

doi: 10.7690/bgzdh.2019.02.001

测角测距信息下的双机协同高精度定位算法

于卓静, 孙永荣, 朱云峰, 范胜林

(南京航空航天大学自动化学院导航研究中心, 南京 211106)

摘要: 针对现有双机协同定位仅采用测角信息来解析求解误差较大的问题, 提出基于测角和测距信息的双机协同高精度定位方法。利用现有飞行器中的导航定位传感器, 采用粗精两级定位模式, 粗定位采用传统的几何解析方法提供较为准确的初始解, 精定位采用非线性迭代优化方法获得目标位置的最优解, 并进行一系列仿真验证。仿真结果表明, 测角测距信息下的协同定位方法能够获得较高的协同定位精度。

关键词: 协同定位; 测角测距; 定位精度

中图分类号: TP311 **文献标志码:** A

High Precision Algorithm of Dual-aircraft Cooperative Locating with Angle and Distance Information

Yu Zhuojing, Sun Yongrong, Zhu Yunfeng, Fan Shenglin

(Navigation Research Center, College of Automation Engineering,
Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: Aiming at the big error of the existing dual-aircraft cooperative locating algorithm caused by only based on the angle information, a high precision dual-aircraft cooperative locating algorithm based on the angle and distance information is proposed. The algorithm makes full use of the existing navigation sensors in the aircraft, adopting the coarse and precision two-stage positioning model. The coarse positioning uses the traditional geometric analysis method to acquire the initial value, and the precision positioning uses the nonlinear iterative optimization method to obtain the optimal solution of the target location. Carry out simulation verifications. Simulation results show that dual-aircraft cooperative locating algorithm based on the angle and distance measurement information can achieve higher precision.

Keywords: co-location; angle and distance measurement; location accuracy

0 引言

目标定位是航空领域的一个重要议题。随着科技的发展, 目标定位的方式也有了较大改进。传统的目标定位方式利用单机测距、测角信息并结合几何约束条件实现。由于单机测量距离信息误差累积、通信延时和通信干扰等因素的存在, 该方法很难测准目标的位置。而多机协同探测综合应用多个传感器提供的观测信息, 不但能扩展系统探测的范围, 还能改善系统的探测性能和空间分辨能力, 同时降低了目标信息的模糊度, 提升了系统探测的可信度, 对目标的定位精度、识别能力等方面均有明显的改善^[1-3]。

如今, 多机协同探测作为现代空战对抗的一个重要发展方向, 已经成为国内外研究的热点^[4]。美国等西方国家在协同定位技术的研究上起步较早, 很多研究成果已经通过了测试而转入实用阶段^[5-6]。国内大概从 20 世纪 80 年代中期起, 西工

大、南航等院校相继进行了多机系统协同的研究工作, 并且取得了很好的研究成果^[7]。

双机协同定位是一种重要的协同定位模式^[8], 因其结构简单和实用性强的特点受到广泛关注和应用。文献[9]采用 2 维双机交叉测向定位方法, 主要分析了定位模糊区和定位误差, 为提高载机对目标的定位精度提供了重要的参考依据; 文献[10]为分析 3 维空间中双机交叉测向定位误差提供了静态评估模型, 并分析了定位误差。

现有的双机协同定位大多仅采用了测角信息, 利用解析几何的方法进行位置求解。例如, 对于平面双机采用了 2 个角度信息^[9], 而对于 3 维双机模式则采用了 4 个角度信息等^[10]。然而, 现有的飞行器上一般配备雷达等测距传感器, 额外的导航定位信息可以提高双机协同定位的精度。

笔者针对传统双机协同定位仅利用测角信息难以高精度定位的问题, 提出了在测角信息的基础上

收稿日期: 2018-11-02; 修回日期: 2018-12-22

作者简介: 于卓静(1993—), 女, 江苏人, 硕士, 从事协同定位导航研究。

增加测距信息的双机协同定位方法，结合解析几何知识求解位置概略粗解，而后采用牛顿迭代法^[11]获得最优化定位结果。通过数字仿真实验验证并分析了影响定位精度的主要因素，结果表明：相比传统仅采用解析的计算方法，笔者提出的两级估计优化方式能够提供更高精度的定位结果。

1 双机协同定位数学模型

双机协同定位是利用多个传感器在同一时间对同一目标进行探测获得角度距离等信息，通过信息融合，对目标进行定位的一种定位模式^[12-13]。双机协同定位原理如图 1 所示。其中，飞机 A 作为主机，B 机作为辅机，两机分别依靠传感器测向测距后，辅机将测得的目标角度信息和距离信息通过机间全向链传给主机，由主机完成信息融合计算出目标的位置信息，完成定位^[14-15]。

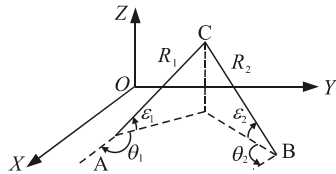


图 1 双机协同定位空间模型

图中，主机 A 的空间位置记为 $\mathbf{X}_1 = (x_1, y_1, z_1)^T$ ，辅机 B 的空间位置记为 $\mathbf{X}_2 = (x_2, y_2, z_2)^T$ ，目标 C 的空间位置记为 $\mathbf{X} = (x, y, z)^T$ 。 θ_1 、 θ_2 为主机和辅机分别对目标探测得到的方位角； ε_1 、 ε_2 为主机和辅机分别对目标探测得到的俯仰角； R_1 、 R_2 为主机和辅机分别测得的目标距离。双机协同定位的目的是利用传感器测量得到 $\{\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, R_1, R_2\}$ 等测角测距信息，以及由 A、B 双机自身导航位置 $\{x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2\}$ 计算出目标飞机 C 的位置。

由图 1 所示空间模型的几何关系可知：

$$\left. \begin{aligned} R_k &= \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_k\|_2 \\ \theta_k &= \tan^{-1} \frac{y - y_k}{x - x_k} \\ \varepsilon_k &= \tan^{-1} \frac{z - z_k}{\|(x - x_k, y - y_k)\|_2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中： $r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}$ ($k=1,2$)； $\|\cdot\|_2$ 为向量的 L_2 范数。

2 测角测距信息下的双机协同定位算法

文中介绍的双机协同定位方法采用粗精两级计算模式，粗定位采用解析几何法，精定位采用非线性

迭代优化的方法。

2.1 粗定位

由 θ_1 和 θ_2 的公式可计算出目标在 x 轴和 y 轴坐标的解析值 x_0 和 y_0 ：

$$x_0 = \frac{x_1 \tan \theta_1 - x_2 \tan \theta_2 + y_2 - y_1}{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}; \quad (2)$$

$$y_0 = \frac{y_1 \cot \theta_1 - y_2 \cot \theta_2 + x_2 - x_1}{\cot \theta_1 - \cot \theta_2}. \quad (3)$$

由 R_1 、 R_2 的公式分别平方然后相减，可得出目标位置 z 轴坐标的解析值

$$z_0 = \frac{R_1^2 - R_2^2 - r_1^2 + r_2^2 - z_1^2 + z_2^2}{2(z_2 - z_1)}. \quad (4)$$

由此得到目标位置的粗略解 $\mathbf{X}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ 。

2.2 精定位

定义观测量 $\mathbf{S} = (R_k, \theta_k, \varepsilon_k)^T$ ($k=1,2$)，由于传感器测量存在误差，则有

$$\left. \begin{aligned} \hat{R}_k &= R_k + dr_k \\ \hat{\theta}_k &= \theta_k + d\theta_k \\ \hat{\varepsilon}_k &= \varepsilon_k + d\varepsilon_k \end{aligned} \right\} \quad (k=1,2) \quad (5)$$

$\hat{\mathbf{S}} = (\hat{R}_k, \hat{\theta}_k, \hat{\varepsilon}_k)^T$ 表示带有噪声的实测值， $dr_k, d\theta_k, d\varepsilon_k$ 分别表示主机和辅机测得目标位置的测距误差、方位角误差和俯仰角误差。记 $h(\mathbf{X})$ 为位置 \mathbf{X} 到观测量 \mathbf{S} 的函数关系，并假设各传感器测量误差为零均值，互不相关的高斯白噪声，对方程组(1)求全微分可得定位误差方程：

$$d\mathbf{S} = \mathbf{H} \cdot d\mathbf{X}. \quad (6)$$

其中， $d\mathbf{S} = (dr_k, d\theta_k, d\varepsilon_k)^T$ ($k=1,2$) 为高斯白噪声，

$d\mathbf{X} = (dx, dy, dz)^T$ ， $\mathbf{H} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}}$ 为雅克比矩阵：

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{x - x_1}{R_1} & \frac{y - y_1}{R_1} & \frac{z - z_1}{R_1} \\ \frac{x - x_2}{R_2} & \frac{y - y_2}{R_2} & \frac{z - z_2}{R_2} \\ \frac{y_1 - y}{r_1^2} & \frac{x - x_1}{r_1^2} & 0 \\ \frac{y_2 - y}{r_2^2} & \frac{x - x_1}{r_2^2} & 0 \\ \frac{-(x - x_1)^*(z - z_1)}{R_1^2 * r_1} & \frac{-(y - y_1)^*(z - z_1)}{R_1^2 * r_1} & \frac{r_1}{R_1^2} \\ \frac{-(x - x_2)^*(z - z_2)}{R_2^2 * r_2} & \frac{-(y - y_2)^*(z - z_2)}{R_2^2 * r_2} & \frac{r_2}{R_2^2} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

根据 $\hat{\mathbf{S}} = h(\mathbf{X}) + d\mathbf{S}$ ，当 $\hat{\mathbf{S}} - h(\mathbf{X})$ 的值趋向 0 时，

残差 dS 最小。即当 $\left\| \hat{S} - h(X) \right\|^2$ 取最小值时，则可得最优的状态量。可利用下式进行迭代计算：

$$h(X_{j+1}) = H_j \Delta X_j + h(X_j); \quad (8)$$

$$\Delta X_j = (H_j^T H_j)^{-1} H_j^T (\hat{S} - h(X_j)); \quad (9)$$

$$X_{j+1} = X_j + \Delta X_j. \quad (10)$$

其中 j 为迭代次数。

根据最小二乘估计可以求得均方差误差阵：

$$E[dXdX^T] = (H^T H)^{-1} H^T Q H (H^T H)^{-1}. \quad (11)$$

其中： $E = [e_{ij}]_{3 \times 3}$ ； Q 为方差误差阵， $Q = \text{diag}(\sigma r_k^2, \sigma \theta_k^2, \sigma \varepsilon_k^2) (k=1,2)$ ， $\sigma r_k, \sigma \theta_k, \sigma \varepsilon_k$ 为主辅机测目标距离、方位角、俯仰角误差的标准差。

取目标位置初值 $X_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ 作为最小二乘法迭代的起点。通过牛顿迭代法，根据上式中求得的 ΔX 不断迭代直到 $\left\| \hat{S} - h(X) \right\|^2$ 取到极值，如此便可得到目标位置的最优解。

3 双机协同定位仿真分析

3.1 精度评估方法

协同定位精度评估方法包括设置仿真环境，利用待评估的协同定位算法求得目标位置的解算值，将目标位置的解算值与真值进行比较做差，采用蒙特卡罗方法^[16]进行多次仿真，用多次仿真的结果得出定位精度。根据目标真实位置(真值)和定位位置(解算值)的差异，定位精度用其误差的均方根误差来衡量，记为 $RMSE$ ^[17]， xyz 三轴各自的定位精度定义如下：

$$\left. \begin{aligned} RMSE_x &= \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - x_{ij,true})^2} \\ RMSE_y &= \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{ij,true})^2} \\ RMSE_z &= \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (z_{ij} - z_{ij,true})^2} \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

目标位置整体定位精度定义如下：

$$RMSE_s = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \|X_{ij} - X_{ij,true}\|_2^2}. \quad (13)$$

其中： $RMSE$ 为目标位置误差的均方根误差； x_{ij} 、 y_{ij} 、 z_{ij} 为第 i 次仿真第 j 个时刻目标的实际定位位置的三轴坐标(解算位置)； $x_{ij,true}$ 、 $y_{ij,true}$ 、 $z_{ij,true}$ 表示第

i 次仿真第 j 个时刻目标的真实位置的三轴坐标； m 为仿真次数； n 为仿真时间。 $RMSE$ 越小，表示定位精度越高。

假设主机辅机和目标的大地坐标为 (L_1, B_1, H_1) 、 (L_2, B_2, H_2) 、 (L, B, H) ，首先将它们统一转换成地心地固坐标系(ECEF)，转换公式^[18]如下：

$$\left. \begin{aligned} X_k &= (N_k + H_k) \cos B_k \cos L_k \\ Y_k &= (N_k + H_k) \cos B_k \sin L_k \quad (k=1,2) \\ Z_k &= [N_k (1 - e^2) + H_k] \sin B_k \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

其中： X_k 、 Y_k 、 Z_k 为空间 3 维直角坐标分量； L_k 、 B_k 、 H_k 分别为大地经度、大地纬度、大地高； e 为椭球的第一偏心率； $N = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$ 为卯酉圈曲率半径； a 为椭球长半轴。

转换坐标后得到主机辅机和目标位置的直角坐标，由方程组(1)可以算出角度和距离真值，再结合定位算法求得目标位置解算值，与真值做差得出某一次仿真的某一时刻的定位误差值，用蒙特卡罗方法进行多次模拟后，求出每一时刻误差的均方根误差，最终得出定位精度。

3.2 仿真测试结果

1) 基准条件试验。

载机和目标仿真初始位置及速度如表 1，传感器探测精度如表 2。

表 1 仿真初始条件

初始位置	北纬/(°)	东经/(°)	高度/m	东向速度/(m/s)	北向速度/(m/s)	天向速度/(m/s)
主机	41.803 1	123.426 2	5 000.0	299	100	0
辅机	41.501 0	122.981 9	5 000.0	298	101	-2
目标	41.318 3	123.604 3	5 009.0	299	99	0

表 2 传感器探测精度

传感器测方位角精度/(°)	传感器测俯仰角精度/(°)	测距精度/m
1	1	250

实验时，设置仿真时间为 1 000 s，仿真次数为 100 次，计算频率为 1 Hz，三机的飞行速度保持不变。由主机辅机位置，双机基线长度为 50 km，目标距离为 50 km，100 次模拟仿真后得到目标位置三轴定位误差均方差曲线，如图 2—4 所示。

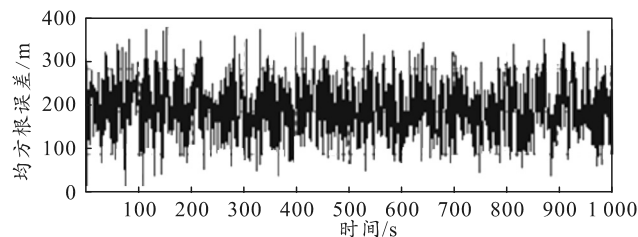


图 2 目标在 x 方向的定位误差均方差

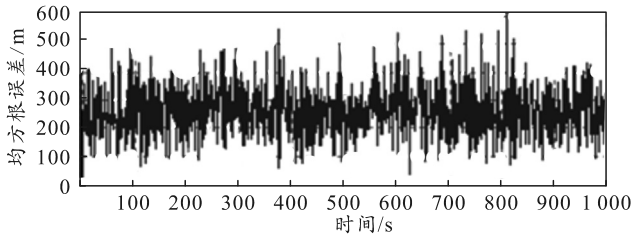


图 3 目标在 y 方向的定位误差均方差

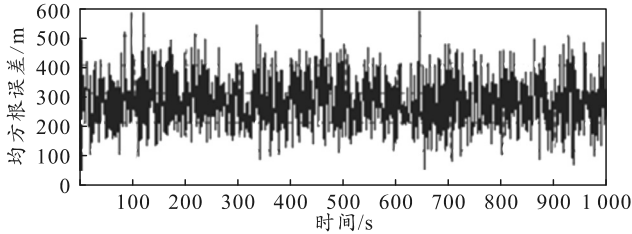


图 4 目标在 z 方向的定位误差均方差

由 RMSE 公式可得： x 轴的定位精度为 218.598 m， y 轴的定位精度为 277.422 m， z 轴的定位精度为 288.630 m，总体定位精度为 456.131 m。

在相同的条件下，用仅测角定位算法进行仿真得出的结果与侧角测距定位算法的结果进行对比，结果如表 3 所示。

表 3 2 种定位算法仿真结果对比

对比参数	x 轴定位精度	y 轴定位精度	z 轴定位精度
仅测角	596.290	369.778	563.648
测角测距	218.598	277.422	288.630

根据表中的结果，可画出定位精度综合对比的雷达图如图 5 所示。

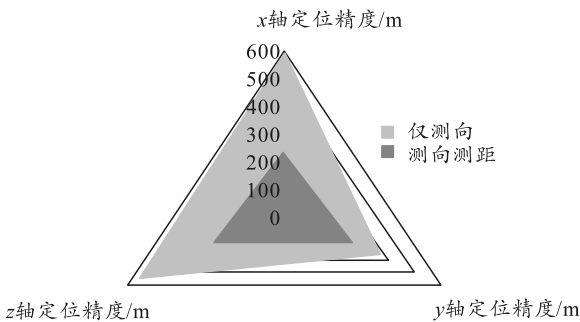


图 5 2 种定位方法仿真结果对比

对比图中浅色和深色部分的面积可知：加入测距信息的方式得出的面积比传统的仅测角定位方法得出的面积小，所以前者得出的定位精度更高。

2) 定位精度影响因素分析。

保持其他条件不变，只改变双机基线长度，分别进行 100 次仿真，可得出基线长度对目标定位精度影响的曲线图，如图 6 所示。从图中可以看出：定位误差随着双机之间的间距增大先逐渐减小，当基线长度约等于 50 km 时，定位误差最小；而后随着双机间距的增大，误差亦随之增大。

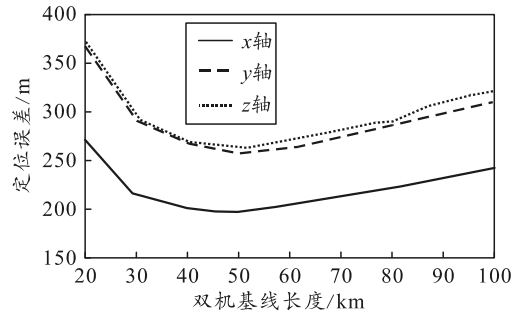


图 6 定位误差随双机基线长度的变化

保持其他条件不变，只改变目标距离，针对每种目标距离长度都进行 100 次仿真，可得出评估目标距离对定位精度影响的曲线如图 7 所示。从图中可以看出：当目标距离小于 300 km 时，定位误差随探测距离的增大小幅度增大；当目标距离大于 300 km 时，定位误差增长幅度比较明显。

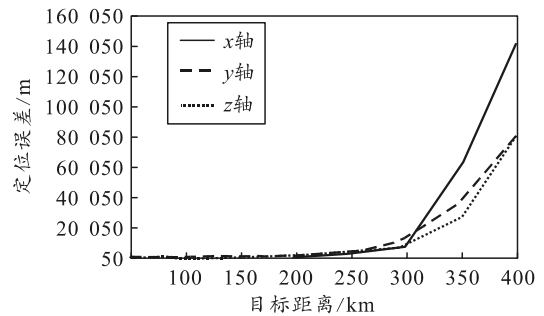


图 7 目标距离对定位精度影响曲线

保持其他条件不变，只改变测方位角精度，分别进行 100 次仿真，可得出测方位角精度对定位精度影响的曲线如图 8 所示。从图中可以看出：目标的定位误差随测方位角误差的增大而增大，因此在保持其他条件不变的情况下，想要改善协同定位精度，应尽量减小测方位角误差。

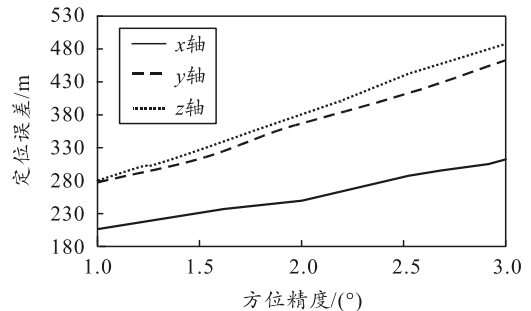


图 8 定位误差随方位角误差变化趋势

保持其他条件不变，只改变测俯仰角精度，分别进行 100 次仿真，可得出俯仰精度对定位精度影响的曲线如图 9 所示。从图中可以看出：目标的定位误差随测俯仰角误差的增大而增大，因此在保持其他条件不变的情况下，想要改善协同定位精度，应尽量减小测俯仰角误差。

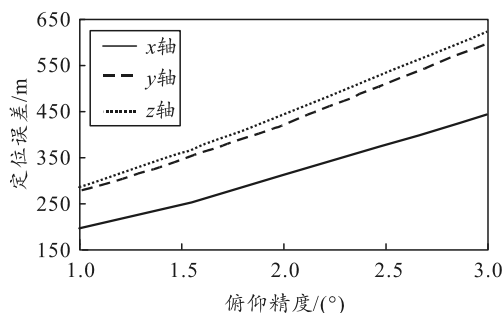


图 9 定位误差随俯仰角误差变化趋势

保持其他条件不变,只改变测距精度,分别进行 100 次仿真,可得出测距精度对定位精度影响的曲线如图 10 所示。从图中可以看出:目标的定位误差随测距误差的增大而增大,因此在保持其他条件不变的情况下,可以通过提高传感器测距精度来减小定位误差。

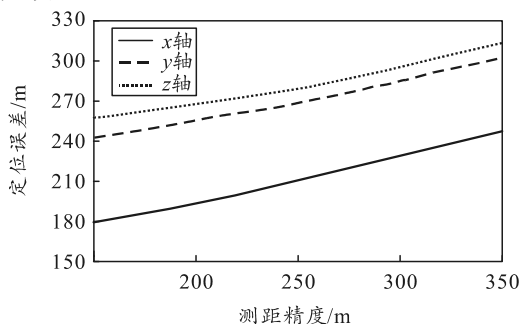


图 10 定位误差随测距误差变化趋势

综合分析可知:针对双机协同定位模式,目标距离、双机基线长度和传感器测角测距精度都是影响目标定位精度的主要因素。当双机间距非常近时,定位误差随着双机基线的增加而减小,当双机间距增大到一定值时,定位精度达到最优,而后随着间距继续增大定位误差逐渐增大。定位误差随着目标距离和传感器测角测距误差的增大而增大。因此在实际应用中,可以控制 2 架载机的基线距离,使其达到某一理想值,并通过减小传感器测角误差和测距误差来改善定位精度。

4 结束语

随着目标协同定位的快速发展,对协同定位精度的要求也越来越高。高精度的定位算法和综合评估影响定位精度因素的体系非常重要。笔者研究了测距和测角相结合的协同定位算法,采用粗精两级定位算法,将几何解析法算出的初始解经过迭代优化得到目标位置最优解。仿真分析了仅测角和测角

测距算法定位精度结果,并用雷达图进行 2 种定位精度结果的对比。结果表明,文中的算法较大程度上提高了协同定位的精度。另外,笔者也详细分析了影响定位精度的主要因素,为提高协同定位精度提供了重要依据。

参考文献:

- [1] 胡福昌. 单站无源测距技术研究[J]. 制导与引信, 2001, 22(4): 39-43.
- [2] 孙仲康. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996: 20-21.
- [3] 关欣, 关欣, 陶李, 等. 多站协同定位的定位精度研究[J]. 计算机与数字工程, 2016(5): 829-834.
- [4] 闫俊. 基于空战的多机协同定位算法研究[J]. 计算机仿真, 2014, 31(8): 27-31.
- [5] 许晓伟, 赖际舟, 吕品, 等. 多无人机协同导航技术研究现状及进展[J]. 导航定位与授时, 2017, 4(4): 1-9.
- [6] 徐博, 白金磊, 郝燕玲, 等. 多 AUV 协同导航问题的研究现状及进展[J]. 自动化学报, 2015, 41(3): 445-461.
- [7] 辛亭. 多无人机协同作战关键技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009: 2-3.
- [8] 孟超, 侯玉宏, 肖妮. 双机协同无源定位的飞行试验方法研究[J]. 导航定位与授时, 2017, 4(3): 17-22.
- [9] 朱剑辉, 方洋旺, 张平, 等. 双机协同定位误差分析的研究[J]. 电光与控制, 2012, 19(6): 21-25.
- [10] 贺刚, 赵雷鸣, 刘昊, 等. 双机协同交叉定位算法及误差分析[J]. 火力与指挥控制, 2015, 40(11): 69-71.
- [11] 宋耀艳, 张成毅, 侯甲渤. 牛顿迭代法在非线形特征问题中的收敛性[J]. 西安工程大学学报, 2017, 31(1): 123-130.
- [12] 张平, 方洋旺, 朱剑辉, 等. 基于 UKF 算法的双机协同无源跟踪[J]. 电光与控制, 2012, 19(4): 26-30.
- [13] GAO X, FANGY W, WU Y L. Fuzzy Q learning algorithm for dual-aircraft path planning to cooperatively detect targets by passive radars[J]. 系统工程与电子技术(英文版), 2013, 24(5): 800-810.
- [14] POISEL R. Electronic warfare target location methods[M]. Norwood: Artech House, 2012: 55-60.
- [15] 刘淼森, 王辉华, 陈栋. 协同作战中多平台定位算法与仿真研究[J]. 计算机仿真, 2006, 23(7): 22-26, 30.
- [16] 陈磊. 控制系统蒙特卡罗方法应用分析[J]. 软件导刊, 2016, 15(5): 10-12.
- [17] WILLMOTT C J, MATSUURA K. Advantages of the Mean Absolute Error (MAE) over the Root Mean Square Error (RMSE) in Assessing Average Model Performance[J]. Climate Research, 2005, 30(1): 79.
- [18] 张华海, 郑南山, 王军, 等. 由空间直角坐标计算大地坐标的简便公式[J]. 全球定位系统, 2002, 27(4): 9-12.