

doi: 10.7690/bgzd.2018.05.009

交会计算导弹俯仰角和偏航角的高精度方法

周 慧

(中国人民解放军 92941 部队 96 分队, 辽宁 葫芦岛 125001)

摘要: 为了解决常规方法计算导弹俯仰角和偏航角的精度偏大的问题, 提出了利用 2 台光电经纬仪直接交会计算的高精度方法。首先借助于像坐标和地面坐标的关系建立计算方程, 接着将 2 台经纬仪的测量元素分别代入计算方程, 建立俯仰角及偏航角的计算模型和精度估计模型, 从建立的模型看文中方法没有引进导弹头、尾部坐标计算误差。该方法应用在 $\times\times$ 任务中的结果表明: 2 种方法的结果趋势一致, 但文中方法精度明显高于常规方法, 可以应用在工程实践中。

关键词: 光电经纬仪; 偏航角; 俯仰角; 交会角; 精度

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A

High Accuracy Method for Intersection Calculating Pitch Angle and Drift Angle of Missile

Zhou Hui

(No. 96 Team, No. 92941 Unit of PLA, Huludao 125001, China)

Abstract: In order to solve the low precision of conventional method to calculate the missile pitch angle and drift angle, the high precision method of using 2 photo-electric theodolites direct intersection calculation is presented. Firstly the calculation equation is obtained based on relationship between the ground coordinate system and the image coordinate system. Then computational model and precision estimation of pitch angle and drift angle is achieved by putting 2 photo-electric theodolites measuring elements into calculation equation. According to the model, the missile head and tail coordinate error is not used in calculating error in this paper. Apply the method to the $\times\times$ task, the results show that the results tendency of the two methods are consistent, but the precision of this paper is obviously higher than that of the conventional method, and this method can be applied in engineering practice.

Keywords: photo-electric theodolite; pitch angle; drift angle; intersection angle; precision

0 引言

导弹在实际飞行过程中, 俯仰角及偏航角不断发生变化。俯仰角及偏航角是导弹级间分离过程分析、导弹落点精度分析的重要依据, 是地面测控及重大事故原因分析的主要信息源之一; 因此, 提供高精度导弹俯仰角及偏航角的变化量对飞行试验任务具有非常重要的意义^[1]。

光电经纬仪是靶场对运动目标跟踪测量的光学装备, 其测量直观、精度高、可靠性强, 在靶场测控系统中占有重要地位^[2]。试验时靶场多台经纬仪布设在航路的不同站位, 从不同的角度观测目标, 至少 2 台经纬仪有同步的目标数字测量图像, 当目标有一定的成像尺寸时, 采用成熟的数字图像处理技术对目标的 2 幅图像提取、识别、匹配, 可以分别判读出导弹的头部和尾部角坐标。

数据处理中常用的导弹俯仰角及偏航角计算方法是利用导弹的头部和尾部判读数据, 经计算, 得

到导弹的头部尾部在地面坐标系中的坐标, 分别用头部坐标减去尾部坐标得到的目标图像长度在 3 个坐标轴上的投影, 从而计算得到导弹俯仰角及偏航角。该方法便于理解, 计算简单, 但是引入了导弹头尾部的坐标误差, 影响了俯仰角及偏航角的精度。基于此, 笔者提出利用 2 台光电经纬仪交会计算导弹俯仰角及偏航角的高精度方法。

1 俯仰角及偏航角的高精度算法及精度估计

1.1 俯仰角及偏航角的定义^[1]

俯仰角 φ , 导弹纵轴与地面坐标系 XOZ (水平面) 的夹角, 头部向上为正, 反之为负。

偏航角 ψ , 导弹纵轴与地面坐标系 XOY 平面 (射击平面) 的夹角, 以射击面为准, 头部偏右为正, 反之为负。

1.2 计算方法的确立

笔者借助于像坐标和地面坐标的关系, 先找出

收稿日期: 2018-02-20; 修回日期: 2018-03-26

作者简介: 周 慧 (1972—), 女, 辽宁人, 硕士, 高级工程师, 从事外测数据处理研究。

导弹纵轴与像坐标系 ZZ' 轴的正向夹角，将像坐标系旋转到与地面坐标系相应平面平行得计算方程，然后利用 2 台经纬仪求解。

像坐标系的确定：设像坐标系为 $O'-X'Y'Z'$ ，坐标原点为 O ； $O'X'$ 轴和水平十字刻线重合； $O'Y'$ 轴垂直十字刻线； $O'Z'$ 轴经纬仪光轴。

令：导弹纵轴与 ZZ' 轴夹角为 θ ，则 $\text{tg}\theta = \frac{\Delta x'}{\Delta z'}$ 。

若地面坐标系为 $O-XYZ$ ，则像坐标系与地面坐标系轴间方向余弦的关系如图 1 所示。

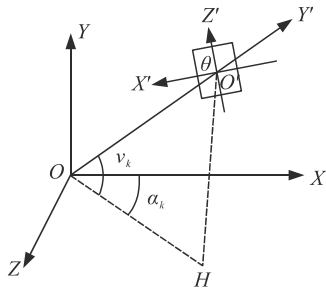


图 1 地面坐标系为 $O-XYZ$ 与像坐标系关系

	X'	Y'	Z'
X	$-\sin \alpha_k$	$-\sin v_k \cos \alpha_k$	$\cos v_k \cos \alpha_k$
Y	$\cos \alpha_k$	$-\sin v_k \sin \alpha_k$	$\cos v_k \sin \alpha_k$
Z	0	$\cos v_k$	$\sin \alpha_k$

说明：

- 1) 图像水平十字丝在 XOZ 平面内。
- 2) Z' 与 Y 共面， $O'H$ 、 OY 、 $O'Y'$ 共面， $O'Z'$ 、 $O'H$ 、 OY 共面 $\Rightarrow O'Z'$ 、 $O'Y'$ 、 OY 共面。
- 3) α_k 正向取顺时针方向，如把坐标轴按逆时针方向旋转， α_k 应取 $-\alpha_k$ 。
- 4) 坐标系旋转方法。
绕 $O'X'$ 轴将 $X'Y'Z'$ 坐标系逆时针旋转 $90^\circ - v_k$ ， $O'Y'$ 重合于 OY ；绕 OY 轴将 XYZ 系逆时针旋转

$$l = \begin{vmatrix} \text{ctg}\theta_1 \cos \alpha_{k_1} + \sin v_{k_1} \sin \alpha_{k_1} & \cos v_{k_1} \\ \text{ctg}\theta_2 \cos \alpha_{k_2} + \sin v_{k_2} \sin \alpha_{k_2} & \cos v_{k_2} \end{vmatrix}, \quad m = \begin{vmatrix} \text{ctg}\theta_1 \sin \alpha_{k_1} - \sin v_{k_1} \cos \alpha_{k_1} & \text{ctg}\theta \cos \alpha_{k_1} + \sin v_{k_1} \sin \alpha_{k_1} \\ \text{ctg}\theta_2 \sin \alpha_{k_2} - \sin v_{k_2} \cos \alpha_{k_2} & \text{ctg}\theta \cos \alpha_{k_2} + \sin v_{k_2} \sin \alpha_{k_2} \end{vmatrix},$$

$$n = \begin{vmatrix} \text{ctg}\theta_1 \sin \alpha_{k_1} - \sin v_{k_1} \cos \alpha_{k_1} & \cos v_{k_1} \\ \text{ctg}\theta_2 \sin \alpha_{k_2} - \sin v_{k_2} \cos \alpha_{k_2} & \cos v_{k_2} \end{vmatrix}.$$

因为 $\sin v_k \cos \alpha_k$ ， $\sin v_k \sin \alpha_k$ 比 $\text{ctg}\theta \sin \alpha_k$ ， $\text{ctg}\theta \cos \alpha_k$ 小得多，所以如果忽略掉 $\sin v_k \cos \alpha_k$ 、 $\sin v_k \sin \alpha_k$ 对于 l 、 m 、 n 结果的精度影响不大，但计算量却大大减少。

$$l = \begin{vmatrix} \text{ctg}\theta_1 \cos \alpha_{k_1} & \cos v_{k_1} \\ \text{ctg}\theta_2 \cos \alpha_{k_2} & \cos v_{k_2} \end{vmatrix}; \quad (3)$$

$270^\circ - \alpha_k$ 。

于是得出旋转矩阵：

$$\begin{pmatrix} x'' \\ Y'' \\ Z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(270^\circ - \alpha_k) & 0 & -\sin(270^\circ - \alpha_k) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(270^\circ - \alpha_k) & 0 & \cos(270^\circ - \alpha_k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha_k & 0 & \cos \alpha_k \\ \cos \alpha_k \cos v_k & \sin v_k & \sin \alpha_k \cos v_k \\ -\sin v_k \cos \alpha_k & \cos v_k & -\sin \alpha_k \sin v_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}.$$

利用地面坐标系和像坐标系有下列关系式：

$$\left. \begin{aligned} \Delta X' &= -\Delta X \sin \alpha_k + \Delta Z \cos \alpha_k \\ \Delta Z' &= -\Delta X \sin v_k \cos \alpha_k - \Delta Z \sin \alpha_k \sin v_k + \Delta Y \cos v_k \\ \Delta Y' &= \Delta X \cos \alpha_k \cos v_k + \Delta Z \cos v_k \sin \alpha_k + \Delta Y \sin v_k \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

可知：

$$\frac{\Delta Z'}{\Delta X'} = \frac{-\Delta X \sin v_k \cos \alpha_k - \Delta Z \sin \alpha_k \sin v_k + \Delta Y \cos v_k}{\Delta X \sin \alpha_k + \Delta Z \cos \alpha_k} = \text{ctg}\theta.$$

化简：

$$\left(\text{ctg}\theta \sin \alpha_k - \sin v_k \cos \alpha_k \right) \frac{\Delta X}{\Delta Z} + \cos v_k \frac{\Delta Y}{\Delta Z} = \text{ctg}\theta \cos \alpha_k + \sin v_k \sin \alpha_k. \quad (2)$$

式(2)即为建立的计算方程。

1.3 俯仰角及偏航角的计算方法

利用 2 台经纬仪联合求解：

$$\left(\text{ctg}\theta_1 \sin \alpha_{k_1} - \sin v_{k_1} \cos \alpha_{k_1} \right) \frac{\Delta X}{\Delta Z} + \cos v_{k_1} \frac{\Delta Y}{\Delta Z} = \text{ctg}\theta \cos \alpha_{k_1} + \sin v_{k_1} \sin \alpha_{k_1};$$

$$\left(\text{ctg}\theta_2 \sin \alpha_{k_2} - \sin v_{k_2} \cos \alpha_{k_2} \right) \frac{\Delta X}{\Delta Z} + \cos v_{k_2} \frac{\Delta Y}{\Delta Z} = \text{ctg}\theta \cos \alpha_{k_2} + \sin v_{k_2} \sin \alpha_{k_2}.$$

式中 $\alpha_{k_1}, v_{k_1}, \alpha_{k_2}, v_{k_2}$ 分别为 2 台经纬仪的方位和高低角^[7]。

设相应于 3 个轴的方向数为 l 、 m 、 n ，则

$$m = \begin{vmatrix} \text{ctg}\theta_1 \sin \alpha_{k_1} & \text{ctg}\theta_1 \cos \alpha_{k_1} \\ \text{ctg}\theta_2 \sin \alpha_{k_2} & \text{ctg}\theta_2 \cos \alpha_{k_2} \end{vmatrix}; \quad (4)$$

$$n = \begin{vmatrix} \text{ctg}\theta_1 \sin \alpha_{k_1} & \cos v_{k_1} \\ \text{ctg}\theta_2 \sin \alpha_{k_2} & \cos v_{k_2} \end{vmatrix}. \quad (5)$$

利用计算出的 l 、 m 、 n ，来求 φ 和 ψ 。

$$\text{tg}\varphi = \frac{m}{\sqrt{l^2 + n^2}}; \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{n}{\sqrt{l^2 + n^2}}; \quad (7)$$

$$\varphi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{m}{\sqrt{l^2 + n^2}}; \quad (8)$$

$$\psi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{n}{\sqrt{l^2 + n^2}}. \quad (9)$$

从式(3)一式(5)可以看出:当 2 台经纬仪交会角接近 0° 或 180° 时, $\alpha_{k_1}, \nu_{k_1}, \alpha_{k_2}, \nu_{k_2}$ 数值相近, l, m, n 无解, 和常规计算方法一样, 只有当 2 台经纬仪交会角在 $30^\circ \sim 150^\circ$ 时^[8], 本文方法有效。

1.4 精度估计

为推导方便, 可将式(3)一式(5)写成下列形式:

$$l = \operatorname{ctg} \theta_1 \cos \alpha_{k_1} \cos \nu_{k_2} - \cos \nu_{k_1} \operatorname{ctg} \theta_2 \cos \alpha_{k_2}; \quad (10)$$

$$m = \operatorname{ctg} \theta_1 \sin \alpha_{k_1} \operatorname{ctg} \theta_2 \cos \nu_{k_2} - \operatorname{ctg} \theta_1 \cos \alpha_{k_1} \operatorname{ctg} \theta_2 \sin \alpha_{k_2}; \quad (11)$$

$$n = \operatorname{ctg} \theta_1 \sin \alpha_{k_1} \cos \nu_{k_2} - \operatorname{ctg} \theta_2 \sin \alpha_{k_2} \cos \nu_{k_1}. \quad (12)$$

根据误差传播定律解算 l, m, n 的误差, 现以式(12)为例

$$m_n = \frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial n}{\partial \theta_1} \right)^2 m^2 \theta^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial \theta_2} \right)^2 m^2 \theta^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial \alpha_{k_1}} \right)^2 m^2 \alpha + \left(\frac{\partial n}{\partial \alpha_{k_2}} \right)^2 m^2 \alpha + \left(\frac{\partial n}{\partial \nu_{k_1}} \right)^2 m^2 \alpha + \left(\frac{\partial n}{\partial \nu_{k_2}} \right)^2 m^2 \alpha \right].$$

对 $\theta_1, \theta_2, \alpha_{k_1}, \alpha_{k_2}, \nu_{k_1}, \nu_{k_2}$ 求偏导。

整理得:

$$m_n = \pm \frac{1}{\rho} \left\{ (\cos^4 \theta_1 \sin^2 \alpha_{k_1} \cos^2 \nu_{k_2} + \cos^4 \theta_2 \sin^2 \alpha_{k_2} \cos^2 \nu_{k_1}) m^2 \theta + [\operatorname{ctg} \theta_1 (\cos^2 \alpha_{k_1} \cos^2 \nu_{k_1} + \sin^2 \alpha_{k_1} \sin^2 \nu_{k_1}) + \operatorname{ctg} \theta_2 (\cos^2 \alpha_{k_2} \cos^2 \nu_{k_1} + \sin^2 \alpha_{k_2} \sin^2 \nu_{k_1})] m^2 \alpha \right\}^{1/2}.$$

同理可得:

$$m_l = \pm \frac{1}{\rho} \left\{ (\cos^2 \alpha_{k_1} \cos^2 \nu_{k_2} \cos^4 \theta_1 + \cos^2 \alpha_{k_2} \cos^2 \nu_{k_1} \cos^4 \theta_2) m^2 \theta + [\operatorname{ctg}^2 \theta_1 (\sin^2 \alpha_{k_1} \cos^2 \nu_{k_2} + \cos^2 \alpha_{k_1} \sin^2 \nu_{k_2}) + \operatorname{ctg}^2 \theta_2 (\sin^2 \alpha_{k_2} \cos^2 \nu_{k_1} + \cos^2 \alpha_{k_2} \sin^2 \nu_{k_1})] m^2 \alpha \right\}^{1/2}.$$

式中 $\frac{m_n}{\rho}$ 为弧度化常数。

俯仰角、偏航角的精度估计:

$$\operatorname{tg} \varphi = m / (l^2 + n^2)^{1/2}, \operatorname{tg} \psi = n / (l^2 + m^2)^{1/2}.$$

以 φ 为例进行推导:

$$d \operatorname{tg} \varphi = d[m / (l^2 + n^2)^{1/2}],$$

$$\cos^2 \varphi d \varphi = [(l^2 + n^2)^{1/2} d m - m d(l^2 + n^2)^{1/2}] / (l^2 + n^2),$$

$$d \varphi = \frac{\cos^2 \varphi}{l^2 + n^2} \times \frac{d m (l^2 + n^2) - l m d l - m n d n}{\sqrt{l^2 + n^2}},$$

$$m \varphi = \pm \rho \frac{\cos^2 \varphi}{l^2 + n^2} \times \quad (13)$$

$$\sqrt{(l^2 + n^2) m_m^2 + \frac{l^2 m^2}{l^2 + n^2} m^2 l + \frac{m^2 n^2}{l^2 + n^2} m_n^2}.$$

同理:

$$m \psi = \pm \rho' \frac{\cos^2 \varphi}{l^2 + m^2} \times \quad (14)$$

$$\sqrt{l^2 n^2 m_m^2 + (l^2 + m^2) m_n^2 + \frac{m^2 n^2}{l^2 + m^2} m_n^2}$$

2 工程应用

在 $\times \times$ 任务中, 采用文中的方法和数据处理中常用方法, 计算导弹的偏航角和俯仰角。交会 2 个测量站图像均是 10 s 后目标成像尺寸大, 目标清晰; 80 s 后目标尺寸小, 目标模糊。其计算结果与遥测结果比对的差值如图 2 所示, 2 种方法计算的俯仰角与偏航角和遥测的差值统计值见表 1, 5 个不同时刻与遥测的差值结果见表 2。

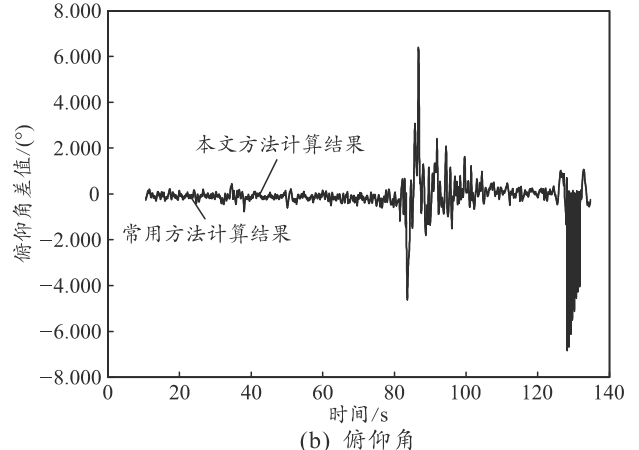
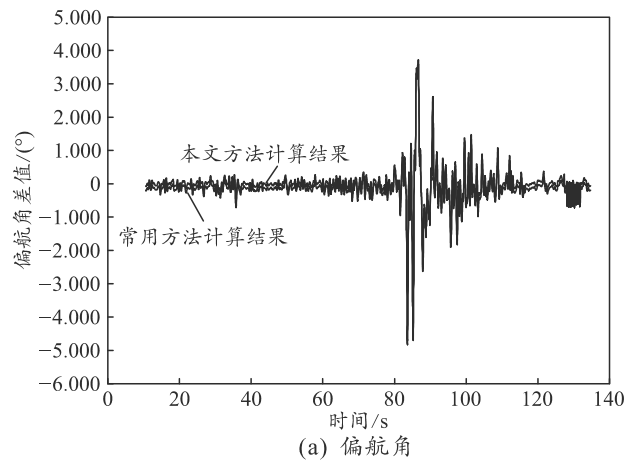


图 2 2 种方法计算的偏航角与遥测俯仰角的差值

表 1 2 种方法计算的俯仰角和偏航角误差 (°)

类型	常用方法		文中方法	
	均值	方差	均值	方差
偏航角	0.129	0.532	0.019	0.436
俯仰角	0.149	0.759	0.067	0.484

表 2 计算的俯仰角和偏航角与遥测比较差值 (°)

类型	常用方法				
	时间/s				
	20	40	70	100	130
偏航角	0.135	-0.243	-0.163	1.310	-0.089
俯仰角	-0.178	-0.219	-0.152	-0.717	-0.132

类型	文中方法				
	时间/s				
	20	40	70	100	130
偏航角	0.055	-0.157	-0.071	0.128	-0.005
俯仰角	-0.048	-0.052	-0.281	-0.542	-0.002

从图 2 可以看出：文中方法结果更接近遥测结果，该方法和常用方法结果趋势一致，在目标成像小，头尾识别不清时，误差较大，可见 2 种方法的精度均取决于判读误差，而判读误差取决于导弹成像的几何尺寸及清晰程度，成像尺寸越大，精度越高。从表 1 和表 2 可以看出：常用方法的俯仰角和偏航角误差稍大于文中方法，其主要原因是常用方法先计算坐标，再经坐标相减得到 X_d 、 Y_d 、 Z_d ，而此时计算的 φ 、 ψ 包含很大的坐标误差。

4 结论

笔者在提取图像导弹的头部和尾部基础上，推

(上接第 15 页)

参考文献：

[1] 杨元喜. 北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J]. 测绘学报, 2010(1): 1-6.

[2] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗导航系统空间信号接口控制文件[EB/OL]. <http://www.beidou.gov.cn>, 2016.

[3] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统发展报告[EB/OL]. <http://www.beidou.gov.cn>, 2011.

[4] 薛树强, 杨元喜. 最小 GDOP 组合 Walker 星座构型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016(3): 380-387.

[5] 杨元喜, 李金龙, 王爱兵, 等. 北斗区域卫星导航系统基本导航定位性能初步评估[J]. 中国科学(地球科学), 2014(1): 72-81.

导了高精度偏航角及俯仰角的计算方法和精度估计模型，通过在任务中应用表明：高精度方法不包含计算中的坐标误差，其精度较高，常用方法精度差于文中方法。但是实际应用一定要注意高精度方法是 2 台经纬仪交会而得，故交会角接近 0° 或 180° 时误差较大，导致结果失真，因而选择交会计算时应避免这种情况。

参考文献：

[1] 李清安. 空间目标姿态测量技术及其仿真实验研究[D]. 中国科学院研究生院. 2006: 5.

[2] 李喆. 光学测量的飞行器空间姿态测量方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2008, 29(3): 232-236.

[3] 周慧. 基于小波变换的外测设备动态精度评估方法[J]. 火力与指挥控制, 2012, 37(12): 75-79.

[4] 于起峰, 孙祥一, 陈国军. 用光测图像确定空间目标俯仰角和偏航角的中轴线法[J]. 国防科技大学学报, 2000, 22(2): 15-19.

[5] 李喆, 丁振良, 袁峰, 等. 飞行器姿态参数的光学测量方法及其精度的蒙特卡罗模拟[J]. 吉林大学学报(工), 2009, 39(5): 1401-1406.

[6] 刘英慧. 运动目标姿态参数的一种 CCD 测量方法[J]. 计算机测量与控制, 2006, 14(4): 459-461.

[7] 赵怀, 赵建科, 田留德, 等. 光电经纬仪动态测角精度随机误差检测方法研究[J]. 应用光学, 2013, 34(6): 1010-1013.

[8] 张涛, 李雪雷, 米阳. 光电经纬仪交会数据误差分析[J]. 智能计算机与应用, 2013, 3(3): 50-52.

[6] XU Z L, HE D L, LI J, et al. Analysis of Location Ambiguity, GDOP and Station Layout of Threestation in Multilateration[C]. MATEC Web of Conferences. EDP Sciences, 2016: 44.

[7] 薛树强, 杨元喜. 最小 GDOP 组合 Walker 星座构型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016(3): 380-387.

[8] 李志亮, 李小将, 翟明明. 敏捷成像卫星任务动态调度仿真系统设计与实现[J]. 兵工自动化, 2017, 36(12): 4-8.

[9] 张海忠, 刘雪瑞, 盖鹏飞, 等. 基于 STK 的北斗区域系统 GDOP 仿真分析[J]. 海洋测绘, 2013, 33(5): 31-33.

[10] 张玉馄, 戴金海. 基于仿真的星座设计与性能评估[J]. 计算机仿真, 2001, 18(3): 5-7.

[11] 徐华君, 王海涛. 利用广播星历确定 BDS 卫星飞行区域[J]. 测绘科学, 2016(5): 1-4, 20.