搜索过程要求将每个点的状态都记录下来，以便返回到上一个“回溯点”。回溯试探法的具体过程如图 1 所示。

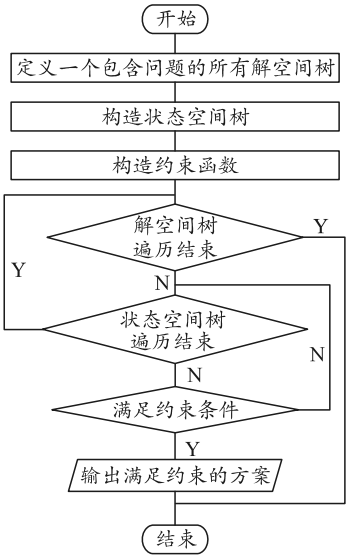

图 1　回溯试探法流程

从回溯试探法的过程中可以看出：影响算法效率的主要因素是状态空间树的大小，一般空间状态树的大小由题库本身的题目数量决定。当题库题目数量很大时，回溯试探法的时间复杂度和空间复杂度都比较大。要想提高回溯试探法的效率，就必须尽可能地缩小空间状态树的大小。根据不同的情况，笔者提出了 2 种改进的回溯试探组卷算法。

2.1　目标终止回溯试探法

在组卷过程中，解空间可能非常大，即空间状态树很大，采用回溯 DFS 遍历的时间复杂度将会很高。根据条件遍历空间状态树，将不符合条件的分支去掉，称为剪枝或分枝定界[13]。当题库题目数量较大时，根据题目类型、数量、难度、总分等约束条件可以组成的试卷数量也会较多。

但并非每次组卷都需要按照约束条件组成所有试卷，例如，每次考试一般只针对一个或几个班级，人数有限，只需组成满足考试人数的试卷数量即可；另外有时候只需要生成 A、B 2 套试卷，但要求试卷质量很高。在这种情形下就没有必要生成所有的试卷，即目标达到则立即终止，改进的目标终止回溯试探算法需要在回溯试探法基础上作以下改进。

1) 设试卷的组合解是一个 m 维向量 $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{c}_0,\boldsymbol{c}_1,\cdots,\boldsymbol{c}_m)$。其中 $c_i(i=0,1,2,3,\cdots,m)$表示约束条件，组卷与约束条件之间符合某种关系，记为 $f(c_i)$，可以实现组卷 $f(c_i)$记为 1；否，则 $f(c_i)$记为 0。

2) 设组卷目标是一个 n 维向量 $\boldsymbol{t}(t_0,t_1,\cdots,t_m)$。其中 $t_j(j=0,1,2,3,\cdots,n)$表示目标，组卷与目标之间符合某种关系，记为 $p(t_j)$，可以实现组卷 $p(t_j)$记为 1；否，则 $p(t_j)$记为 0。

3) 设成功组卷的结果集为 C，初始化集合 C。

4) 利用回溯法遍历解空间状态树，计算：

$$SC=\sum_{i=0}^{m} f(c_i)。\tag{1}$$

5) 如果 $SC<m$，回溯；否，则将结果写入集合 C 并计算：

$$ST=\sum_{j=0}^{n} p(t_j)。\tag{2}$$

6) 如果 $ST<n$，转向 3)。

7) 遍历输出组卷结果集合 C。

改进算法在增加了目标向量，根据式(2)计算目标向量的终止状态。如果目标之间逻辑或关系，可将式(2)替换为：

$$UT=\bigcup_{j=0}^{n}p(t_j)。\tag{3}$$

并且算法的 6)改为：如果 UT=1，转向 3)。

算法可以提前终止遍历过程，减少了回溯，有效地降低算法的时间复杂度。

2.2 缩减深度回溯试探法

一套优秀的试卷应该全面覆盖知识点，各个难度级别的题目都要涉及。当题库题目数量较大时，可以先按章节构造若干个空间状态树，对这些空间状态树分别运用回溯试探法求解，得到若干组解空间，再将这些解空间进行组合，即可完成组卷。这种改进回溯试探算法减少了遍历的深度，其效率的提高会成数量级[14]，需要在回溯试探法的基础上进行以下改进。

1) 按章节遍历题库[15-16]，设组卷各章需求的题目数量是一个 m 维向量 $\boldsymbol{p}(p_0,p_1,\cdots,p_m)$。其中 $p_i(i$=0,1,2,3,$\cdots,m)$为第 i 章的题目数量，m 为总章数。则遍历的结果为集合 $T(t_1,t_2,\cdots,t_m)$，t_i 为第 i 章的空间状态树。

2) 设试卷的组合解是一个 n 维向量 $\boldsymbol{c}(c_0,c_1,\cdots,c_n)$。其中 $c_j(i$=0,1,2,3,$\cdots,n)$表示约束条件，组卷与约束条件之间符合某种关系，记为 $f(c_j)$，可以实现组卷 $f(c_j)$记为 1；否，则 $f(c_j)$记为 0。

3) 回溯遍历空间状态树 t_i；如果式(1)满足 $SC=m$，将结果写入集合 $C_i(C_{i1},C_{i2},\cdots,C_{ik})$，其中 C_{ij} 表示第 i 章第 j 组满足约束的试题组合(i 取 1～m)。

4) 设矩阵 $\boldsymbol{C}_{M\times k}$,其中 $C(i,k)$表示第 i 章第 k 组满足约束的试题组合。

5) 对矩阵 $\boldsymbol{C}_{M\times k}$ 采用深度遍历，输出结果。

利用缩减深度回溯试探法也可以按照难度级别或者其他属性分别构造空间状态树，但关键是试题库题目数量较大且各类题目分布均匀；否则该算法可能会出现组卷失败，或重复率较高等问题。

3 改进回溯试探法实验验证

改进回溯试探法用于 ASP.NET+SQL Server2008 开发在线考试系统中，采用 C#语言对算法进行实现，计算机采用 Intel® Core™ i7 处理器，主频大于 3.3 GHz，6 MB 缓存，8 GB DDR3 内存。使用《大学计算机文化基础》的题库，该题库试题总数为 4 000 题(单项选择题、多项选择、填空题、判断题各 1 000 题)，单项选择题表结构如表 1 所示，其他类型题目表结构类似，不再一一列举。

表 1 单项选择题表结构

属性名	数据类型	含义	属性名	数据类型	含义
problemId	Int	编号	optionC	Varchar(50)	选项 C
courseId	Int	课程编号	optionD	Varchar(50)	选项 D
problem	Varchar(500)	试题	answer	Varchar(2)	答案
optionA	Varchar(50)	选项 A	chapter	Varchar(50)	章节
optionB	Varchar(50)	选项 B	difficulty	Int	难度

组卷要求指标为试卷总分 100，试卷难度系数 0.55，要求各章节试题分布均匀。试题结构为单项选择题 15 题，每题 2 分，共 30 分；多项选择题 10 题，每题 2 分，共 20 分；填空题 15 题，每题 2 分，共 30 分；判断题 20 题，每题 1 分，共 20 分。要对一个班级 48 人进行考试，即要成功组成 48 套试卷，采用 C#语言分别实现了回溯试探法、目标终止回溯试探法、缩减深度回溯试探法，在在线考试系统中进行实际测试，实验结果如表 2 所示。

表 2 3 种算法在《大学计算机文化基础》题库中用时比较 s

回溯试探法	目标终止回溯试探法	缩减深度回溯试探法
129	58	45

通过对组成的 48 套试卷观察分析，回溯试探法和目标终止回溯试探法所组试卷重复率较低，而缩减深度回溯试探法所组的试卷中有 2 份试卷重复率达到 10%。

同样的实验用于《程序设计基础》试题库，该试题库题目数量 2 000，且由于知识重点、难点和各章节题目数量分布不均，实验结果如表 3 所示。

表 3 3 种算法在《程序设计基础》题库中用时比较 s

回溯试探法	目标终止回溯试探法	缩减深度回溯试探法
48	45	44

通过对组成的 48 套试卷观察分析，回溯试探法和目标终止回溯试探法所组试卷重复率较低，而缩减深度回溯试探法所组的试卷中有部分试卷重复率超过 20%。

同样的实验用于《大学英语》试题库，该试题库题目数量 20 000，且各章节题目分布均匀，实验结果如表 4 所示。

表 4 3 种算法在《大学英语》题库中用时比较 s

回溯试探法	目标终止回溯试探法	缩减深度回溯试探法
268	87	54

通过对组成的 48 套试卷观察分析，回溯试探法和目标终止回溯试探法所组试卷无重复试题，而缩减深度回溯试探法所组的试卷中有部分试卷存在重复试题，但重复率小于 5%。

4　结论

笔者主要分析几种常见组卷算法的机制和特点，重点研究了回溯试探法，并针对回溯试探法在题库试题数量较大的情况下组卷效率低的问题，对回溯试探法进行了改进，提出了目标终止回溯试探法和缩减深度回溯试探法。根据实验结果可以看出：当题库题目数量很大时，目标终止回溯试探法和缩减深度回溯试探法组卷效率高，组成的试卷质量较高(试题重复率低)，综合考虑，最佳算法是缩减深度回溯试探法；当题库题目数量较大时，目标终止回溯试探法和缩减深度回溯试探法组卷效率高，但缩减深度回溯试探法组成的试卷质量一般(试题存在一定重复率)，最佳算法是目标终止回溯试探法；当题库题目数量较小时，目标终止回溯试探法和缩减深度回溯试探法组卷效率高，但缩减深度回溯试探法组成的试卷质量较差(试题重复率较高)，最佳算法应该是目标终止回溯试探法。

笔者提出目标终止回溯试探法和缩减深度回溯试探法，都存在一定的适应性，甚至在题库题量不够大的情况下，以降低试题质量来提高组卷效率，因此在应用这 2 个算法时，应特别注意算法的适应情况。

参考文献：

[1] 杨志明, 杨婷. “互联网 + 测评”中的数据有效性分析[J]. 教育测量与评价, 2017 (12): 5-12.

[2] CHAO Y, XIAO Y D, SU F, et al. The Design of Course-Oriented Online Judge[J]. Advanced Materials Research, 2012, 1566(433): 4736-4740.

[3] 贺荣, 陈爽. 在线组卷策略的研究与设计[J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(6): 2183-2186.

[4] 王建忠, 张萍, 吴倩, 等. 考试系统中题库量与试题量的关系研究[J]. 计算机应用研究, 2010, 27(2): 611-613.

[5] XIAO Y. How to Effectively Promote Online Selling By E-mail[J]. Computer Artificial Intelligence, 2012, 3(8): 193-198.

[6] KIMBERLEY A, BABB. The Timing Of Online Lecture Slide Availability And Its Effect On Attendance, Participation And Exam Performance[J]. Computers &Education, 2012, 49(3): 102-104.

[7] 王东. 基于改进随机抽取策略的智能组卷算法[J]. 山东理工大学学报(自然科学版), 2017, 31(4): 19-23, 29.

[8] Doina Logofătu. Backtracking[M]. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014: 211-232.

[9] 方敏, 李浩. 基于状态回溯代价分析的启发式 Q 学习[J]. 模式识别与人工智能, 2013, 26(9): 838-844.

[10] 张维和, 赵娟, 迟恒煊. 基于遗传算法的人力资源组合测评模型[J]. 天津工业大学学报, 2010, 29(6): 85-88.

[11] 高兴媛, 古辉. 在线考试系统自动组卷技术的研究与实现[J]. 计算机与现代化, 2011(3): 155-157.

[12] 杨素锦, 陈莹. 基于改进遗传算法的自动组卷问题研究[J]. 煤炭技术, 2012, 31(12): 217-219.

[13] 龚健虎. 引入深度遍历机制的分布式数据结构插值算法[J]. 微电子学与计算机, 2016, 33(6): 157-160.

[14] 高欢欢. 分类分段回溯试探算法在计算机基础在线考试系统中的应用[J]. 软件导刊, 2016(5): 157-159.

[15] 鲁萍, 王玉英. 多约束分级寻优结合预测计算的智能组卷策略[J]. 计算机应用, 2013, 33(2): 342-345.

[16] 鲁萍, 王玉英. 一种基于预测计算的无回溯智能组卷策略[J]. 计算机工程与科学, 2013, 35(7): 181-185.