

doi: 10.7690/bgzdh.2018.11.016

空战机动飞行轨迹生成与控制

刘 佩, 王维嘉, 陈 向, 朱雪耀

(中国航空工业集团公司西安飞行自动控制研究所, 西安 710065)

摘要: 针对依赖于标准机动动作库或者驾驶员经验的机动控制问题, 提出一种基于蒙特卡罗树搜索算法生成机动轨迹的方法, 只需给定目标机动动作的初始和终止状态, 通过反复搜索即可得到达成机动目标的操作序列; 并设计前馈加反馈的复合控制器来提高轨迹跟踪的效果。实验以筋斗机动为例进行验证, 仿真结果表明: 得到的筋斗参考轨迹各项指标均接近职业战斗机飞行员的最佳表现; 同时与传统的 PID 控制器进行对比, 证明了复合控制器能显著提高筋斗轨迹的跟踪效果, 为解决机动控制问题提出了一种有效的解决方案。

关键词: 机动飞行控制; 强化学习; 蒙特卡罗树搜索; 复合控制

中图分类号: TJ85 **文献标志码:** A

Air Combat Maneuvering Flight Trajectory Generation and Control

Liu Pei, Wang Weijia, Chen Xiang, Zhu Xueyao

(Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Xi'an 710065, China)

Abstract: Aiming at the problem of maneuver control depending on the standard maneuver library or driver experience, a method based on Monte-Carlo tree search algorithm to generate maneuvering trajectory is proposed. It only needs to give the initial and final state of the target maneuver, and can search through repeated searches. The sequence of operations to achieve the maneuvering target is obtained; and a composite controller with feedforward and feedback is designed to improve the effect of trajectory tracking. The experiment is carried out with the example of the somersault maneuver. The simulation results show that the obtained index of the tendon reference trajectory is close to the best performance of the professional fighter pilot. At the same time, compared with the traditional PID controller, the composite controller can significantly improve the tendon trajectory. The tracking effect provides an effective method to the problem of maneuvering flight control

Keywords: maneuvering flight control; reinforcement learning; Monte-Carlo tree search; hybrid control

0 引言

空战战术包括进攻队形的选择、进攻前的占位、攻击时的飞行速度、占据射击位置所做的机动动作以及进行交战或是退出战斗的标准等。实现战术机动包括 2 个部分内容: 1) 飞机管理系统根据机动指令生成可行的机动飞行参考轨迹; 2) 对生成的参考轨迹进行跟踪。传统机动轨迹生成和跟随问题的解决方案^[1]多是基于机动轨迹库的方法。通过查找标准机动轨迹, 根据飞机的状态变量对标准轨迹进行插值近似, 求出适应于当前情况的推荐轨迹, 并用 PID 控制律完成对推荐轨迹的跟踪。该方法需要庞大的标准机动轨迹库, 并且要对不同的机动动作具体分析, 适用性不够强。

随着人工智能的发展和在无人机方面的广泛应用, 笔者利用强化学习方法解决传统机动轨迹生成与跟踪面临的问题^[2]。强化学习可以直接操纵飞机的气动模型, 通过反复试错得到期望的参考轨迹,

然后在控制增稳系统前端加入复合控制器来达到理想的跟踪效果, 从而实现战术目的。

1 问题描述

机动飞行控制问题可被抽象为一个马尔可夫决策过程 (markov decision process, MDP), 其中, 空速 v , 迎角 α , 侧滑角 β , 俯仰角 θ , 滚转角 ϕ , 偏航角 ψ , 俯仰角速率 q , 滚转角速率 p , 偏航角速率 r , 轴向坐标 x , 横向坐标 y , 以及高度 H 共同定义了飞机在运动过程中的状态向量。以欧美坐标系体系为基准, 这些状态变量按照下述公式更新^[3]。

姿态角运动学方程:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\phi} &= p + (r \cos \phi + q \sin \phi) \tan \phi \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos \theta} (r \cos \phi + q \sin \phi) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

姿态角动力学方程:

收稿日期: 2018-08-26; 修回日期: 2018-10-14

作者简介: 刘 佩(1993—), 女, 陕西人, 硕士, 助理工程师, 从事飞行控制、人工智能研究。

$$\left. \begin{aligned} \dot{p} &= [(I_y I_z - I_x^2 - I_{zx}^2)qr + I_{zx}(I_x - I_y + I_z)pq + I_{zx}N + \\ & \quad I_z R] / (I_x I_z) \\ \dot{q} &= [(I_z - I_x)pr + I_{zx}(r^2 - p^2) + M] / I_y \\ \dot{r} &= [(I_x^2 + I_{zx}^2 - I_x I_y)pq + I_{zx}(I_y - I_z - I_x)qr + I_x N + \\ & \quad I_{zx} R] / (I_x I_z - I_{zx}^2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

气流角计算方程：

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{uw - \dot{u}w}{u^2 + w^2} \\ \dot{\beta} &= \dot{v}v - v\dot{v} \\ \dot{\nu} &= \frac{u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w}}{v} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

记 (x_0, y_0, H_0) 为飞机的初始位置，则 x 、 y 和 h 按照下式更新：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= u \cos \theta \cos \psi + v(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + \\ & \quad w(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \dot{y} &= u \cos \theta \sin \psi + v(\sin \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \psi) + \\ & \quad w(\cos \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \psi) \\ \dot{h} &= u \sin \theta - v \sin \phi \cos \theta - w \cos \phi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

飞机在空中所受的力包括阻力 D 、侧力 Y 、升力 L 、发动机推力 T 以及飞机自身的重力 G 。其中 T 是 ρ 、 v 及 δ_T 的函数， D 、 L 是 α 、 v 和 δ_e 的函数， Y 是 β 、 v 和 δ_r 的函数。 ρ 、 δ_T 、 δ_e 、 δ_r 分别表示空气密度、油门杆位置、升降舵偏度和方向舵偏度。

力和力矩的表现形式如下：

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{S}_{\alpha\beta}^T \begin{bmatrix} -D \\ Y \\ -L \end{bmatrix} + \mathbf{S}_{\theta\psi\phi} \begin{bmatrix} G \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} I \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_A \\ M_A \\ N_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -D \\ Y \\ -L \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中： u 、 v 、 w 分别为空速 v 在机体坐标系各轴上的分量； F_x 、 F_y 、 F_z 为机体坐标系三轴力分量； I 、 M 、 N 分别为机体坐标系三轴力矩分量； I_A 、 M_A 、 N_A 分别为飞机所受的气动力矩； I_x 、 I_y 、 I_z 、 I_{xy} 、 I_{xz} 、 I_{yz} 分别为机体坐标系三轴转动惯量及三轴交联转动惯量； $\mathbf{S}_{\alpha\beta}^T$ 、 $\mathbf{S}_{\theta\psi\phi}$ 分别为气流系到机体坐标系和地面系到机体坐标系的状态转移矩阵。

设状态向量 $\mathbf{s} = (v, \alpha, \beta, \theta, \phi, \psi, q, p, r, x, y, h)^T$ 。由飞机运动方程可知： \mathbf{s} 是升降舵、副翼、方向舵的偏度以及油门杆位置的函数，记为 $\mathbf{s} = f(\Delta\delta_e, \Delta\delta_a, \Delta\delta_r, \Delta\delta_T)$ 。设状态变量更新的时间间隔为 t_s (后文称

t_s 为一个“模型拍”)。

机动飞行控制问题的 MDP 模型中动作空间可以定义为离散形式 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_L\}$ ， L 为可选动作总数。假设每个动作 $a \in A$ 持续固定时长 t_a (后文称 t_a 为一个“动作拍”)，要求 $t_a > t_s$ 。

记 $M = t_a / t_s$ ，策略深度为 N ，则机动飞行控制问题的任一解决方案都可以被编码为一个动作序列 a_1, \dots, a_N 。该动作序列被执行后会产生一个状态序列 (或称“机动轨迹”) $T = s_{1,1}, s_{2,1}, \dots, s_{M,1}, s_{1,2}, \dots, s_{M,2}, \dots, s_{M,N}$ ，每个 $s_{i,j}$ 都是一个 12 元组，其中 i, j 为动作序列中第 j 个动作拍内的第 i 个模型拍。

$$s_{i,j} = (v_{i,j}, \alpha_{i,j}, \beta_{i,j}, \theta_{i,j}, \phi_{i,j}, \psi_{i,j}, q_{i,j}, p_{i,j}, r_{i,j}, x_{i,j}, y_{i,j}, H_{i,j}), \\ i=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, N.$$

生成的状态序列经评估会对应于一个多维激励向量 \mathbf{r} ，其中 d 为收益值的个数：

$$\mathbf{r}(s_{1,1}, s_{2,1}, \dots, s_{M,N}) = (r_1, r_2, \dots, r_d). \quad (7)$$

此处设计多维激励向量是为了从多个角度衡量一个状态序列 (机动轨迹) 的质量。不失一般性地，笔者认为所有激励都应被最大化，因此一个机动飞行问题就可以被定义为寻找动作序列 $\pi^* = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ ，使得

$$a_1, a_2, \dots, a_N = \arg \max_{a_i \in A} (r_1, r_2, \dots, r_d) \quad (8)$$

的问题。

2 轨迹生成思想

不同于传统基于轨迹库生成参考轨迹的方法，笔者采用多目标蒙特卡罗树搜索算法^[4] (multi-objective Monte Carlo tree search, MOMCTS) 实现机动飞行，从而得到标准参考轨迹。在给定目标机动动作终止状态后，该方法利用计算机的超实时仿真能力，通过反复试错法自动探索可达成机动目标的飞行操作序列。机动动作解算过程不依赖于标准机动动作库，无需针对特定飞机的各类起始状态进行调参。

算法的基本流程如下：

1) 节点选择阶段。

每次树游走开始于根结点，反复选择动作或子节点直到到达叶节点。可允许动作 a 的集合 A_s 定义了节点 s 所有可能的子节点。选择动作 a^* 使激励 r 最大化。在 A_s 中进行广泛搜索，

$$\bar{r}_{s,a} = \hat{r}_{s,a} + \sqrt{c_e \ln(n_s) / n_{s,a}} \quad (9)$$

式中： n_s 为节点 s 被访问的次数； $n_{s,a}$ 为动作 a 被选择的次数； $\hat{r}_{s,a}$ 为从节点 s 选择动作 a 所获得的平均

激励。

由式(9)可知：当一个可选择决策的访问次数过少时，算法会相应地增加该可选择决策被选中的权重。从转换函数得到的下一个节点取决于当前的状态和 a^* ，用跟随根节点的动作顺序给一个树的节点标记。相关的激励是包含着各节点在内的所有树游走的平均激励。

2) 树增长阶段。

到达一个节点 s ，集合 A_s 中的动作 a 被选择，并且 (s,a) 被增加作为 s 的子节点；因此，树中节点的数量就是树游走的次数。选择逐次扩展的策略，是为了控制树的“变宽”速度。

3) 随机游走阶段。

从叶节点 (s,a) 开始，根据随机策略反复选择动作，直到最终状态。

4) 更新回溯阶段。

游走结束后，需要对到达状态 u 所经过的所有节点组成的动作序列进行评估，以获得激励 r_u ，并用它来更新被访问所有节点 (s,a) 的数据。

$$\hat{r}_{s,a} \leftarrow \frac{1}{n_{s,a} + 1} (n_{s,a} \times \hat{r}_{s,a} + r_u), \tag{10}$$

$$n_{s,a} \leftarrow n_{s,a} + 1, \tag{11}$$

$$n_s = n_s + 1. \tag{12}$$

算法概述如图 1 所示。

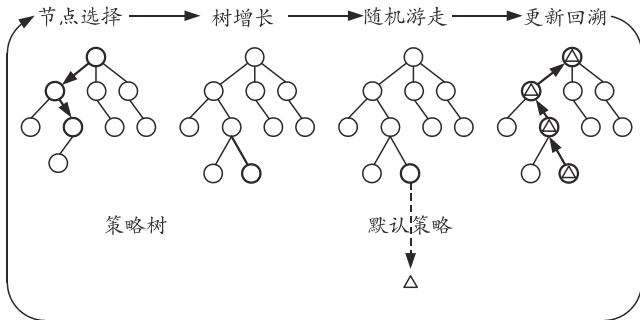


图 1 MOMOCTS 算法概述

3 轨迹跟踪思想

由于飞机在实际飞行过程中容易受到扰动，加入控制律后的系统更容易保持稳定。而控制增稳系统(CAS)既可以提高飞机的稳定性，又可以提升飞机的操纵品质；因此，笔者用带控制律的飞机进行参考轨迹的跟踪。

3.1 控制增稳控制律

纵向控制增稳控制律如图 2 所示，引入飞机法向过载 n_y 、俯仰角速率 ω_z 及迎角 α 反馈，指令输入

与反馈综合后经“比例+积分”生成全动平尾指令，操纵飞机实现全包线范围内的飞行。

横航向控制律如图 2 所示，分别由指令通道、前向通道和反馈通道等组成，横航向控制律选用滚转速率 ω_x 、偏航速率 ω_y 和侧向过载 n_z 等作为反馈信号。

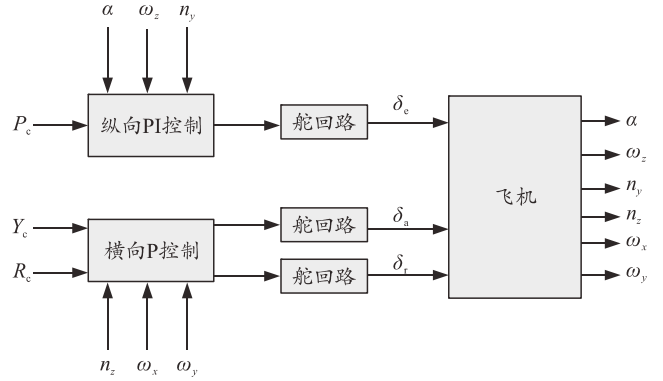


图 2 经典 PID 控制器结构

3.2 复合控制思想

为保证飞行安全，原始控制律加入了一些限幅环节、滤波环节和指令淡化等功能，同时在飞行过程中飞机容易受到扰动，因此会降低轨迹跟踪的效果。为此在 PID 控制的基础上，引入输入信号及其 1 阶导数作为前馈控制的输入，与反馈控制一起构成复合控制来进行校正，可以最大程度满足参考轨迹跟踪的要求。

复合控制的主要特点是在不改变系统基本部分的情况下，选择合适的校正装置，通过计算及参数确定，以使系统满足各项性能指标的要求。既保证了飞行的安全性，又提高了对参考轨迹跟踪的效果。

以筋斗机动为例，复合控制器设计的具体思路如下：

- 1) 从飞机模型输出端的传感器测量值，获得与标准参考轨迹相对应的过载以及俯仰角信号；
- 2) 将给定的过载信号 n_{yc} 作为参考指令，从自驾仪接口传入控制增稳系统，同时断开纵向杆操纵通道；
- 3) 将给定的俯仰角信号 θ_c 与俯仰角反馈信号 θ 的差值 $\Delta\theta$ ，通过比例环节放大，实现对过载指令跟踪误差的补偿；
- 4) 引入迎角反馈 α ，提高对迎角指令的跟随效果；
- 5) 最后再分别引入法向过载和俯仰角的微分量 \dot{n}_{yc} 和 $\dot{\theta}_c$ ，从而起到超前响应的作用。

在轨迹跟踪过程中，法向过载的作用是作为生成筋斗跟随轨迹的主指令；引入俯仰角速率和俯仰角指令，内回路中俯仰角速率的反馈相当于改变了飞机的纵向阻尼，从而使其短周期模态的阻尼特性得到改善；外回路则构成了俯仰角稳定回路，可以改善飞机长周期模态的阻尼特性；迎角反馈则可以提高对迎角信号响应的快速性。

复合控制结构图如图 3 所示。

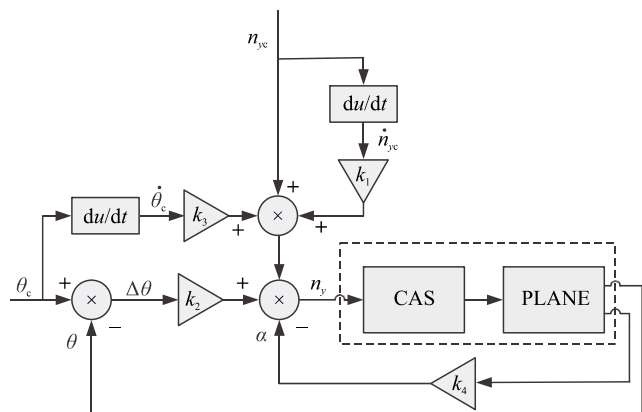


图 3 复合控制结构

复合控制的表达式如下：

$$n_y(k) = n_{yc}(k) + k_1 \dot{n}_{yc}(k) + k_2 [\theta_c(k) - \theta(k)] + k_3 \dot{\theta}_c(k) - k_4 \alpha(k) \quad (13)$$

其中微分项按照 1 阶后向差分来计算：

$$\dot{n}_{yc}(k) = \begin{cases} 0 & k=1 \\ [n_{yc}(k) - n_{yc}(k-1)] / \Delta t & k>1 \end{cases}; \quad (14)$$

$$\dot{\theta}_c(k) = \begin{cases} 0 & k=1 \\ [\theta_c(k) - \theta_c(k-1)] / \Delta t & k>1 \end{cases} \quad (15)$$

式中： k_1 为法向过载微分项系数； k_2 为俯仰角误差系数； k_3 为俯仰角速率系数； k_4 为迎角反馈系数。

4 机动飞行仿真验证

笔者以某型战斗机为仿真对象，选取筋斗机动为例，来验证文中方法对解决机动轨迹生成与跟随问题的有效性。

筋斗机动具有鲜明的战术意义，能够发挥飞机的纵向机动性能，在垂直机动中改变机动方向，实现空战中占据主动态势的目的。筋斗机动往往在具有较大的飞行速度时，攻击迎头飞来的目标或摆脱尾追的情况下使用。

筋斗是指飞机在垂直平面内航迹偏转角改变 360° 的机动飞行，在机动过程中飞机的速度和高度

均发生剧烈的变化。机动的进入条件一般为平飞状态(或接近平飞状态)，机动完成后转入到平飞状态。筋斗机动过程中要求到达筋斗顶点时的飞行速度不小于规定的最小安全使用速度，筋斗改出高度不低于规定的安全高度，而且筋斗改出的高度范围应与进入高度相近。

4.1 参考轨迹生成

筋斗机动问题的传统解决方案结合了查表式参考轨迹生成和基于 PID 控制律跟踪轨迹的方法^[5]。王维嘉等^[6]提出了利用强化学习的思想生成参考轨迹，并做了部分工作。

实验中，由于筋斗机动只涉及纵向运动，因此动作空间定义为 $A=\{0,1,2\}$ ，其中 0 为舵面不动；1 为升降舵上偏；2 为升降舵下偏。机动过程中，油门推到最大，始终处于加力状态。状态约束满足迎角 $-8^\circ \leq \alpha \leq 26^\circ$ ，过载 $-3 \leq n_z \leq 8$ ，高度 $H>0$ (撞地保护)，以及速度 $0.2 \leq M \leq 0.85$ 。

筋斗机动中，满足终止状态的多个优化指标依次为：俯仰角 θ 、前飞距离 Δx (x 坐标的变化幅度)、高度差 ΔH (初始位置和终止位置的高度差) 和飞行时间 t 。其中俯仰角 θ 为判断筋斗是否成功的关键指标，当满足 $\theta>360^\circ$ 时，该项激励指标为 1；否则为 0，其余指标则要求尽可能小。

在初始状态 $H_0=3\ 000\text{ m}$, $M_0=0.7$ 的情况下，利用 MOMCTS 寻优得到的筋斗参考轨迹如图 4 所示。

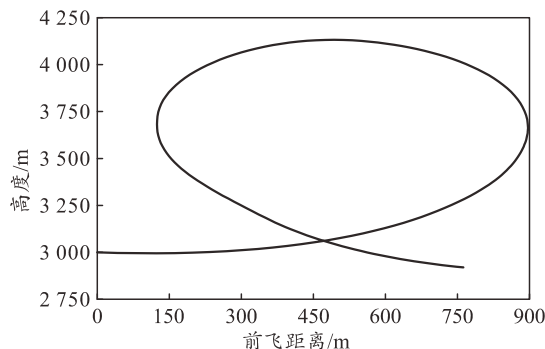


图 4 $H_0=3\ 000\text{ m}$, $M_0=0.7$ 下的筋斗参考轨迹

分析结果可得：筋斗轨迹的前飞距离为 897.16 m，最高点高度为 4 127.35 m，进入与改出的高度差在 79 m 以内，接近于职业战斗机飞行员的最佳表现。

4.2 原始控制律跟踪参考轨迹

为保证飞行的稳定性和安全性，用带控制律保护的飞机进行轨迹跟踪。该型战机的控制律主要以

PID 控制为主，其纵向控制律能够实现如下功能：

- 1) 控制律构型为“指令法向过载”或“指令法向过载与俯仰速率的混合”；
- 2) 通过“比例+积分”实现无静差控制及中性速度稳定性功能；
- 3) 通过指令限幅、取大值逻辑及附加迎角反馈实现过载/迎角边界限制；
- 4) 引入减速板到平尾的交联信号，抑制因收放

减速板带来的瞬态；

- 5) 引入横航向交联信号，抑制惯性交感；
- 6) 利用舵面跟踪和淡化器，抑制工作模式转换时的瞬态。

仿真中，各指令信号的采样时间间隔 Δt 取值为 0.006 25 s。在相同初始状态 $H_0=3\ 000\text{ m}$, $M_0=0.7$ 下，用 PID 控制器生成的跟踪轨迹与标准参考轨迹对比，如图 5 所示。

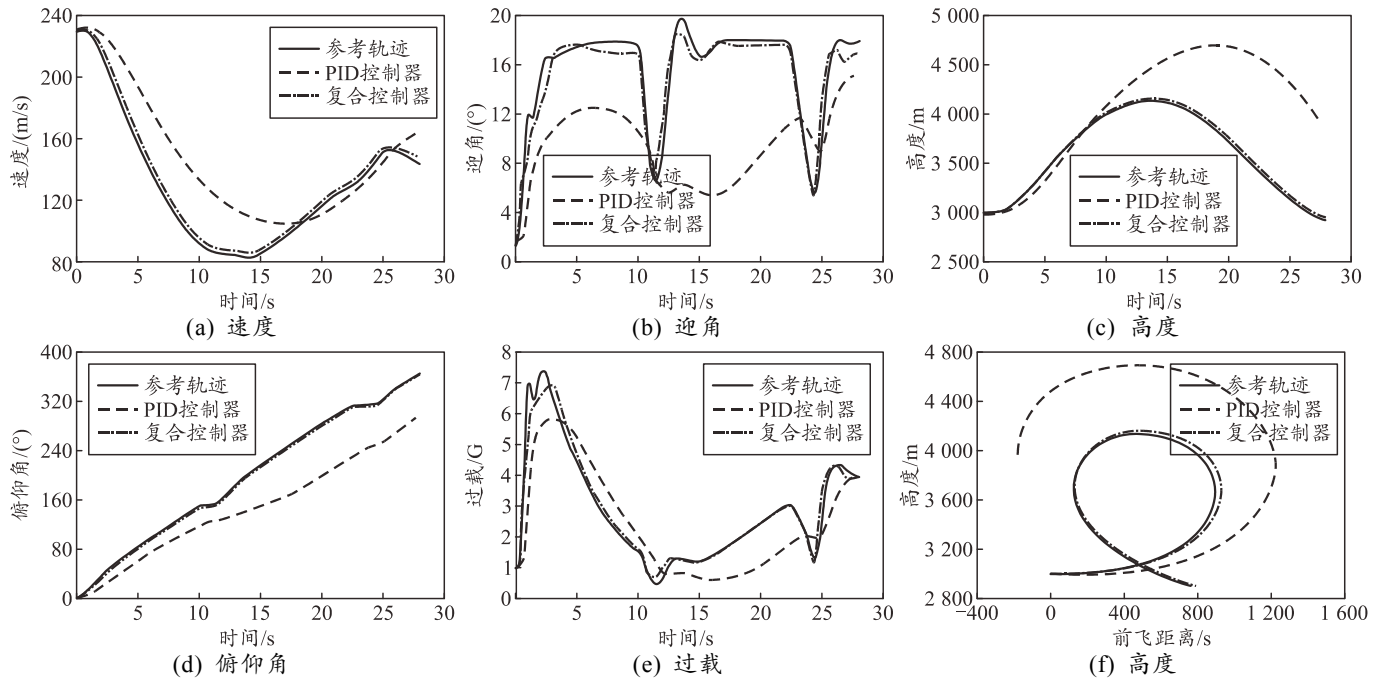


图 5 $H_0=3\ 000\text{ m}$, $M_0=0.7$ 下的筋斗轨迹跟踪对比

从图可以看出：用原始控制律模型去跟踪参考轨迹，无法完成筋斗机动。飞行轨迹的前飞距离在 1 224.17 m 左右，跟踪误差为 327.01 m；最高点高度在 4 693.94 m 以内，跟踪误差为 566.59 m，各指令信号的跟踪效果较差。由此可见，控制律在保证飞机安全飞行的前提下，限制了飞机的机动性能。

4.3 改进控制律跟踪参考轨迹

仿真采用图 3 的复合控制结构，通过传感器测量得到飞机模型输出端的各状态量，从而得到筋斗轨迹上各个点对应的过载及俯仰角大小。

在相同初始状态 $H_0=3\ 000\text{ m}$, $M_0=0.7$ 下，用复合控制器改进控制律后，得到跟踪轨迹与标准参考轨迹对比，如图 5 所示。

从图 5 可以看出：筋斗的前飞距离在 933.65 m 左右，跟踪误差为 36.49 m；最高点高度在 4 160 m 以内，跟踪误差为 32.65 m；进入与改出的高度差为 58.45 m，跟踪误差为 20.77 m，各指令信号的跟

踪效果较好。证明了设计的复合控制系统能够迅速有效地补偿外扰对整个系统影响，同时还能提高控制精度。

仿真中，比例系数的调节规律如下：

- 1) 法向过载的微分项系数增大可提高过载响应的快速性，同时减小迎角的超调，但是系数过大会降低高度跟踪效果；
- 2) 俯仰角差值作为补偿信号，可显著改善轨迹跟踪效果，但是该项系数过大容易引起过载和迎角震荡；
- 3) 俯仰角的微分项系数增大可提高对高度信号的跟踪效果，但是容易引起较大的迎角超调；
- 4) 迎角反馈信号可以改善迎角跟踪效果，但是该项系数不宜太大。

根据此规律进行调参，最终得到一组跟踪效果较好的比例系数： $k_1=1.5$, $k_2=1.5$, $k_3=0.5$, $k_4=0.5$ 。

的速度策略，使得之前求得的拟合直线在预测对方的速度时出现较大误差，这时就需要通过修改之前记录的数据值来重新计算拟合直线，然后继续上节的策略即可。

5 结束语

笔者已实现上述策略函数。作为对于之前策略的一种改进，防守鱼可以较好地完成拖延时间的任务，并在 2015 年的中国机器人大赛暨 ROBO CUP 公开赛中获取生存挑战的亚军，验证了其有效性。

参考文献：

[1] 国际水中机器人联盟. 2015 国际水中机器人大赛 2D 仿

(上接第 80 页)

5 结论

笔者以筋斗机动为例，证明了基于多目标蒙特卡罗搜索树算法能够获得接近于职业战斗机飞行员能力极限的标准参考轨迹。通过在控制增稳控制律的前端引入前馈加反馈的复合控制器，并通过一定规律的参数调节，得到误差较小的跟踪轨迹。通过与传统的结合查表式参考轨迹生成和基于 PID 控制律的轨迹跟随方法进行对比，证明了本文中方法解决机动飞行轨迹生成与控制问题的有效性。

参考文献：

[1] LIN C F, KHAILI H. Digital simulation of guidance and

(上接第 92 页)

5 结束语

水面垃圾清理机器人的设计与制作^[7]，采用了模块化的思想，先将一个整体划分为几个功能模块，依据每个模块的功能特点去设计外形、结构和与外部的连结方式，最后再把相对应的模块根据原方案组合成一个有机的整体去进行更为细致的调整。该方式既能更为合理地去考虑一些潜在的问题，给出行之有效的解决方案，也能方便功能的展示与解说。这种模块化的方式需要有全局观念，虽然独自成块但还是一个有机的整体。

相比于现有的同类产品，本产品具有续航能力强、工作半径大、承载能力强、工作效率高的优点，能够在景区湖面、河面、游泳池等低水流速场合使用，切实解决目前缺少方便高效、安全系数高的打捞设备，给旅游景区、城市内河等狭长的静水水域水面垃圾清理带来的种种问题。

真组比赛规则[C]. 水中机器人大赛官网, 2015.

[2] 卞迪, 夏庆锋. 2D 仿真 5VS5 防守策略研究[J]. 兵工自动化, 2014, 33(12): 63-66.

[3] 卞迪, 夏庆锋. 一种 2D 仿真水球 5VS5 比赛策略[J]. 兵工自动化, 2013, 32(12): 59-62.

[4] 仇红剑, 夏庆锋. 水中机器人 2D 仿真的策略优化[J]. 兵工自动化, 2011, 30(12): 91-93.

[5] 赵伟, 夏庆锋. 一种基于有限状态自动机的多鱼协作顶球算法[J]. 兵工自动化, 2012, 31(11): 59-62.

[6] 吴辉辉. 水中机器人 2D 仿真比赛技术分析[J]. 机器人技术与应用, 2010(4): 23-25.

[7] KUTNER M H, NACHTSHEIM C J, Neter J. Applied Linear Regression Models (5th Ed.)[J]. Technometrics, 2004, 26(4): 125-129.

control system of an advanced supersonic fighter[J]. Simulation Transactions of the Society for Modeling & Simulation International, 1984, 42(1): 21-30.

[2] 魏航. 基于强化学习的无人机空中格斗算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015: 3-7.

[3] 吴森堂, 费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005: 46-62.

[4] WANG W J. Multi-objective sequential decision making[D]. Paris: University Paris-Sud, 2014: 1-6.

[5] 魏文领. 筋斗机动轨迹生成和跟随研究报告[R]. 西安: 西安飞行自动控制研究所, 2010: 2-7.

[6] 王维嘉, 陈向, 魏文领, 等. (第六届)中国国际无人驾驶航空器系统大会论文集[C]. 北京: 航空工业出版社, 2016: 3-4.

当代城市迅速发展的同时，对水面卫生清洁的要求越来越高，此类产品的市场规模较大，同时此类产品的生产厂家较少，种类较少。本产品具有广阔的市场前景。

参考文献：

[1] 张定华. 工程力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 7-29.

[2] 杨黎明. 机械零件设计手册修订版[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993: 2-18, 300-303.

[3] 姜志海. 单片机的 C 语言程序设计与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2015: 52-60.

[4] 冯清秀. 机电传动控制[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2016: 230-238, 277-285.

[5] 陈立德. 机械设计基础[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013: 156-159

[6] 柯博文. Arduino 完全实战[M]. 北京: 电子工业出版社出版, 2016: 61-90, 315-318.

[7] 于飞, 李擎, 苏中, 等. 基于微分对策的水中机器人角力模型[J]. 兵工自动化, 2017, 36(12): 94-96.