

doi: 10.7690/bgzd.2016.02.002

基于 M-C 的高维 SEA 方法

胡新刚, 罗云峰, 王明哲

(华中科技大学自动化学院, 武汉 430074)

摘要: 针对高维指标的系统效能分析 (system effectiveness analysis, SEA) 方法的应用难点, 在系统数值仿真的基础上研究高维性能指标联合概率密度函数拟合, 通过将联合概率密度函数应用于计算高维数值积分的蒙特卡罗平均值方法中, 得到一种解决 SEA 中高维性能指标效能分析的蒙特卡罗数值方法, 并用实例进行验证评估。结果表明: 该方法有效、实用的, 能为 SEA 方法中涉及高维指标的分析提供一种行之有效的方法。

关键词: 高维指标; 概率密度; SEA; 蒙特卡罗

中图分类号: TJ02 **文献标志码:** A

High-dimensional SEA Method Based on M-C

Hu Xingang, Luo Yunfeng, Wang Mingzhe

(College of Automation, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: For the difficult issue of high-dimensional metrics system effectiveness analysis (SEA) applications, based on the numerical simulation of the system, a high-dimensional performance indicators joint probability density function fitting method was presented in this paper firstly. And then, the joint probability density function was used to calculate high-dimensional numerical integration of the Monte Carlo average value method, looking forward to getting a Monte Carlo numerical method of SEA to solve effectiveness analysis of high-dimensional performance metrics. Finally in the paper, the method was verified and evaluated by an example of air intruder model (AI). The results show that the method is effective and practical, and give an effective method for the high-dimensional metrics analysis in the SEA.

Keywords: high-dimensional metrics; probability density; SEA; Monte Carlo

0 引言

系统效能分析 (system effectiveness analysis, SEA) 方法, 是 20 世纪 80 年代中期由麻省理工学院信息与决策实验室的 Alexander H. Levis 教授提出的。SEA 的主要优点是能将复杂系统的作战环境、使命任务与系统性能属性都放到一个统一性能 (效能) 空间去比较, 构成一种量化的系统效能评价测度。因其广泛的应用范围和较客观的分析能力而备受学者关注。然而, 如何求得高维评价指标的系统轨迹、使命轨迹以及 2 个轨迹的交集是 SEA 方法的难点。尽管近几十年来对 SEA 方法的应用研究一直在持续进行, 但目前 SEA 的应用大多数停留在二维、三维性能指标^[1-2], 在空间形成的轨迹分析起来有很直观的物理和几何意义, 计算也不复杂。而高维性能指标在空间形成轨迹抽象, 计算复杂。目前 SEA 方法处理高维性能指标有先计算系统分效能, 再利用效用函数或加权方法得到系统的效能^[3-4], 这样并不能客观得到系统的综合效能, 失去了 SEA 方法整体分析的优势, 也有一些方法把高维性能指标

轨迹限制为超方体来计算^[5], 但应用范围较窄。

笔者旨在数值仿真的基础上, 通过仿真模型得到性能指标样本, 拟合出性能指标的联合概率密度函数, 然后应用蒙特卡罗 (monte carlo, M-C) 方法求出系统轨迹和使命轨迹的测度, 从而求出整体系统效能评估值。

1 SEA 方法简介与假设

系统效能是指在一定环境下, 系统完成规定任务的程度。SEA 方法是基于系统、使命、环境、原始参数、性能量度和系统效能这 6 个基本概念建立起来的。这 6 个概念中, 前 3 个概念用于提出问题, 后 3 个概念用于确定分析过程中的关键量。SEA 方法具体分析过程参见文献[6-7]。

针对系统特征和 SEA 方法所涉及的概念和特点, 假设:

1) 系统性能指标 MoP 之间相互独立。在大多数的系统, 各个不同的性能属性一般是由不同的分系统独立来完成的, 分系统的参数往往是由各分系统自定义的; 因此, 有理由假设系统性能空间上选

收稿日期: 2015-10-08; 修回日期: 2015-11-13

基金项目: 国家自然科学基金 (61273207)

作者简介: 胡新刚 (1990—), 男, 湖北人, 在读硕士, 从事 SoS 体系架构设计与评价研究。

取各性能指标尽可能相互独立。

2) 整体系统性能指标服从某种联合概率密度分布。系统在实际运行中子系统的性能属性是服从某种分布的; 因此整体系统性能指标相也应服从某种联合概率密度分布。

3) 系统的使命需求与系统性能指标之间关联。系统的某项性能是为了完成使命任务提出的; 因此, 系统完成某项使命需求可看作是系统达到一定性能指标要求, 两者之间存在某种约束关系。

2 高维指标 SEA 方法

SEA 方法中高维指标所形成的系统轨迹和使命轨迹为一个超体, 计算超体的测度(在文中测度为体积)涉及到多重积分的计算。目前计算多重积分的方法主要有数论网格法和蒙特卡罗 M-C 算法。

M-C 方法与数论网格法的区别主要在于数论网格法对积分区域形状要求较为严格, 而 M-C 方法只要给出形状几何特性描述即可。另外, 数论网格的误差随维数呈幂次增加, 而 M-C 方法误差与维数无关; 因此, M-C 方法适用于解决 SEA 中高维和空间几何形状复杂等。

2.1 基于 M-C 的轨迹测度的计算

M-C 方法计算多重积分主要思想, 是把任意积分看作某个随机变量或向量的数学期望值, 用这个随机变量或向量的算术平均值来近似。SEA 中高维性能指标在空间(欧式空间)形成性能轨迹和使命轨迹的测度是一个多重积分计算, 可用 M-C 来近似计算。

考虑一般轨迹的测度:

$$V_s = \int_{V_s} dX \quad (1)$$

式中: $X=X[x_1, x_2, \dots, x_s]$ 表示 S 维指标空间的点; V_s 表示轨迹测度, 在几何意义上为超体的体积。

M-C 方法求解的步骤如下:

在 V_s 构造一个密度分布函数, 取 V_s 上任意满足条件: $f(X) \neq 0$ 概率密度函数 $f(X)$, 当 $X \in V_s$ 时, 令

$$g(X) = \begin{cases} 1/f(X), & \text{当 } f(X) \neq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

则 V_s 可表示为

$$V_s = \int_{V_s} g(X)f(X)dX = E[g(X)], \quad (3)$$

即 V_s 是随机变量(或向量) $g(X)$ 的数学期望。

用算术平均值来近似 $g(X)$ 的数学期望, 取服从

联合概率密度分布 $f(X)$ 的随机变量中, 抽取 N 个样本 $\{X_i\}_{i=1}^N$, 则算术平均值

$$V_s = \tilde{g}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(X_i), \quad (4)$$

就是 V_s 的一个近似估计。

由此可知, 只要得到性能轨迹和使命轨迹的联合概率密度分布, 就可以按照上述方法对性能轨迹和使命轨迹的测度进行近似计算。

2.2 高维指标联合概率密度

确定高维指标的联合概率密度是一个关键问题。通过数值仿真模型得到性能指标的观测样本, 用数学统计方法确定高维指标的联合概率密度分布。

由仿真模型得到性能指标样本空间如图 1 所示。从参数空间中输入一个随机数到随机数值仿真模型中, 仿真输出结果为一组性能指标观测值, 多次仿真得到系统性能指标的一个样本观测值空间。对于多维参数空间随机数产生, 文献[8]中的定理 1 给出了产生任意维概率密度函数随机数的方法, 并且可以利用文献[9]对随机数进行均匀性和独立性检验。

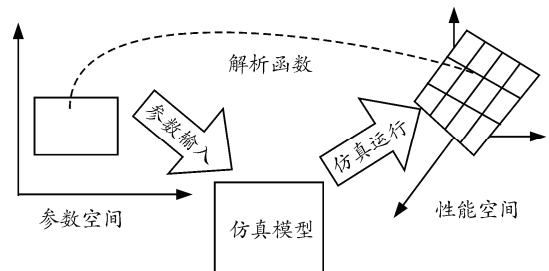


图 1 样本空间产生示意图

设高维指标空间为 $MOP = \{MOP_S, Requirement\}$ 记 $MOP_S = X; Requirement = Y, X = (X_1, X_2, \dots, X_n), Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 。

由基本假设可知: X_1, X_2, \dots, X_n 之间是相互独立的; 因此, 在各性能指标相互独立的情况下, 可以先单独求取各性能指标的概率函数, 再将其综合为联合概率密度函数。概率密度函数的求取方法如下:

- 1) 将性能指标 X_i 离散化, 划分为 n 个子区间;
- 2) 利用仿真模型得到性能指标 X_i 的随机样本观测值 r_1, r_2, \dots, r_N ;
- 3) 计算样本值在每个区间的频率, 并绘制直方图, 每个直方图的面积为该区间样本值的频率;
- 4) 根据第 3 步的直方图拟合性能指标 X_i 的概率分布, 得到概率密度分布函数 $f_i(X_i)$, 如图 2 所示的直方图, 可用正态分布拟合;

5) 利用同样的方法求取其他性能指标的概率密度函数，得到性能指标的联合概率密度函数

$$f(X) = \prod_{i=1}^n f_i(X_i) \quad (5)$$

对于 4)，可用以下定量化的方法来控制性能指标概率密度函数的拟合精度，定义拟合指标为

$$I = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{N}_i)^2, y_i = f(\bar{C}_i) \quad (6)$$

式中： $i=1,2,\dots,n$ ， n 为性能指标的分组数； \bar{C}_i 、 \bar{N}_i 分别为直方图第 i 个直方柱的中点和高度； f 为拟合的概率密度函数 $y_i=f(\bar{C}_i)$ 为中点位置所对应的概率密度函数值。由图 2 可以清晰地看到拟合指标的几何意义， I 越小，拟合精度越高；因此可以通过 I 来控制拟合精度。

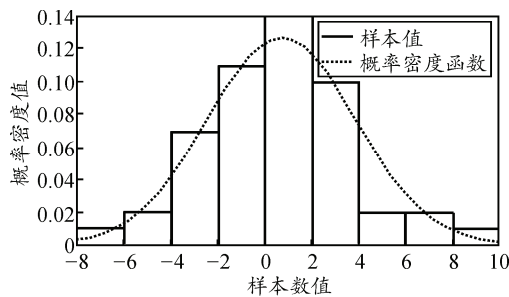


图 2 概率密度拟合直方图

2.3 基于 M-C 的高维指标 SEA 方法步骤

由前面所述的 M-C 方法和高维指标联合概率密度函数的拟合方法，基于 M-C 的高维指标 SEA 方法步骤为：

- 1) 定义系统、环境和使命，并确定系统的参数(包括系统参数和使命参数)，这些参数相互独立。
- 2) 确定分析系统性能指标空间 $\{MOP_i\}_s$ 各系统性能指标之间相互独立。
- 3) 利用数值仿真模型(如 CPN 模型，具体建模方法参见文献[10])，按 2.2 节中方法得到系统性能轨迹 L_s 的一个随机样本。
- 4) 确定系统性能指标的联合概率密度分布。根据第 3 步得到系统性能指标观测值样本空间，利用文中所述的联合概率密度的拟合方法来确定系统性能指标的联合概率密度函数 $f(X)$ 。

5) 利用 4)联合概率密度函数和 M-C 方法计算系统轨迹的测度

$$V_s = \tilde{g}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{f(X_i)} \quad (7)$$

6) 建立使命需求与系统性能指标之间的约束

关系，从仿真的结果 L_s 中找出符合使命需求的点，得到系统性能轨迹和使命需求交集的一个随机样本。符合使命需求的点各性能指标仍是相互独立的，利用 4)、5)的方法计算使命轨迹 L_m 与系统性能轨迹 L_s 交集的测度 $V(L_m \cap L_s)$ 。

7) 计算该次仿真系统效能。根据 4)、5)得到系统性能度量空间的测度和系统效能的定义，该次系统仿真效能值为

$$MOE_i = \frac{V(L_s \cap L_m)}{V(L_s)} \quad (8)$$

8) 判断系统是否达到仿真次数。达到，仿真结束；未达到，返回至 3)。

9) 计算系统的综合效能：

$$MOE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n MOE_i \quad (9)$$

3 实例分析

利用上述方法，笔者对一个具有五维性能评价指标的防空系统(air intruder, AI)进行效能评估。防空系统用于保卫我方特定区域，抵御敌方空中入侵，当敌机被侦测到，截击机将被派出执行拦截任务，其作战概念如图 3 所示。防空系统根据敌对程度，采取不同的处理方式：

- 1) 战争状态下，截击机无需警告，直接击毁入侵飞机；
- 2) 和平状态下，截击机尝试联络入侵飞机，若无应答则击毁入侵飞机，且须在规定时间内被击毁，否则一旦漏网，我方设施将受到威胁。

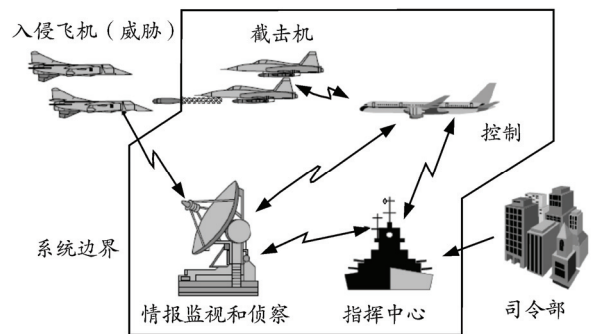


图 3 AI 作战概念图

综合考虑防空系统的特征，选取以下 5 个性能评价指标：平均响应时间、漏网数量、处理能力、拦截效率、预警效率。使命需求属性约束为平均反应时间小于 400 s、不超过 2 个漏网威胁被拦截，处理能力小于 50 s、拦截效率为大于 0.01、预警效率

小于 0.5。通过以如图 4 所示 CPN 仿真模型，得到系统性能指标的样本观测值。

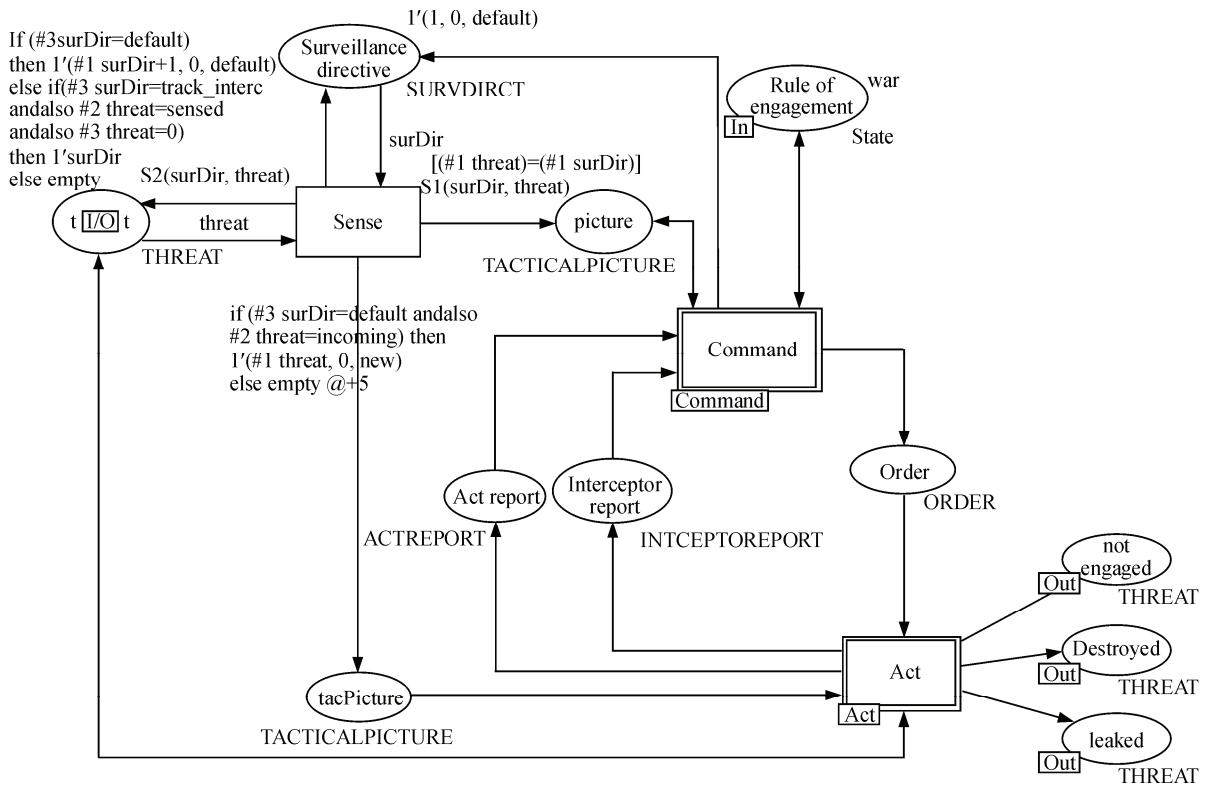


图 4 CPN 仿真模型

将仿真得到的性能指标样本观测值和使命需求利用蛛网图可视化表示，如图 5 所示，可以直观地看到性能轨迹上的样本点和使命需求。

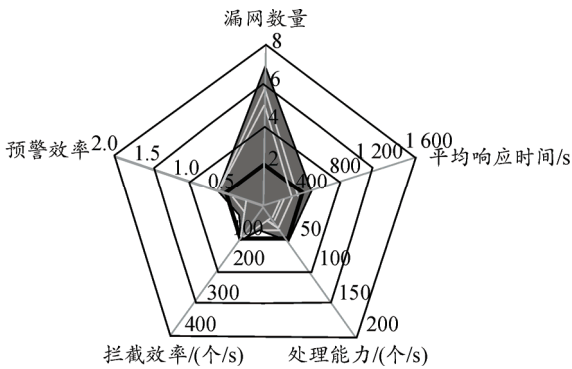


图 5 五维性能指标蛛网图

上述联合概率密度的拟合方法和仿真模型得到的性能指标样本观测值，性能指标的联合概率密度函数 $f(X)$ 为：

$$f_1(x_1) = \frac{1}{0.238\ 05 \times n} \sum_{i=1}^n K \times \left(\frac{x_1 - x_{1i}}{0.238\ 05} \right);$$

$$f_2(x_2) = \frac{1}{1.333} e^{-\frac{x_2}{1.333}};$$

$$f_3(x_3) = \frac{1}{0.211\ 431} \frac{1}{x_3} \frac{e^z}{(1+e^z)^2} \text{ 其中 } z = \frac{\log(x_3) + 3.077\ 31}{0.211\ 431};$$

$$f_4(x_4) = \frac{1}{0.165\ 35} \sum_{i=1}^n K \times \left(\frac{x_4 - x_{4i}}{0.165\ 35} \right);$$

$$f_5(x_5) = \frac{1}{B(2.198\ 32, 1.583\ 85)} x_5^{1.198\ 32} (1-x_5)^{0.583\ 85};$$

$$f(X) = \prod_{i=1}^5 f_i(x_i)。$$

其中： K 为高斯核； n 为样本数； x_{1i} 、 x_{4i} 为样本值。

利用使命约束，对性能空间和使命空间交区域中各性能指标的概率密度进行拟合，得到交区域的联合概率密度函数 $f(Y)$ 为：

$$f_1(y_1) = \frac{1}{n \times 0.151\ 149} \sum_{i=1}^n K \times \left(\frac{y_1 - y_{1i}}{0.151\ 149} \right);$$

$$f_2(y_2) = \frac{1}{0.478\ 26} e^{-\frac{y_2}{0.478\ 26}};$$

$$f_3(y_3) = \frac{1}{0.252\ 364} \frac{1}{y_3} \frac{e^z}{(1+e^z)^2} \text{ 其中 } z = \frac{\log(y_3) + 2.994\ 78}{0.147\ 336};$$

$$f_4(y_4) = \frac{1}{n \times 0.177\ 731} \sum_{i=1}^n K \times \left(\frac{y_4 - y_{4i}}{0.177\ 731} \right);$$

$$f_5(y_5) = \frac{1}{B(4.069\ 98, 4.059\ 19)} y_5^{3.069\ 98} (1-y_5)^{3.059\ 19};$$

$$f(Y) = \prod_{i=1}^5 f_i(y_i)。$$

其中： K 为高斯核； n 为样本数； y_{1i} 、 y_{4i} 为样本值。

由 M-C 法计算得到性能轨迹测度和使命轨迹与性能轨迹交区域的测度为：

$$V(L_s) = \tilde{g}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(X_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{f(X_i)} = 87.977;$$

$$V(L_s \cap L_m) = \tilde{g}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(X_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{f(Y_i)} = 14.083。$$

有效能的计算公式可得系统的效能为

$$MOE = \frac{V(L_s \cap L_m)}{V(L_s)} = 16.01\%。$$

设定仿真次数为 8 次，得到仿真结果如表 1。

表 1 仿真结果

次序 i	$V(L_s)$	$V(L_m \cap L_s)$	MOE _{i} /%
1	87.977	14.083	16.01
2	82.864	13.136	15.85
3	86.246	16.781	19.46
4	80.742	15.276	18.92
5	83.286	17.433	20.79
6	88.766	17.233	19.41
7	86.542	15.322	17.71
8	87.288	17.611	20.18

得到系统的效能为

$$MOE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n MOE_i = 18.54\%。$$

按上述方法，该系统在不同的使命需求下系统效能如图 6、表 2。

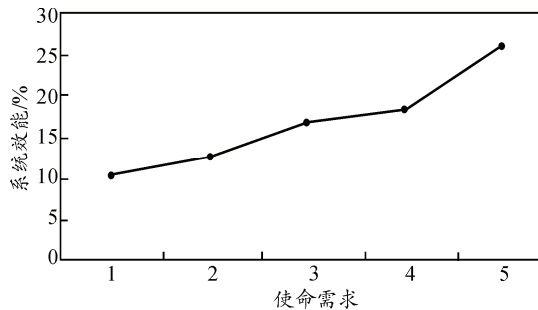


图 6 效能变化趋势

表 2 不同使命需求下的系统效能

使命需求	平均响应时间/s	漏网数量	处理能力/(个/s)	拦截效率/(个/s)	预警效率	MOE/%
1	≤ 100	≤ 0	≤ 20	≥ 0.040	≤ 0.2	10.46
2	≤ 200	≤ 0	≤ 30	≥ 0.030	≤ 0.3	12.64
3	≤ 300	≤ 1	≤ 40	≥ 0.020	≤ 0.4	19.86
4	≤ 400	≤ 2	≤ 50	≥ 0.010	≤ 0.5	18.54
5	≤ 500	≤ 3	≤ 60	≥ 0.005	≤ 0.6	26.32

图表中表明：使命需求越高，系统效能值越小，

与实际系统得效能相符，对实际系统效能的评估有很好的适用性。

由本例可知，对于更高维的性能指标，同样可以利用该方法来计算系统的效能。

4 结束语

笔者在数值仿真基础上给出一种基于 M-C 的高维指标 SEA 方法，对 SEA 中高维指标分析计算不依赖于系统性能轨迹和使命需求轨迹形状，并对一个防空系统进行效能评估，验证了该方法的可行性和有效性，为 SEA 方法中涉及高维指标的分析提供了一种可行有效的方法。由于数值仿真模型产生性能指标样本值的随机性直接影响该方法的精度，下一步，笔者希望能把仿真模型和该蒙特卡罗方法放在一个平台上，为系统效能评估带来方便。

参考文献：

- [1] 黄树彩, 周延延, 韦刚, 等. 基于天基信息的反导作战效能分析[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(10): 2414-2417.
- [2] 陈培彬, 崔海峰. 基于 SEA 的炮兵侦察系统效能分析及动态评估[J]. 情报指挥控制系统与仿真技术, 2003, 1(5): 36-41.
- [3] 孙宝全, 颜冰. 基于 SEA 方法的网络雷阵体系效能分析[J]. 舰船电子工程, 2014, 34(11): 139-142.
- [4] 侯兆飞, 李迎春, 王帅, 等. 基于 SEA 的激光主动探测系统动态效能评估[J]. 四川兵工学报, 2014, 35(2): 63-66.
- [5] 包卫东, 武云鹏, 黄金才, 等. SEA 方法计算模型在 C-4ISR 系统效能分析中的应用[J]. 火力与指挥控制, 2007, 32(9): 10-12.
- [6] 宋朝河. 基于 SEA 的炮兵雷达侦察系统效能分析[J]. 兵工自动化, 2008, 27(11): 48-50.
- [7] 吴晓锋, 周智超. 系统效能分析的 SEA 方法[J]. 舰船电子工程, 1998, 1(3): 31-35.
- [8] 郑华盛, 胡结梅, 李曦, 等. 高维数值积分的蒙特卡罗方法[J]. 南昌航空大学学报, 2009, 23(2): 37-41.
- [9] 王红卫. 建模与仿真[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 101-111.
- [10] Jensen K. Colored Petri Net: Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use Volume1[M]. 2nd. Berlin: Springer Press, 1992: 89-119.