

doi: 10.7690/bgzdh.2016.01.019

考虑动态延迟特性的含攻击角度约束的制导律

王健¹, 郭倩², 刘涛¹, 赵迪¹, 史震¹

(1. 哈尔滨工程大学自动化学院, 哈尔滨 150001; 2. 北京自动化控制设备研究所, 北京 100074)

摘要: 针对打击固定或者缓慢移动目标时带攻击角度约束的制导问题, 设计一种考虑导弹自动驾驶仪动态特性的制导律。基于平面内导弹-目标的运动模型, 采用滑模变结构和非线性反步控制的方法, 将导弹自动驾驶仪的动态延迟特性近似描述为一阶惯性环节, 通过高增益的饱和函数, 结合改进的开关项系数来削弱滑模抖振的影响, 最终使视线角速率和导弹的弹道倾角分别趋于零和期望值。仿真的结果表明: 该制导律下导弹能以期望的攻击角度命中目标, 有效地克服控制系统的动态延迟对导引精度的影响, 对参数的变化和外界的干扰有很好的适应性和鲁棒性, 具有工程应用的参考价值。

关键词: 攻击角度约束; 自动驾驶仪的动态延迟; 滑模变结构; 反步; 制导律

中图分类号: TJ765 **文献标志码:** A

Guidance Law with Autopilot Lag for Impact Angle Constrained Trajectories

Wang Jian¹, Guo Qian², Liu Tao¹, Zhao Di¹, Shi Zhen¹

(1. School of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. Beijing Automatic Control & Equipment Institute, Beijing 100074, China)

Abstract: Aiming at the problem of guidance law design for intercepting stationary or slowly moving targets with the impact angle constraint, Based on the missile-target dynamics in the plane, a guidance law is designed considering missile's autopilot lag using the sliding mode variable structure and nonlinear back-stepping control methods. The missile's dynamics of autopilot can be approximately described as a first-order process, meanwhile, the chattering phenomenon of sliding mode is weakened by the integrated application of high gain saturation function and improved variable switch term. Line of sight angle rate will converge to zero ultimately and the trajectory inclination angle will ultimately converge to the desired value, respectively. Simulation results show that the guidance law can be used to hit the targets with desirable impact angle and the influence of the autopilot lag on guidance accuracy can also be compensated, which has good adaptability and robustness against the changes of the parameters and external disturbances. The research can offer some references for practical engineering application.

Keywords: impact angle constraint; autopilot lag; sliding mode variable structure; back-stepping; guidance law

0 引言

随着武器作战方式的变革, 近年来具有攻击角度约束的制导方法越来越受到广泛关注。很多导弹在接近目标时, 既希望获得较小的脱靶量, 又希望能以期望的攻击角度命中目标, 以发挥战斗部的最大效能, 取得最佳的毁伤效果。例如希望反坦克导弹能垂直打击前装甲、钻地弹能以近 90°的落地倾角命中目标等。

自从 Kim 和 Grider 首次在机动弹头载入制导的研究中, 提出含攻击角度约束的最优制导律以来^[1], 很多学者依据不同的理论方法提出多种具有终端角度约束的导引律。各种不同的改进形式的比例制导律实现了对攻击角度的约束^[2-4]。文献[2]针对非机动目标, 在比例导引的基础上加了一个时变的偏置项; 文献[3]依据比例导引, 设计了一种轨迹预测的可以实现垂直打击的制导律; 文献[4]提出了一种

含攻击角度约束的变比例系数的比例制导律; Shaferman 等对弹-目相对运动的方程线性近似后, 基于线性二次型最优控制理论提出了具有攻击角度约束的微分对策制导律^[5]; 同时基于变结构理论的带终端攻击角度约束的制导律也得到了广泛的研究^[6-7]。但是以上的制导律都没有考虑自动驾驶仪的动态滞后对制导精度、落角误差等的不利影响。

目前, 一些学者在制导律的研究中也开始考虑自动驾驶仪的动态特性。York 等将 Kim 和 Grider 的方法推广到考虑导弹自动驾驶仪一阶动态特性的情况^[8]; 刁兆师等结合反馈线性化技术和反演递推的方法推导了考虑自动驾驶仪动态特性的含攻击角约束的导引律^[9]。

笔者基于平面内导弹-目标的相对运动方程, 考虑导弹自动驾驶仪的一阶动态特性, 结合滑模和非线性反演控制理论, 设计了能保证攻击角度约束

收稿日期: 2015-08-21; 修回日期: 2015-09-25

基金项目: 国家青年自然科学基金(51409059); 黑龙江省自然科学基金项目(F201342)

作者简介: 王健(1988—), 男, 河北人, 在读硕士, 从事导弹制导与控制研究。

和制导精度要求的导引律，有效地补偿了自动驾驶仪动态延迟特性的影响。

1 末端拦截问题的数学描述

弹-目之间的相对运动关系见图 1。图中： v_t 和 v_m 分别代表目标和导弹的速度； R 和 \dot{R} 分别代表导弹和目标之间的相对距离和相对速度； θ_t 和 θ_m 分别代表目标的速度倾角和导弹的弹道倾角； q 和 \dot{q} 分别代表导弹和目标之间的视线角和视线角速率； A_t 代表目标机动的法向加速度； A_m 代表通过弹上的惯性系统测得的导弹的法向加速度。

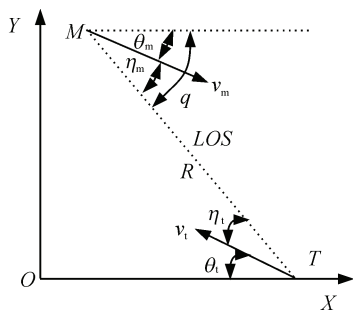


图 1 平面内导弹-目标相对运动关系

弹-目相对运动方程如下：

$$\dot{R} = v_t \cos \eta_t - v_m \cos \eta_m; \quad (1)$$

$$R\dot{q} = v_m \sin \eta_m - v_t \sin \eta_t; \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_t = A_t / v_t; \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_m = A_m / v_m. \quad (4)$$

其中： $\eta_m = q - \theta_m$ ； $\eta_t = q - \theta_t$ 。

攻击角度定义为导弹拦截过程中制导结束时，导弹速度矢量和目标速度矢量间的夹角。定义 t_f 为制导结束时刻，导弹期望的攻击角度设为 θ ，当导弹以期望的攻击角度命中目标时，有表达式如下：

$$\lim_{t \rightarrow t_f} R(t)\dot{q}(t) = 0; \quad (5)$$

$$\theta_m(t_f) - \theta_t(t_f) = \theta; \quad (6)$$

$$|q(t) - \theta_m(t)| < \pi/2; \quad (7)$$

$$v_t \sin(\theta_t(t_f) - q_d) - v_m \sin(\theta_m(t_f) - q_d) = 0. \quad (8)$$

当导弹与目标交会时，过载很小，攻角较小，则可以认为 $q_m \approx \theta_m$ 。当期望的攻击角度 θ 为定值时，假如目标运动的速度倾角 θ_t 也已知时，则由式 (6) 可知：导弹在制导结束时刻期望的弹道倾角 θ_d 也可以确定，再结合式 (7) 和式 (8) 可以得到期望视线角 q_d 的值。而文中主要讨论的是攻击地面或者

地下固定目标，或者目标在地面运动但是其速度相对导弹速度可以忽略时的情况，例如电视制导的侵彻导弹、反坦克导弹等。此时 θ_t 在平面内可以近似为 0° ，满足下列表达式：

$$\theta_t(t) \approx v_t(t) \approx 0; \quad (9)$$

$$-v_m \sin(\theta_m(t_f) - q(t_f)) = 0; \quad (10)$$

$$|q(t_f) - \theta_m(t_f)| < \pi/2. \quad (11)$$

此时 $q_d = \theta_d = \theta$ ，当导弹攻击固定目标时，对于攻击角度的约束，即求解 $\theta(t) = \theta_d = \theta$ 的问题，可以转化为末端的视线角满足 $q(t) = q_d = \theta$ 的问题。

2 攻击角度约束的制导律设计^[10-11]

由于滑动模态可以按需要设计且与对象参数摄动及外界扰动无关，具有较强的鲁棒性；因此可以将期望的视线角纳入滑动模态，即可推导出满足落角约束的变结构制导律。

定义 A_c 为提供给导弹自动驾驶仪的制导指令，通过自动驾驶仪来调节舵和推进器等，来控制导弹的机动飞行，而 A_m 代表通过弹上的惯性系统测得的导弹垂直于其速度方向的法向加速度。将导弹自动驾驶仪的动态特性看成是理性环节时，则有

$$A_m = A_c. \quad (12)$$

选取状态变量：

$$x_1 = q(t) - q_d(t); \quad (13)$$

$$x_2 = \dot{q}(t). \quad (14)$$

当状态 x_1 趋近于零时，导弹能够以期望的攻击角度接近目标；当状态 x_2 趋近于零时，根据准平行接近原理，则导弹可以命中目标，所设计的制导律应使状态 x_1 、 x_2 尽量趋近于零。

用式 (13)、式 (14) 对时间求导数，结合弹-目的相对运动关系式，可以得到制导系统的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-2\dot{R}(t)}{R(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\cos(\eta_m)}{R(t)} \end{bmatrix} A_m + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\cos(\eta_t)}{R(t)} \end{bmatrix} A_t. \quad (15)$$

制导律需满足脱靶量和攻击角度的双重要求，因此选取切换函数为

$$S(t) = R(t)x_2 + cv_m x_1, \quad c > 0 \text{ 为常值}. \quad (16)$$

由于式 (15) 是个线性时变的系统，则选取的自适应滑模趋近律如下：

$$\dot{S}(t) = -\frac{k|R(t)|}{R(t)} S(t) - \frac{\varepsilon}{R(t)} \text{sgn}(S(t)). \quad (17)$$

上式中 $K > 0$ ， $\varepsilon > 0$ 均为常值。其物理意义：当 $R(t)$ 较

大时，适当放慢趋近滑模的速度；而当 $R(t)$ 趋近于零时，使趋近滑模的速度迅速上升，从而保证 $\dot{q}(t)$ 不发散，提高制导的精度。另外，适当调节趋近速度对于抑制抖振也有益处。

对式 (16) 求导，并结合式 (15) 和式 (17)，可以得到导弹的制导指令为

$$A_c = A_m = \frac{1}{\cos \eta_m} [(k+1) |\dot{R}(t)| x_2 + c v_m x_2 + \frac{k |\dot{R}(t)|}{R(t)} c v_m x_1 + \varepsilon \operatorname{sgn} S(t)]. \quad (18)$$

3 改进的考虑动态延迟的制导律设计

式 (18) 的制导指令的推导未考虑导弹自动驾驶仪动态延迟的影响，文中将自动驾驶仪的动态特性近似为一阶惯性环节来处理，其表达式为

$$\dot{A}_m = -\frac{1}{\tau} A_m + \frac{1}{\tau} A_c. \quad (19)$$

式中： τ 为导弹自动驾驶仪的时间常数； A_c 为提供给导弹自动驾驶仪的制导指令； A_m 是通过弹上的惯导系统测得的导弹当前的法向加速度，定义状态变量 $x_3 = A_m$ 。由于目标非机动，可以得到考虑自动驾驶仪动态特性的制导系统的状态方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{2\dot{R}(t)}{R(t)} & -\frac{\cos \eta_m}{R(t)} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} A_c. \quad (20)$$

引进 2 个新的状态变量：

$$U_1 = R x_2 + c v_m x_1; \quad (21)$$

$$U_2 = x_3 - m_1; \quad (22)$$

$$m_1 = \frac{1}{\cos \eta_m} [-(k+1) \dot{R} x_2 + c v_m x_2 - \frac{k \dot{R}}{R} c v_m x_1]. \quad (23)$$

其中引进的新的虚拟变量 m_1 是式 (18) 的开关项系数 ε 取零时的值，对 U_1 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{R} x_2 + \dot{R} x_2 + c v_m \dot{x}_1 = \\ & (\dot{R} + c v_m) x_2 + R \left[-\frac{2\dot{R}}{R} x_2 - \frac{\cos \eta_m}{R} x_3 \right] = \\ & (\dot{R} + c v_m) x_2 - 2\dot{R} x_2 - \cos \eta_m x_3 = \\ & (c v_m - \dot{R}) x_2 + (k+1) \dot{R} x_2 - c v_m x_2 + \frac{k \dot{R}}{R} c v_m x_1 - \varepsilon \operatorname{sgn} S = \\ & k \dot{R} x_2 + \frac{k \dot{R}}{R} c v_m x_1 - \varepsilon \operatorname{sgn} S = \\ & \frac{k \dot{R}}{R} (R x_2 + c v_m x_1) - \cos \eta_m U_2 = \frac{k \dot{R}}{R} U_1 - \cos \eta_m U_2. \end{aligned} \quad (24)$$

对 U_2 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= -\frac{1}{\tau} A_m + \frac{1}{\tau} A_c - \frac{1}{\cos \eta_m} \left\{ -k c v_m \left(\frac{\dot{R}}{R} - \frac{\dot{R}^2}{R^2} \right) x_1 - \right. \\ & (k+1) \dot{R} x_2 + \left[\frac{2\dot{R}^2(k+1)}{R} - \frac{(K+2) c v_m \dot{R}}{R} \right] x_2 + \\ & \left. \left[\frac{\dot{R}(k+1) \cos \eta_m}{R} - \frac{c v_m \cos \eta_m}{R} \right] x_3 \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

制导指令设计为

$$\begin{aligned} A_c &= \frac{\tau}{\cos \eta_m} \left\{ \cos^2 \eta_m U_1 - \rho \cos \eta_m U_2 - k c v_m \left(\frac{\dot{R}}{R} - \frac{\dot{R}^2}{R^2} \right) x_1 - \right. \\ & (k+1) \dot{R} x_2 + \left[\frac{2\dot{R}^2(k+1)}{R} - \frac{(K+2) c v_m \dot{R}}{R} \right] x_2 + \\ & \left. \left[\frac{\dot{R}(k+1) \cos \eta_m}{R} - \frac{c v_m \cos \eta_m}{R} + \frac{\cos \eta_m}{\tau} \right] x_3 \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $\rho > 0$ 为常数，把式 (26) 代入式 (25) 中可得

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{x}_3 - \dot{m}_1 = -\frac{1}{\tau} x_3 + \frac{1}{\tau} A_c - \dot{m}_1 = \\ & \cos \eta_m U_1 - \rho U_2. \end{aligned} \quad (27)$$

对于系统 (U_1, U_2) ，构造 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} U_1^2 + \frac{1}{2} U_2^2. \quad (28)$$

对式 (28) 求导可得：

$$\dot{V} = \dot{U}_1 U_1 + \dot{U}_2 U_2 = -\frac{K |\dot{R}|}{R} U_1^2 - \rho U_2^2 \leq 0. \quad (29)$$

这样， U_1 和 U_2 有界，且逐渐收敛到零，则系统渐进稳定，通过保证滑模面的收敛来满足导弹对脱靶量和攻击角度的双重要求，确保制导的精度。由于导弹-目标的相对运动速度 \dot{R} 变化不大，则 $\ddot{R} \approx 0$ ，对式 (26) 整理可得到导弹的制导指令：

$$A_c = \frac{\tau}{\cos \eta_m} (p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3). \quad (30)$$

其中：

$$p_1 = \cos^2 \eta_m c v_m + \frac{\rho k |\dot{R}|}{R} c v_m + \frac{k \dot{R}^2}{R^2} c v_m; \quad (31)$$

$$\begin{aligned} p_2 &= \cos^2 \eta_m R + \rho (k+1) |\dot{R}| + \rho c v_m + \\ & \frac{2(k+1) \dot{R}^2}{R} + \frac{(k+2) c v_m |\dot{R}|}{R}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$p_3 = \left[-\frac{(k+1) |\dot{R}|}{R} - \frac{c v_m}{R} + \frac{1}{\tau} - \rho \right] \cos \eta_m. \quad (33)$$

由于文中采用的是滑模变结构的控制系统，在实际的工作过程中会伴随着抖振现象的产生，对制导精度会产生不良的影响。为了削弱抖振，笔者在饱和函数的基础上，对开关项系数 ε 进行了改进，

采用了变开关项系数法。

饱和函数的思想是将不连续的符号函数连续化，将符号函数取代为

$$\operatorname{sgn} S(t) = \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (34)$$

式中 δ 是很小的正常数，对于开关项系数 ε ， ε 取值较大时，会提高趋近滑模的速度，但是会相应地引起系统强的抖振；当 ε 较小时，状态轨迹趋于切换面速度变小，可有效减小抖振，但是会降低系统的鲁棒性，随着导弹飞向目标， ε 也随之减小。为此，笔者将开关项系数 ε 设计为 R 的一次函数，即

$$\varepsilon = aR + b \quad (35)$$

选取合适的常数 a 和 b ，使系统尽快地进入滑模面的同时尽量减小抖振的影响。

4 仿真分析

4.1 制导律仿真对比

结合式 (30)~式 (33)，得到考虑自动驾驶仪动态特性的制导律，简记为 ASMG2，将未考虑动态延迟的制导律，式 (18) 简记为 ASMG1。以某空中末端拦截为例，导弹在参考惯性坐标系的初始位置为 $(x_{m0}, y_{m0}) = (0, 5000) \text{ m}$ ， $v_m = 300 \text{ m/s}$ ， $\theta_{m0} = 0^\circ$ ，目标的初始位置为 $(x_{t0}, y_{t0}) = (3000, 0) \text{ m}$ ，其他的仿真参数选取为 $k = 1$ ， $c = 1.5$ ， $\rho = 1$ ， $\delta = 0.01$ ， $a = 3.5 \times 10^{-4}$ ， $b = 0.9$ ，动态延迟的时间常数 $\tau = 0.1$ ，期望的攻击角度 $\theta = 76^\circ$ 。脱靶量定义为导弹和目标之间的相对距离，仿真结果如表 1 和图 2~图 3。

表 1 制导律制导效果比较

制导律	脱靶量/m	攻击角度误差/(°)
ASMG1	3.462	2.719
ASMG2	0.433	0.860

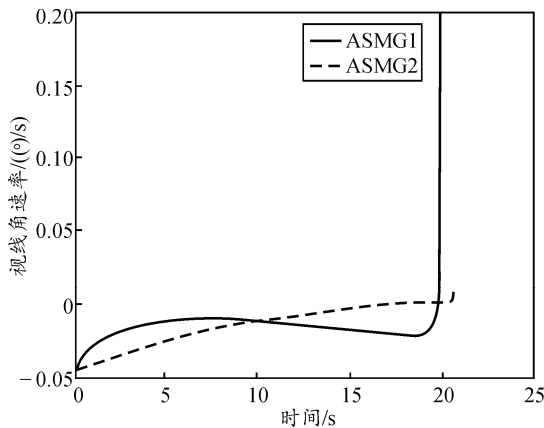


图 2 视线角速率的变化规律

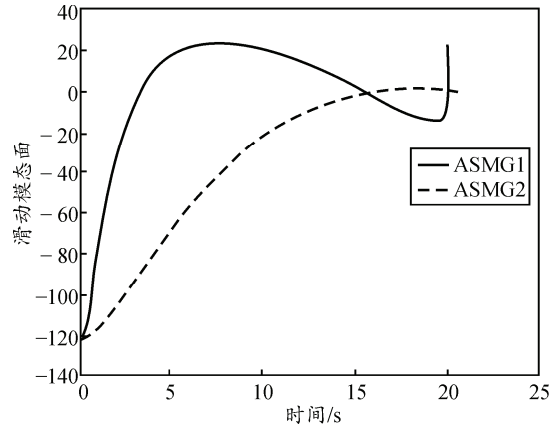


图 3 滑动模态面的变化规律

由图 2 可知：在 ASMG2 下视线角速率逐渐趋近于零，进入稳态，而在 ASMG1 下，虽然视线角速率也有逐渐向零收敛的趋势；但是并未收敛到零且稍微提前发散，这是因为其并未考虑到自动驾驶仪动态特性的影响，从而造成了较大的脱靶量。同样，从图 3 可以看出：滑动模态面在 ASMG2 下逐渐趋于零，进入稳态；而在 ASMG1 下滑动模态面的曲线则在零附近波动且稍微提前发散，同样是因为未补偿自动驾驶仪的动态延迟。由表 1 可知，ASMG2 比 ASMG1 有更高的制导精度。

4.2 不同投弹条件下的仿真

改变导弹和目标末制导的初始位置条件，设置新的初始位置坐标，导弹在参考惯性坐标系的初始位置修改为 $(x_{m0}, y_{m0}) = (0, 8000) \text{ m}$ ，目标的初始位置为 $(x_{t0}, y_{t0}) = (5000, 0) \text{ m}$ ，其他的仿真参数不变。当期望的攻击角度分别是 -30° 、 -60° 、 -90° 时，通过仿真来验证文中设计的制导律 ASMG2 在不同的投弹条件下的制导效果，仿真结果见图 4~图 7。

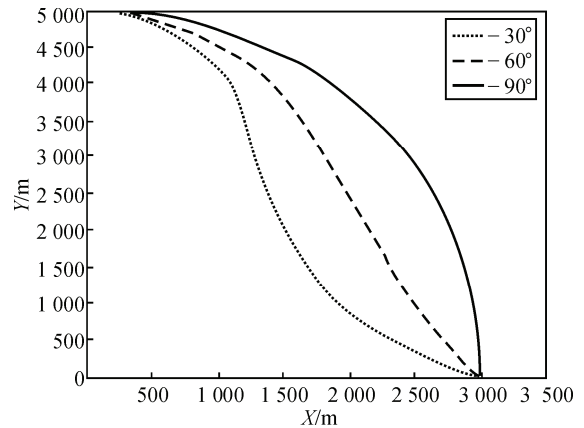


图 4 导弹和目标的相对运动轨迹

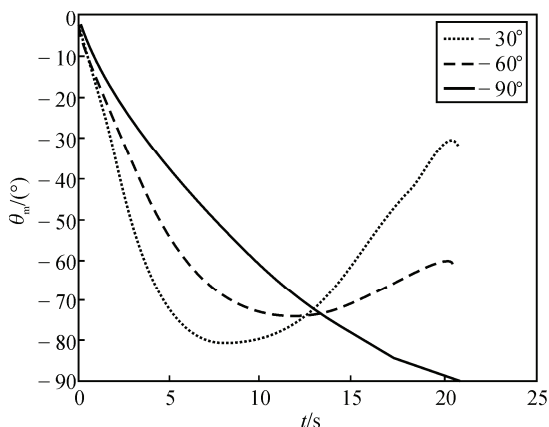


图5 导弹的弹道倾角

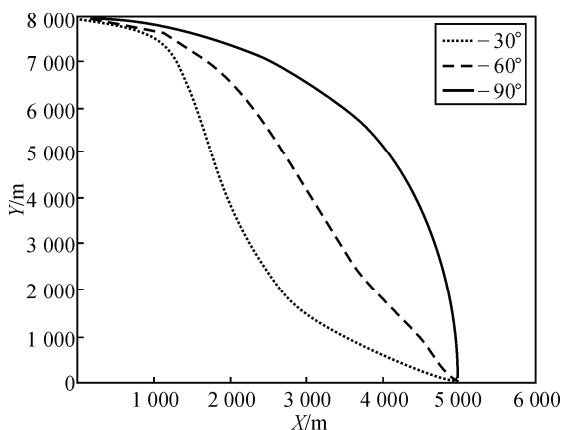


图6 导弹和目标的相对运动轨迹

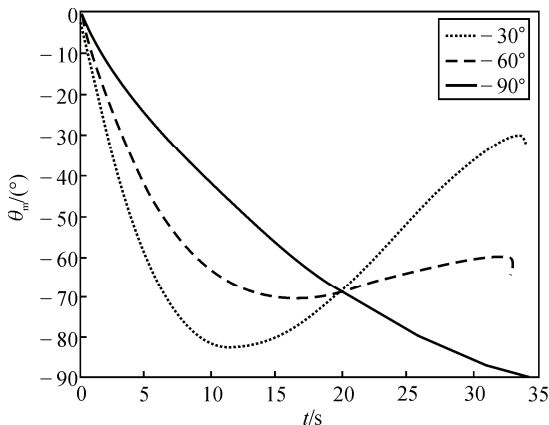


图7 导弹的弹道倾角

由图4、图5可知：当投弹条件相同时，设定不同的期望末端落角，可以得到不同的弹道轨迹，导弹都能以期望的攻击角度接近并命中目标。由图6~图7可知：当导弹初始的投弹条件改变时，导弹仍能够命中目标，并且导弹的弹道倾角 θ_m 都能最终收敛到期望值，制导律满足了对脱靶量和攻击角度的双重要求；因此，所设计的制导律ASMG2对

投弹条件的变化和不同的作战任务要求具有很好的适应性和鲁棒性。

5 结论

考虑到导弹的制导与控制系统具有动态延迟的特性，笔者结合非线性反步法和滑模变结构控制理论，针对固定或者缓慢移动的目标，设计了考虑导弹自动驾驶仪动态延迟特性的具有攻击角度约束制导律。所设计的制导律能有效地克服动态延迟对制导精度的影响，而且导弹也能以期望的攻击角度命中目标。另外，制导律中制导指令所需的控制量都是工程中易于获取的物理量，便于在制导武器的实际工程中应用。设计考虑导弹自动驾驶仪动态特性的打击机动目标的制导律，并将其扩展到三维空间，是需进一步研究的课题。

参考文献：

- [1] Kim M, Grider K V. Terminal Guidance for Impact Attitude Angle Constrained Flight Trajectories[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic System, 1973, 9(6): 852-859.
- [2] Kim B S, Lee J G, Han H S. Biased PNC Law for Impact with angular constrain[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 277-288.
- [3] 杨扬, 王长青. 一种实现垂直攻击的导弹末制导律研究[J]. 战术导弹技术, 2006(3): 65-68.
- [4] Ratnoo A, Ghose D. Impact Angle Constrained Interception of Stationary Targets[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(5): 1816-1821.
- [5] Shaferman V, Shima T. Linear Quadratic Guidance Laws for Imposing A Terminal Intercept Angle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(5): 1400-1412.
- [6] 郝明瑞, 李凤义, 崔东辉. 带终端攻击角度约束的模糊滑模制导律研究[J]. 战术导弹技术, 2012, (3): 80-84.
- [7] 周获. 寻的导弹新型导引规律[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 8-26.
- [8] York B J, Patrick H L. Optimal Terminal Guidance with Constraints at Final Time[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1977, 14(6): 381-382.
- [9] 刁兆师, 单家元. 考虑自动驾驶仪动态特性的含攻击角度约束的反演递推制导律[J]. 宇航学报, 2014, 35(7): 818-826.
- [10] 刘永善, 贾庆忠, 刘藻珍. 电视制导侵彻炸弹落角约束变结构制导律[J]. 弹道学报, 2006, 18(2): 9-14.
- [11] 左振来. 基于虚拟目标和滑模制导律的程控弹道设计方法[J]. 兵工自动化, 2015, 34(2): 31-33.