

doi: 10.7690/bgzdh.2018.07.012

双联式参数假设检验模型及其在仿真确认中的应用

谢润涵, 胡伟文, 刘永凯

(海军工程大学理学院应用数学系, 武汉 430033)

摘要: 为判断某待检验参数是否处在特定区间内, 在单重参数假设检验原理的基础上提出一种双联式参数假设检验模型, 首先构建出双联式参数假设检验模型并提供模型的求解方法, 然后分析悬浮式深弹对鱼雷的拦截概率的估计与分布特征, 介绍模型在所研制的“悬浮式深弹拦截鱼雷作战数字仿真系统”确认中的应用, 构建确认指标, 提出确认方法。最后利用该模型、仿真系统的输出样本及所构建的确认指标对仿真系统进行确认。确认结果表明: 指标值小于设定阈值。该仿真系统可信性较高, 可以投入到实际应用。

关键词: 双联式; 参数假设检验; 模型; 作战仿真; 确认

中图分类号: TP391.9 **文献标志码:** A

Model of Duplex Parameter Hypothesis Test and Its Application in Simulation Accrediting

Xie Runhan, Hu Weiwen, Liu Yongkai

(Department of Applied Mathematics, College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: To judge whether a parameter to be tested locates in a given interval, the article constructs a kind of parameter hypothesis test model named duplex parameter hypothesis test model, which is based on the theory of the traditional single parameter hypothesis test. Firstly, the article establishes the duplex parameter hypothesis Test model and provides the solution of it. Secondly, the article analyses the estimation and distribution characteristics of probability of suspended depth charge intercepting tornado. The article furthermore applies the established model into the accreditation of a set of developed simulation system named ‘Digital Combat Simulation System of Suspended Depth charge intercepting Torpedo’. Also, the article constructs an accreditation index and provides the methods for accrediting the simulation system. At last, the article accredits the developed simulation system with the duplex parameter hypothesis test model, output data from the simulation system and the accreditation index. The result indicates that the accreditation index is lower than the given threshold. There is a high validity of the simulation system and it can be applied to the practical application.

Keywords: duplex; parameter hypothesis test; model; simulation of battle; accreditation

0 引言

为了确保仿真系统的可信性, 需要对仿真系统进行校核、验证和确认 (verification, validation & accreditation, VV&A)。验证与确认仿真系统的可信性, 常采用定性分析与定量分析 2 种方法。在具体验证、确认仿真系统的实践中, 这些方法均有一定的局限性, 尤其对大型复杂仿真系统, 需要综合利用多种方法进行验证与确认^[1-2]。

目前, 验证和确认仿真系统的方法有改进后的时-频分析方法^[3]、模糊一致性分析方法^[4]、定性与定量评估相结合的方法^[5]、区间估计与信息融合的方法^[6]等。但上述检验方法不适用于判断仿真特征参数是否处在某特定区间内。为判断仿真信号特征参数的均值是否在规定值附近, 文献[7]构建了一个参数假设检验模型, 这对于仿真系统的可信性确认

问题具有借鉴意义。

舰载悬浮式深弹拦截鱼雷作战的原理为将一定数量的深弹布设在来袭鱼雷预计航路的前方, 形成一个拦截阵, 当来袭鱼雷经过这片拦截阵时, 深弹起爆直接毁伤鱼雷。文献[8]利用 Monte-Carlo 随机模拟方法对该作战过程进行数字仿真, 研制出作战数字仿真系统。在将该仿真系统投入到实训、实战之前, 其可信性需要进一步确认。笔者先构造出双联式参数假设检验模型, 并将该模型应用到“悬浮式深弹拦截鱼雷作战数字仿真系统”的确认中, 为实际应用提供决策参考。

1 双联式参数假设检验模型

1.1 双联式参数假设检验

针对判断某待检验参数是否处在特定区间内的

收稿日期: 2018-03-22; 修回日期: 2018-05-05

作者简介: 谢润涵(1992—), 男, 安徽人, 学士, 从事建模与仿真研究。

问题, 根据参数假设检验的基本原理, 提出了“双联式参数假设检验”这一概念。之所以称之为“双联式”, 是因为当判断某待检验参数是否处在特定区间内时, 需利用参数假设检验的方法同时判断该参数是否大于或等于区间的下端点以及它是否小于或等于区间的上端点。只有该参数同时接受大于或等于区间下端点、小于或等于区间上端点的原假设, 才能判断出该参数是否落在给定的区间内。

建立双联式参数假设检验, 如模型 I 所示。

模型 I: 当显著性水平为 α 时, 检验原假设 $H_0: \mu \in [\mu_1, \mu_2]$; 备择假设 $H_1: \mu \notin [\mu_1, \mu_2]$ 。

1.2 模型求解方法

为方便求解模型 I, 结合示例进行分析。

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知, 给定显著性水平 α 。可将该模型分解为 2 个子模型: 模型 II 与模型 III, 2 个子模型的显著性水平同模型 I 一样均为 α 。

模型 II: 在显著性水平 α 下, 检验原假设 $H_{10}: \mu \geq \mu_1$; 备择假设 $H_{11}: \mu < \mu_1$ 。

模型 III: 在显著性水平 α 下, 检验原假设 $H_{20}: \mu \leq \mu_2$; 备择假设 $H_{21}: \mu > \mu_2$ 。

笔者分别利用参数单侧假设检验的方法求解模型 II、III, 再将相应的结果汇总得到模型 I 的检验结论。

对于模型 II, 在给定的显著性水平 α 下, 选择 $t = (\bar{x} - \mu_1) / (s / \sqrt{n})$ 作为检验统计量, 其拒绝域 $W_1 = \{\bar{x} | \bar{x} \leq \mu_1 - \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)\}$, 则接受域 $\bar{W}_1 = \{\bar{x} | \bar{x} > \mu_1 - \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)\}$ 。

对于模型 III, 类似可得其拒绝域 $W_2 = \{\bar{x} | \bar{x} \geq \mu_2 + \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)\}$, 则接受域 $\bar{W}_2 = \{\bar{x} | \bar{x} < \mu_2 + \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)\}$ 。

无论拒绝 H_{10} 、拒绝 H_{20} , 拒绝 H_{10} 、接受 H_{20} , 接受 H_{10} 或者拒绝 H_{20} , 回归到模型 I 时其结果均为拒绝 H_0 ; 当接受 H_{10} 同时接受 H_{20} 时, 模型 I 的结果为接受 H_0 。因此, 对于给定的显著性水平为 α , 模型 I 的接受域为

$$\bar{W} = \{\bar{x} | \mu_1 - \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1) < \bar{x} < \mu_2 + \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)\} \quad (1)$$

模型 I 的拒绝域为

$$W = \{\bar{x} | \bar{x} \leq \mu_1 - \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1) \cup \bar{x} \geq \mu_2 + \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)\} \quad (2)$$

2 模型在作战仿真确认中的应用

2.1 悬浮式深弹拦截鱼雷的拦截概率估计

悬浮式深弹对鱼雷的拦截概率是指舰艇将一定数量深弹布设在来袭鱼雷预计航路上形成深弹阵, 鱼雷进入深弹阵有效爆炸范围内的概率^[9]。

笔者利用所研制的“悬浮式深弹拦截鱼雷作战数字仿真系统”对深弹拦截鱼雷作战过程进行 n 次仿真, 各次仿真试验相互独立, 每次仿真试验的结果仅有拦截成功或拦截失败这 2 个结果。仿真系统独立重复的 n 次试验实质上就是 n 重伯努利试验。在某个给定的报警区域内, 向仿真系统输入预定参数, 由仿真系统可以得到该片报警区域内不同位置处的拦截概率。当仿真次数足够多时, 根据伯努利大数定理, 可以用仿真试验中拦截成功的频率近似估计拦截概率; 因此, 给定报警区域内某位置的拦截概率 p_0 的估计为

$$\hat{p}_0 = \frac{n_0}{n} \quad (3)$$

式中: n 表示所进行的仿真试验次数; n_0 表示拦截成功的次数。

为分析 p_0 的估计误差, 记随机变量 X 为 n 次仿真试验中拦截成功的事件发生的次数, 则 $X \sim b(n, p_0)$ 。引入独立同分布随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n , $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ 。其中,

$$X_k = \begin{cases} 1 & \text{第 } k \text{ 次仿真实验拦截成功} \\ 0 & \text{第 } k \text{ 次仿真实验拦截失败} \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, n),$$

则:

$$E(X_k) = p_0; \quad (4)$$

$$D(X_k) = p_0(1 - p_0). \quad (5)$$

当 $np_0 \geq 5$ 或 $np_0(1 - p_0) \geq 5$ 时, 根据独立同分布中心极限定理, 近似地有

$$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}). \quad (6)$$

式中 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ 。

从而

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1) \tag{7}$$

因为

$$E(\bar{X}) = \mu, \tag{8}$$

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E(X_k) = \frac{1}{n} \times np_0 = p_0, \tag{9}$$

所以

$$\mu = p_0. \tag{10}$$

在实际估计总体均值 μ 的误差时, 往往方差 σ^2 未知, 只能通过观察值算出样本方差 s^2 以及样本均值 \bar{x} 。在给定置信水平 $1-\alpha$ 下, 选择枢轴量 $t = (\bar{x} - \mu) / \frac{s}{\sqrt{n}}$, 总体均值 μ 的区间估计为

$(\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$, 即拦截概率 p_0 的误差为 $(\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$ 。

2.2 拦截概率的分布特征

以舰艇为中心, 在舰艇某一侧指定方位角与距离范围可以限定出舰艇对鱼雷的报警区域。在所限定出的扇形报警区域内, 不同位置处其拦截概率不同^[9]。下面具体分析拦截概率的空间分布特征。

笔者选取报警方位角 $30^\circ \sim 150^\circ$ 、以 5° 为步长取值, 报警距离 $3\ 000 \sim 6\ 000\text{ m}$ 、以 500 m 为步长取值, 其他参数设定不变, 将各个报警方位角、报警距离输入到“悬浮式深弹拦截鱼雷作战数字仿真系统”进行 Monte-Carlo 仿真试验, 得到各个离散点位处拦截概率值, 如表 1 所示。

表 1 拦截概率及对应的报警方位角/距离

报警距离/m	报警方位角/(°)												
	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
3 000	0.83	0.80	0.76	0.71	0.68	0.63	0.62	0.60	0.57	0.56	0.54	0.53	0.52
3 500	0.80	0.77	0.74	0.72	0.70	0.67	0.65	0.63	0.61	0.59	0.58	0.58	0.57
4 000	0.76	0.75	0.73	0.71	0.68	0.67	0.66	0.64	0.62	0.62	0.61	0.61	0.61
4 500	0.71	0.71	0.70	0.67	0.67	0.65	0.65	0.63	0.63	0.62	0.61	0.61	0.61
5 000	0.67	0.65	0.65	0.64	0.63	0.63	0.62	0.62	0.61	0.61	0.61	0.60	0.60
5 500	0.63	0.62	0.61	0.61	0.59	0.60	0.59	0.58	0.57	0.57	0.57	0.57	0.58
6 000	0.59	0.58	0.58	0.56	0.57	0.57	0.56	0.55	0.55	0.55	0.55	0.54	0.55

报警距离/m	报警方位角/(°)											
	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
3 000	0.53	0.52	0.52	0.51	0.53	0.56	0.58	0.59	0.63	0.67	0.71	0.76
3 500	0.57	0.57	0.58	0.59	0.60	0.60	0.64	0.65	0.68	0.70	0.73	0.76
4 000	0.60	0.60	0.61	0.61	0.63	0.63	0.65	0.66	0.69	0.71	0.73	0.74
4 500	0.61	0.61	0.61	0.62	0.62	0.64	0.64	0.65	0.67	0.68	0.69	0.70
5 000	0.60	0.59	0.59	0.60	0.62	0.61	0.61	0.62	0.63	0.64	0.65	0.66
5 500	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.58	0.59	0.59	0.59	0.60	0.61	0.61
6 000	0.54	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.56	0.57	0.56	0.57	0.56

利用表 1 中的数据, 先单独分析拦截概率随报警方位角、拦截概率随报警距离的变化关系, 分别

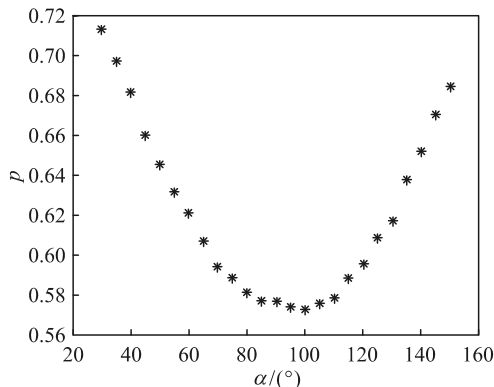


图 1 拦截概率随报警方位角对应关系散点

绘制出报警方位角-拦截概率与报警距离-拦截概率对应关系的散点图, 如图 1、图 2 所示。

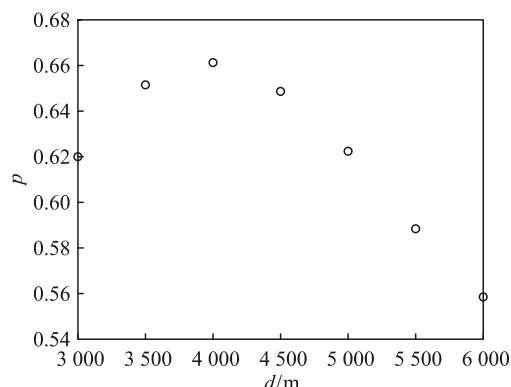


图 2 拦截概率随报警距离对应关系散点

结合图 1, 单独考虑报警方位角对拦截概率的影响时, 拦截概率在方位角 98° 附近最低, 越远离舰艇正横方向拦截概率逐渐增大; 结合图 2, 单独考虑报警距离对拦截概率的影响时, 随着报警距离

的增加, 拦截概率先逐渐增大再逐渐减小, 在距离为 $4\ 000\text{ m}$ 附近时拦截概率达到最大值。

综合分析报警方位角、报警距离这 2 个因素对拦截概率的共同影响。利用表 1 的数据拟合出拦截

概率随报警方位角与报警距离变化的曲面图，如图 3 所示。

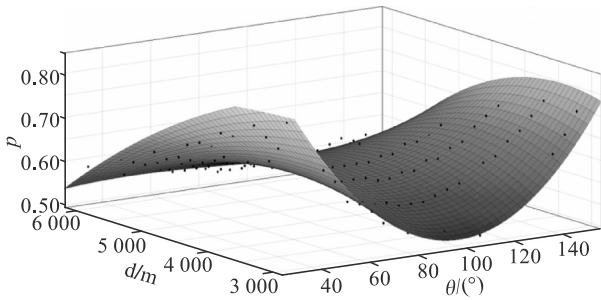


图 3 拦截概率随报警方位角、距离对应关系拟合曲面

从图 3 可知，拟合曲面近似一个马鞍面。给定报警距离时，越靠近舰艇正横位置，拦截概率越低；报警距离在 4 000 m 内时，离舰艇的距离越近，拦截概率越低。所以在舰艇正横方向半径长度 4 000 m 距离范围内，是防御鱼雷来袭的关键区域。

从图像上看，在方位角 $80^\circ \sim 100^\circ$ 、报警距离 4 000~5 000 m 的范围内，拦截概率受方位角、距离这 2 个因素变化的影响较小，这片范围处在图像上的“鞍部”位置。再结合表 1 中的数据，方位角 $80^\circ \sim 100^\circ$ 、报警距离 4 000~5 000 m 的范围内拦截概率基本上维持在 0.59~0.61 (表 1 中加粗的数据)。

2.3 仿真确认

2.3.1 确认方法

笔者从“悬浮式深弹拦截鱼雷作战数字仿真系统”输出的拦截概率这一项参数，对该仿真系统进行确认^[10]。

为方便对所研发的仿真系统进行确认，对舰艇某一侧成片的报警区域按照一定方位角步长与距离步长进行离散化处理，离散出 W 个点位 (d_i, θ_i) ， $(i=1, 2, \dots, W)$ 。每个点位的拦截概率值代表了以该点位为中心的小片区域的拦截概率。仿真系统开发方已在《用户手册》中列表汇总出报警区域内任意位置 (d_i, θ_i) 处的拦截概率值 p_{0i} 及误差 ε_i ，用户使用该仿真系统进行若干次仿真试验、在指定位置 (d_i, θ_i) 处得到一批拦截概率的观察值 $p_{1i}, p_{2i}, \dots, p_{ki}$ ，在给定显著性水平 α 下，选择合适的检验统计量，利用本文第 1 节所构建的双联式参数假设检验模型，以判断用户在该位置实际得到的拦截概率 p_i 是否处在开发方所指定的拦截概率误差范围之内，即是否 $p_i \in (p_{0i} \times (1 - \varepsilon_i), p_{0i} \times (1 + \varepsilon_i))$ 。当 $p_i \in (p_{0i} \times (1 - \varepsilon_i), p_{0i} \times (1 + \varepsilon_i))$ 时可认为接受原假设，当 $p_i \notin (p_{0i} \times (1 - \varepsilon_i), p_{0i} \times (1 + \varepsilon_i))$ 时认为拒绝原假设。

对每个点位 (d_i, θ_i) ($i=1, 2, \dots, W$) 均要判断是否 $p_i \in (p_{0i} \times (1 - \varepsilon_i), p_{0i} \times (1 + \varepsilon_i))$ ，统计拒绝原假设的点位个数 N 。这其实相当于做出 W 次双联式参数假设检验。确认指标可初步构建为 $L = N / W$ 。根据用户对仿真系统的实际使用要求设定一个阈值 Thre 。若 $L \leq \text{Thre}$ ，即可接受“悬浮式深弹拦截鱼雷作战数字仿真系统”，认为该仿真系统可信性较高、能真实模拟实际深弹拦截鱼雷作战过程。

根据 2.2 节对拦截概率分布特征的分析，不同点位拦截概率差异较大、防御重要性程度不同。为构建较为精确的确认指标，引入权重系数 ω_i ($i=1, 2, \dots, W$)，以区分报警区域内不同点位的重要性程度。不同位置点位所对应的权重系数 ω_i 与该点位处拦截失败的概率具有关联性， $1 - p_0$ 越大则 ω_i 越大。可以先通过 Matlab 拟合工具箱得到拦截概率随报警方位角、报警距离变化的拟合多项式 $p(\theta, d)$ ，再通过下列算式确定出各个点位所对应权重系数：

$$\sum_i^W \omega_i = W ; \quad (11)$$

$$\frac{\omega_i}{W} = \frac{1 - p(\theta_i, d_i)}{\sum_{j=1}^W [1 - p(\theta_j, d_j)]} . \quad (12)$$

式中： θ_i 、 d_i 分别为拒绝原假设的点位所对应的报警方位角与报警距离； θ_j 、 d_j 分别为扇形报警区域内任一点位所对应的报警方位角与报警距离。

虽然不同点位对应的拦截概率不相等，对来袭鱼雷防御的重要性程度也不同，但是在所要构建确认指标中，重点是突出拒绝原假设的点位个数对评价指标的影响。所以，为方便后续编程计算可将评价模型适当简化，对于已接受原假设的点位每个点位的权重可统一看作单位 1，对于不接受原假设的 N 个点位，每个点位对应一个权重系数 ω_i ($i=1, 2, \dots, W$)。

所构建更为细致的评价指标为

$$L = \frac{\sum_{i=1}^N \omega_i \times 1}{(\sum_{k=1}^{W-N} 1 \times 1) + (\sum_{i=1}^N \omega_i \times 1)} = \frac{\sum_{i=1}^N \omega_i}{(W - N) + \sum_{i=1}^N \omega_i} . \quad (13)$$

2.3.2 确认算例与结果

以舰艇右舷鱼雷报警为例。舰艇对鱼雷的报警范围为舰艇右舷 $30^\circ \sim 150^\circ$ 舷角、距离舰艇 3 000 ~ 6 000 m 的扇形区域。选择方位角 2° 为步长、距离 100 m 为步长，将扇形区域离散成 $61 \times 31 = 1\,891$ 个点位。

根据《用户手册》，误差取 0.1% 较为合适。这样既能满足双联式参数假设检验严格的假设检验条件，又能得到较为有代表性的拒绝原假设的点位。作双联式参数假设检验时，给定显著性水平 $\alpha = 0.05$ 。

将确认指标的阈值 $Thre$ 设定为 10%，只要 $L \leq 10\%$ 就接受仿真系统。

使用 Matlab 拟合工具箱得到拦截概率随报警方位角、距离变化的拟合多项式为：

$$p(\theta, d) = 1.515 - 2.789 \times 10^{-2} \theta - 8.793 \times 10^{-5} d + 1.23 \times 10^{-4} \theta^2 + 5.733 \times 10^{-6} \theta d - 1.215 \times 10^{-8} d^2 + 5.229 \times 10^{-8} \theta^3 - 2.26 \times 10^{-8} \theta^2 d - 1.615 \times 10^{-10} \theta d^2. \quad (14)$$

根据 2.3.1 节的确认指标构建算式(11)一式(14)，编程计算，得到不接受原假设的点位个数 $N = 125$ ，确认指标 $L = 6.61\%$ 。

因 $6.61\% < 10\%$ ，符合文中事先设定，所以“悬浮式深弹拦截鱼雷作战数字仿真系统”可得到确认。

3 结束语

为判断某仿真特征参数是否处在特定区间内，笔者在传统参数假设检验的基础上构建出了双联式参数假设检验模型，并提供了模型的求解方法，同时将该参数假设检验模型应用在对所研制的“悬浮式深弹拦截鱼雷作战数字仿真系统”确认中。确认

过程中用双联式参数假设检验模型统计出了不接受原假设的点位个数，构建了确认指标，提出确认方法，给定确认指标的阈值。确认结果表明：指标值小于给定阈值，仿真系统可信性较高。然而这个阈值的设定具有主观性，给定不同的阈值所造成的风险后果也不同。后续拟对风险特性进行详细研究。

参考文献：

- [1] 孙勇成, 马艳琴, 周献中, 等. 建模与仿真中验证与确认的测试与评估实现[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(10): 2317-2320.
- [2] 路为, 徐伟, 陈红勋. 系统仿真模型的统计验证方法[J]. 上海大学学报, 2005, 11(4): 386-388.
- [3] 吴晓燕, 杨丽娜, 周延延, 等. 基于小波变换的仿真模型验证方法研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2008, 9(6): 52-56.
- [4] 胡伟文, 苑秉成, 杨鹏. 基于置信区间的仿真试验结果决策分析方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(3): 334-339.
- [5] 黄兴东, 申功勋. 复杂电磁环境仿真试验体系的模型验证方法研究[J]. 系统仿真学报, 2012, 24(12): 2562-2566.
- [6] 胡伟文, 苑秉成, 李薇, 等. 基于特征匹配的复杂水声信号仿真模型验证方法[J]. 兵工学报, 2012, 33(3): 334-339.
- [7] 胡伟文, 姜礼平, 梅丹, 等. 基于特征匹配与假设检验的仿真信号确认方法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(1): 37-41.
- [8] 胡伟文, 赵峰, 姜礼平, 等. 悬浮式深弹拦截鱼雷作战仿真及效能分析[J]. 海军工程大学学报, 2013, 25(4): 6-10.
- [9] 赵峰, 胡伟文, 朱朝峰, 等. 悬浮式深弹拦截鱼雷作战效能的因素分析[J]. 海军工程大学学报, 2013, 25(6): 18-23.
- [10] 王光源, 沙德鹏, 盛沛. 反舰导弹突击舰艇目标弹药消耗量建模仿真[J]. 兵工自动化, 2017, 36(6): 9-11.