

doi: 10.7690/bgzdh.2018.05.015

基于 IPSO_LS-SVM 的国防科研项目概算价格估算研究

林 波

(国防大学联合勤务学院, 北京 100858)

摘要: 为解决国内在估算方法选择和模型性能优化上存在的问题, 利用改进的粒子群算法优化最小二乘支持向量机(least squares support vector machine, LS-SVM)的参数选择方法, 对国防科研项目概算价格估算进行研究。依据最小二乘支持向量机原理, 通过优化其参数选择方法, 建立了 IPSO_LS-SVM 概算价格估算模型, 并对其进行模型训练和结果验证。结果表明: IPSO_LS-SVM 方法估算精度更高, 参数寻优速度更快, 其估算模型具有有效性和优越性。

关键词: 概算价格; 改进粒子群算法; 最小二乘支持向量机; 估算

中图分类号: TJ02 文献标志码: A

Research on National Defense Project Development-cost Evaluation Based on IPSO_LS-SVM

Lin Bo

(College of Unite Service, National Defense University, Beijing 100858, China)

Abstract: To solve the existing problems of forecasting method selection and model performance optimization in China, a method of optimizing the parameters selection for the least squares support vector machine (LS-SVM) with Improved Particle Swarm Optimization(IPSO) is proposed to carry out research on national defense project development-cost evaluation. Based on the principle of least square support vector machine, the estimation model of IPSO_LS-SVM is established by optimizing its parameter selection method, and the model training and result verification are carried out. The results show that the IPSO_LS-SVM method has higher precision and faster parameter optimization, and its estimation model is effective and advantageous.

Keywords: development-cost; improved particle swarm optimization(IPSO); least squares support vector machine (LS-SVM); evaluation

0 引言

随着科学技术的发展及其在军事领域的运用, 武器装备技术复杂度不断提高, 性能优良但耗资巨大的新型装备不断涌现, 因为研制费用过高而减少数量、降低指标甚至搁置的科研项目频频出现, 不断攀升的研制费用需求与有限的研制项目经费之间的矛盾越来越突出。要提高研制项目经费使用效益、解决经费供需矛盾, 需要从立项论证阶段开始就加强概算价格论证, 保证项目规划、计划与预期经济承受能力相适应, 从而提高科研项目的可实现性, 有效控制项目概算价格, 促进装备建设的科学发展。

目前, 国内外概算价格估算采用的方法主要有参数法、工程法、类比法和专家判断法, 但传统的估算方法需要大量的样本空间, 估算精度较低。针对我国装备费用数据积累不全、表征概算价格的技术参数多且存在多重共线性的特点^[1], 我国学者运

用神经网络、偏最小二乘回归、灰色系统、支持向量机等理论构建参数估算模型, 取得了丰富的成果。其中, 前 3 个理论模型较为成熟, 但神经网络模型容易陷入局部最优解^[2], 灰色理论模型估算误差较大^[3], 偏最小二乘回归模型适用于样本量较多的情况^[4]。相比之下, 支持向量机理论模型具有更好的拟合和泛化能力, 更适用于我国装备费用数据样本有限、分布规律性较差、具有高维性和稀疏性的实际情况^[5]。

支持向量机(support vector machine, SVM)是 20 世纪 90 年代 Cortes 在 VC 维理论和结构风险最小化原理基础上提出一种新的通用机器学习方法, 能解决小样本、非线性、高维数和局部极小点等问题^[6], 是当前国内外研究的热点。最小二乘支持向量机算法(LS-SVM)是对标准 SVM 的一种改进^[7], 利用等式约束条件代替不等式约束条件, 将求解耗时的二次型规划问题简化成求解一组等式方程问

收稿日期: 2018-02-01; 修回日期: 2018-02-27

作者简介: 林 波(1993—), 男, 广东人, 硕士, 从事国防经济(装备经济管理)研究。

题^[8], 克服了维数灾难, 提高了算法的收敛精度。

在实际应用中, 如何确定最优的模型参数及核函数是决定 LS-SVM 预测性能的关键。在已有的优化方法中, 网格搜索法是一种穷举算法, 寻优时间太长; 梯度下降法受核函数可导的限制^[9]; 遗传算法(genetic algorithm, GA)群体搜索能力较强, 但自身参数设置缺乏理论指导^[10]; 粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)功能与遗传算法类似, 但没有交叉和变异操作, 搜索的快慢主要由惯性权重和学习因子决定, 难以保证种群的多样性, 搜索后期速度较慢, 难以找到全局 LS-SVM 最优参数^[11]。

针对 LS-SVM 参数优化的难题, 笔者提出一种改进的粒子群优化方法, 通过自适应改变的惯性权重和异步变化的学习因子参数来实现粒子搜索能力的动态调整^[12], 建立改进粒子群算法优化最小二乘支持向量机的国防科研项目概算价格估算模型(IPSO_LS-SVM), 并应用实例验证其有效性。

1 IPSO_LS-SVM 估算方法

1.1 最小二乘支持向量机原理 (LS-SVM)^[13-14]

给定训练样本集 $D = \{(x_i, y_i) | i=1, 2, \dots, n\}$, 其中 $x_i \in R^n$ 是输入, 表示估算对象的影响因素; $y_i \in R$ 是输出, 表示估算值; n 表示样本数。通过核空间映射函数 $g(x)$ 将输入样本映射到高维特征空间中, 并构造支持向量机回归函数:

$$f(x) = \mathbf{w}^T g(x) + b. \quad (1)$$

其中: n 维权重向量 $\mathbf{w} \in R^n$; b 为偏差量。

根据结构风险最小化(structure risk minimization, SRM)原则可得最小二乘支持向量机的优化目标函数为:

$$\min J(w, e) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2; \quad (2)$$

$$\text{s.t. } y_i = \mathbf{w}^T g(x_i) + b + e_i, i=1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

其中: $J(x)$ 是最小化损失函数, 表示正则化量与经验风险之和; γ 是正则化参数(也称惩罚参数), 控制着正则化量与经验风险的平衡; e_i 是误差变量(也称松弛系数)。

引入拉格朗日乘子 $\alpha_i \in R$ 求解上述优化问题可得 Lagrange 多项式为:

$$L(w, b, e, \alpha) = J(w, e) - \sum_{i=1}^n \alpha_i \{ \mathbf{w}^T g(x_i) + b + e_i - y_i \}. \quad (4)$$

对式中变量 w, b, e, α 分别求偏导, 由对偶问题的线性 KKT 最优条件可得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial w} &= 0 \rightarrow \sum_{i=1}^n \alpha_i g(x_i) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial b} &= 0 \rightarrow \sum_{i=1}^n \alpha_i = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial e} &= 0 \rightarrow \alpha_i = \gamma e_i \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha} &= 0 \rightarrow \mathbf{w}^T g(x_i) + b + e_i - y_i = 0 \end{aligned} \right\}; \quad (5)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I^T \\ I & \Omega + \gamma^{-1} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中: $I = [1, 2, \dots, l]^T$; $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T$, $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$; $\Omega = K(x_j, x_k)$ 是满足 Mercer 条件的核函数。则 LS-SVM 的回归模型可表示为

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i K(x, x_i) + b. \quad (7)$$

式中, 核函数 $K(x_j, x_k)$ 有线性、径向、多项式等多种形式, 不同形式在性能上有较大差异。实验结果表明, 在回归估算中误差最小的是径向基核函数, 表达式为

$$K(x, x_i) = \exp\left(\frac{-\|x - x_i\|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (8)$$

其中 σ 表示边界封闭包含半径的核宽度。

从上述 LS-SVM 工作原理看, 核参数 σ 和正则化参数 γ 是对模型估算性能影响最大的 2 个参数, 笔者将采用改进的粒子群算法对其进行优化。

1.2 粒子群算法的改进 (IPSO)^[15-16]

1.2.1 标准粒子群算法 (PSO)

设 $z_i = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{id})$, $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})$ 分别表示第 i 个粒子在 d 维搜索空间中的位置和速度; $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{id})$, $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gd})$ 分别表示粒子和种群所搜索的最优位置。迭代过程中, 各粒子根据以下公式更新速度和位置:

$$\left. \begin{aligned} v_{id}^{k+1} &= \omega v_{id} + c_1 r_1 (p_{id} - z_{id}^k) + c_2 r_2 (p_{gd} - z_{gd}^k) \\ z_{id}^{k+1} &= z_{id}^k + v_{id}^{k+1} \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

其中: k 为迭代次数; ω 为惯性权重; c_1 、 c_2 为学习因子; r_1 、 r_2 为随机数。

标准 PSO 算法具有快速收敛性, 粒子速度和位置的更新快慢主要依赖于惯性权重 ω 和学习因子

c_1, c_2 , 搜索过程难以实现动态调整, 实际应用中容易陷入局部最大, 导致寻优停滞。笔者将这 2 个参数作为变量, 通过自适应改变参数值来实现粒子搜索能力的动态调整, 以提高前期粒子全局搜索的效率, 确保后期找得到最优解。

1.2.2 惯性权重的自适应调整

为实现粒子全局和局部搜索能力的平衡, 笔者将惯性权重 ω 设置为随迭代次数作线性变化的变量, 表达式如下:

$$\omega = \begin{cases} \omega_{\min} - \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min})(f - f_{\min})}{f_{\text{avg}} - f_{\min}} & f < f_{\text{avg}} \\ \omega_{\max} & f > f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (10)$$

其中: $\omega_{\min}, \omega_{\max}$ 分别为 ω 的最小值和最大值; f 为粒子的个体适应值; f_{avg}, f_{\min} 分别为所有粒子的平均适应值和最小适应值。

1.2.3 异步变化的学习因子

为加快种群的搜索速度, 提高寻优效率, 笔者将学习因子 c_1, c_2 分别设置为随迭代次数单调递减函数和单调递增函数, 表达式如下。

$$\left. \begin{array}{l} c_1 = c_{1ini} - \frac{k}{K_{\max}}(c_{1ini} - c_{1fin}) \\ c_2 = c_{2ini} + \frac{k}{K_{\max}}(c_{2fin} - c_{2ini}) \end{array} \right\} \quad (11)$$

其中: $c_{1ini}, c_{2ini}, c_{1fin}, c_{2fin}$ 分别为 c_1, c_2 的初始值和终值; k, K_{\max} 分别为当前和最大迭代次数。

2 IPSO_LS-SVM 概算价格估算模型

笔者利用改进的粒子群算法来优化最小二乘支持向量机估算模型, 建模流程如图 1 所示。具体步骤^[17-18]如下。

1) 收集概算价格数据, 选取 LS-SVM 的学习样本并进行预处理, 将样本数据分为训练集和测试集。

2) 设置 IPSO 和 LS-SVM 的初始参数值, 包括粒子数 n 、最大迭代次数 K_{\max} , 粒子初始位置 z_{i1} 、初始速度 v_{i1} 、最优位置 p_i , 种群最优位置 p_g ; 以及核参数 σ 和正则化参数 γ 。

3) 计算粒子自适应权重, 比较粒子适应值。鉴于 LS-SVM 的参数优化是为了降低估算误差, 笔者将粒子适应值的目标函数设定为:

$$\min f(\gamma, \sigma) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

其中 y_i, \hat{y}_i 分别表示样本的训练输出值和模型估算值, 即找到一组参数 (γ, σ) 使得上式表示的回归误差平方和最小, 此时估算精度最高。

4) 根据适应值大小更新粒子的速度和位置、惯性权重及学习因子。

5) 判断终止条件, 即达到最大迭代次数或评价值小于所给精度。如果不满足, 则返回 3); 如果满足则终止寻优, 此时粒子位置所映射的即为 LS-SVM 模型的最优核参数 σ 和正则化参数 γ 。

6) 利用优化后的参数重新训练, 求解得到拉格朗日乘子 α 和偏差量 b 并构建 LS-SVM 模型。

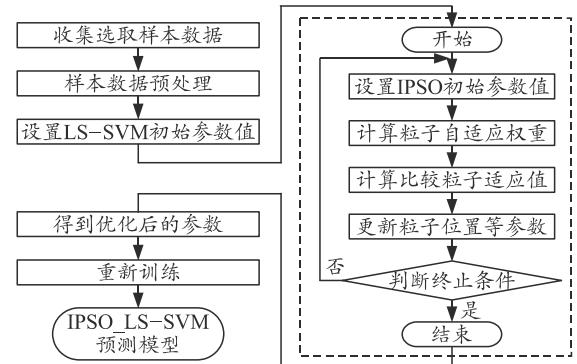


图 1 IPSO_LS-SVM 建模流程

建立的国防科研项目概算价格估算模型如图 2 所示。

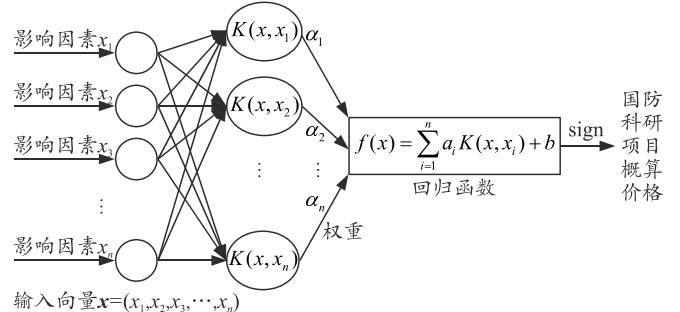


图 2 IPSO_LS-SVM 的国防科研项目概算价格估算模型

3 实例验证

笔者以收集整理的机载电子设备概算价格数据 (见表 1) 为例, 按前文所述的方法, 建立基于 IPSO_LS-SVM 的概算价格估算模型, 并进行模型训练和结果评估。

表 1 机载电子设备概算价格主要影响因素数据

型号	质量/kg	体积/dm ³	功耗/W	复杂度	技术因子	研制费/万元
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
1	4.0	4.2	210	9.0	1.31	75
2	5.0	5.0	200	9.0	1.10	100
3	5.5	5.5	220	9.5	0.98	90
4	6.0	6.5	230	9.5	1.09	120
5	4.5	4.8	175	8.5	1.21	80

最小二乘支持向量机的估算精度较高, 但工作

原理较为复杂，国内外学者对此开发了许多可以直接调用的工具包。其中，美国学者 K. Pelckman 开发的基于 Matlab 软件的 LS-SVM lab 工具包编程简单、扩展性强。基于 Matlab7.0 开发环境，笔者确定模型参数、建立估算模型的具体步骤如下：

1) 读取样本数据。将表 1 中的前 3 个型号样本数据作为训练集进行学习(后 2 个作为测试集)。

2) 设置初始参数值。据收集的样本数据可知粒子数 $n=5$ ；另设最大迭代次数 $K_{\max}=4000$ ；惯性权重 ω 初始值为 0.9，并随迭代次数线性递减至 0.4，即 $\omega=0.9-\frac{k}{K_{\max}} \times 0.5$ ；学习因子 c_1, c_2 初始值分别为 2.5, 0.5，取值范围为 (0.5, 2.5)，则 $c_1=2.5-\frac{k}{K_{\max}} \times 2$ ， $c_2=0.5+\frac{k}{K_{\max}} \times 2$ ；核参数 σ 和正则化参数 γ 的初始值为 1。

3) 算法训练。利用改进的粒子群算法确定参数，调用工具包的 train lssvm 函数文件重复试验 4 000 次，得到效果最好的一组参数值是 $\gamma=8, \sigma^2=4$ (工具包中 gam 表示正则化参数 γ , sig2 表示核参数 σ^2)，结果如图 3 所示。

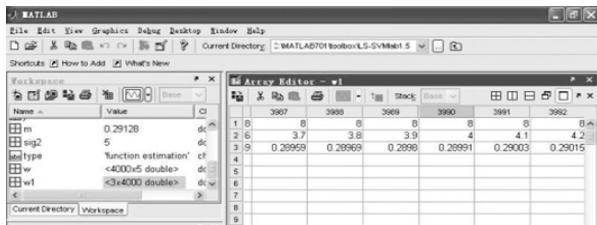


图 3 IPSO_LS-SVM 算法中 γ 和 σ^2 选值

4) 建立模型。利用 3) 训练所得的最优正则化参数 γ 和核参数 σ^2 ，建立机载电子设备概算价格 IPSO_LS-SVM 估算模型 $f(x)=\sum_{i=1}^5 \alpha_i K(x, x_i)+b$ 。同时调用工具包的 sim lssvm 函数进行计算，读取测试集数据即可得到相应概算价格估算值 y 。训练及估算结果见表 2。

表 2 IPSO_LS-SVM 估算模型训练及估算结果

样本	型号	实际值/万元	估算值/万元	相对误差
训练	1	75	75.37	0.001 7
样本	2	100	100.46	0.004 6
测试	3	90	91.63	0.018 1
样本	4	120	122.81	0.020 1
样本	5	80	76.37	0.047 8

分析评估估算结果。

笔者采用相对误差 $MAPE=\frac{1}{n} \sum \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right|$ 作为计

算结果的评价指标。从表 2 可以看出：IPSO_LS-SVM 模型的估算结果较为准确，相对误差在允许范围 0.05 以内。为了进一步验证利用改进的粒子群算法优化最小二乘支持向量机估算方法的泛化能力和应用能力，笔者应用标准最小二乘支持向量机方法，使用相同的数据样本对机载电子设备概算价格进行估算，所得结果如表 3。

表 3 LS-SVM 估算模型训练及估算结果

样本	型号	实际值/万元	估算值/万元	相对误差
训练	1	75	75.17	0.001 1
样本	2	100	100.76	0.007 6
测试	3	90	92.06	0.019 2
样本	4	120	123.75	0.028 1
样本	5	80	74.37	0.057 8

通过对表 2、表 3 的估算结果可知：在同样的样本数据条件下，IPSO_LS-SVM 模型的估算结果较 LS-SVM 模型相对误差小，说明改进的粒子群算法有效地优化了 LS-SVM 模型的参数选择，提高了估算精度。此外，笔者在验证中观察到，采用 IPSO_LS-SVM 模型确定训练参数时程序运行的时间(约 3 min)明显短于 LS-SVM 模型(约 15 min)。

4 结束语

笔者在对比现有估算方法模型的基础上，针对最小二乘支持向量机(LS-SVM)参数寻优过程随意性强、效率低的问题，提出了利用改进的粒子群算法(IPSO)对影响 LS-SVM 回归性能的 2 个参数进行优化的方法，建立了基于 IPSO_LS-SVM 的国防科研项目概算价格估算模型，并结合机载电子设备概算价格估算实例，将 IPSO_LS-SVM 模型估算结果与标准 LS-SVM 模型对比验证。结果表明：采用改进的粒子群算法优化最小二乘支持向量机方法进行概算价格估算精度较高，参数寻优速度更快，IPSO_LS-SVM 估算模型的泛化能力较强，在其他项目概算价格估算工作中具有广泛的应用前景。

参考文献：

- [1] 刘锦, 张海涛. 航空发动机研制费估算工作的现状与展望[J]. 航空发动机, 2014, 40(1): 75-78.
- [2] 刘建永, 李凌, 伍中军, 等. 基于神经网络灰色 Verhulst 算法的装备研制费用预测模型[J]. 解放军理工大学学报, 2008, 08(4): 335-338.
- [3] 韩晓明, 姜科, 张琳, 等. 基于灰色神经网络武器装备研制费用预测模型[J]. 现代防御技术, 2011, 8(4): 184-188.

- [4] 卞立新, 罗兴柏, 李金明, 等. 导弹武器系统研制费用估算方法[J]. 火力与指挥控制, 2017, 6(6): 136-139.
- [5] 张丽叶, 郑绍钰. 基于 LS-SVM 的装备研制费用模型与分析[J]. 兵工自动化, 2009, 2(2): 16-21.
- [6] 张丽叶, 谢文秀. 基于 PSO_LS-SVM 的装备研制费用预测研究[J]. 海军航空工程学报, 2010(6): 690-694.
- [7] 焦鹏, 王新政. 基于 SVM 的模拟电路故障诊断及参数优化方法 [J]. 计算机测量与控制, 2013, 21(8): 2039-2043.
- [8] CORTES, VAPNIK V. Support Vector Network[J]. Machine Learning, 1995(20): 273-297.
- [9] CHAPELLE O, VAPNIK V. Choosing multiple parameters for support vector machines[R]. New York: AT&T Research Labs, 2001.
- [10] 郑连清, 吴萍, 刘小龙. 基于遗传算法的 LS-SVM 在谐波源建模中的应用[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(3): 1674-3415.
- [11] 熊南, 刘百芬. 基于自适应粒子群优化 LSSVM 的网络流量在线预测[J]. 计算机应用与软件, 2013, 30(9): 21-24.
-
- (上接第 51 页)
- [2] 赵少华. 转管机枪缓冲器优化设计[D]. 太原: 中北大学, 2010: 1-3.
- [3] 杜敏. 12.7 mm 链式机枪缓冲装置的优化与设计[D]. 太原: 中北大学, 2014: 1-3.
- [4] 李磊, 张建润, 陈琳. 柴油机运动机构多学科协同优化设计[J]. 农业机械学报, 2013, 44(3): 33-37.
- [5] 刘豪, 王丽娟, 陈宗渝, 等. 多学科优化在后背门改进设计中的应用[J]. 机械科学与技术, 2013, 32(5):
-
- (上接第 54 页)

参考文献:

- [1] 魏新国, 徐佳, 张广军. 星敏感器质心定位的 S 曲线误差补偿[J]. 光学精密工程, 2013, 21(4): 849-857.
- [2] 叶生龙, 魏新国, 樊巧云, 等. 多视场星敏感器工作模式设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(10): 1244-1247.
- [3] HYUNJAE L, HYOCHOONG B. Star pattern identification technique by modified grid algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 1112-1116.
- [4] 陆敬辉, 王宏力, 孙渊, 等. 三角形内切圆的星图识别算法[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(4): 752-756.
- [5] PRAKASH A, WU A, LIU J Y, et al. Performance based evaluation of star catalog generation methods[C]. Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Monterey, California: AIAA, 2002: 5-8.
- [6] 田宏, 林玲, 郝永杰, 等. 星敏感器导航星表建立[J]. 空间控制技术与应用, 2010, 36(3): 43-46.
- [7] 朱长征, 居永忠, 杜晓辉. 导航星库制定方法研究[J].

- [12] SHI B, LI Y X, YU X h, et al. A modified particle swarm optimization and radial basis function neural network hybrid algorithm model and its application[J]. WRI Global Congress on Intelligent Systems, 2009, 1: 134-138.
- [13] 黄国权, 尤新华. 改进粒子群算法优化最小二乘支持向量机的网络流量混沌预测[J]. 激光杂志, 2015, 36(3): 96-99.
- [14] 王贺, 胡志坚. 基于 IPSO-LSSVM 的风电功率短期预测研究 [J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(24): 107-112.
- [15] 柴远斌. 改进粒子群算法和最小二乘支持向量机的电力负荷预测[J]. 交通电气, 2015, 34(12): 46-49.
- [16] 汪洋, 龚仁喜. 基于改进粒子群优化 LS-SVM 的谐波源特性研究[J]. 计算机仿真, 2015(9): 58-62.
- [17] 程思嘉, 张昌宏. 基于粒子群算法优化最小二乘支持向量机的电路故障诊断方法[J]. 兵器装备工程学报, 2016(3): 98-101.
- [18] 王营, 王蔚. 基于改进粒子群优化 LSSVM 的光伏功率预测[J]. 科技经济导刊, 2016(28): 114-115.
-
- 766-770.
- [6] 朱家萱, 潘玉田, 孙明颜. 某型火炮摇架结构拓扑优化设计[J]. 兵工自动化, 2017, 36(6): 17-20.
- [7] 赖宇阳. Isight 参数优化理论与实例详解[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2012: 94-95, 193-195.
- [8] 李海军, 王殿宇, 陈玉良. 基于 EHA 的机载导弹弹簧蓄能弹射可行性分析[J]. 兵器装备工程学报, 2016(4): 5-7.
-
- 宇航学报, 2010, 31(5): 1327-1330.
- [8] JEFFERY W B. On-orbit star processing using multi-star star trackers[J]. SPIE, 1994, 2221: 6-14.
- [9] 陈元枝, 郝志航, 王国辉, 等. 适用于星敏感器的导航星星库制定[J]. 光学精密工程, 2000, 8(4): 331-334.
- [10] JU G, KIM H, POLLOCK T, et al. DIGSTAR: a low-cost micro star tracker[C]. Space Technology Conference & Exposition, Albuquerque, NM: AIAA, 1999: 99-4603.
- [11] 张广军, 魏新国, 江洁. 一种改进的三角形星图识别方法[J]. 航空学报, 2006, 27(6): 1150-1154.
- [12] 赵学胜, 孙文彬, 陈军. 基于 QTM 的全球离散格网变形分布及收敛分析[J]. 中国矿业大学学报, 2005, 34(4): 438-442.
- [13] 孙文彬, 赵学胜, 高彦丽, 等. 球面似均匀格网的剖分方法及特征分析[J]. 地理与地理信息科学, 2009, 25(1): 53-56.
- [14] SUN W B, ZHAO X S, GAO Y L, et al. Partition methods and character analysis of near-equal grids on spherical facet[J]. Geography and geo-information science, 2009, 25(1): 53-56.