

doi: 10.3969/j.issn.1006-1576.2010.06.001

## 一种 TDOA/AOA 联合定位的算法

林雪原<sup>1</sup>, 骆卉子<sup>2</sup>, 范文强<sup>3</sup>

(1. 海军航空工程学院 电子信息工程系, 山东 烟台 264001; 2. 海军航空工程学院 研究生管理大队, 山东 烟台 264001; 3. 烟台大学 光电信息学院, 山东 烟台 264005)

**摘要:** 针对地面辐射源目标的定位问题, 提出一种 TDOA/AOA 联合定位算法。将一个传感器放置在地面上的一个固定平台上, 测量辐射源相对于该传感器的方位角与俯仰角; 将另一个传感器放置在一个运动的平台上, 根据不同的时刻测量不同的时差量测值, 进而建立求解目标位置估计值的最小二乘算法。仿真结果表明: 该算法可以有效提高系统的定位精度, 特别是 TDOA 的测量值应用得越多, 则定位精度越高。

**关键词:** TDOA; AOA; 最小二乘解; 联合定位算法; 定位精度

**中图分类号:** TP301.6; TP791.9 **文献标识码:** A

## A Algorithm for TDOA/AOA Combined Position

LIN Xue-yuan<sup>1</sup>, LUO Hui-zi<sup>2</sup>, FAN Wen-qiang<sup>3</sup>

(1. Dept. of Electronic Information Engineering, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China; 2. Administrant Brigade of Postgraduate, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, China; 3. School of Opto-Electronic Information Science & Technology, Yantai University, Yantai 264005, China)

**Abstract:** Aiming at the position problem of emitter on the ground, put forward a TDOA/AOA combined position algorithm. In this algorithm, one sensor can be placed on one fixed platform on the ground to measure the azimuth and pitch angle between this sensor and the emitter. The other sensor can be placed on one moving platform, and the different TDOA (Time Difference Of Arrival) can be measured at different time, then the LS (Least square) algorithm can be reached to solve the evaluated value of the emitter's position. The simulation results show that the algorithm can improve the position precision effectively, especially the more TDOA measurements are used, the more position precision is.

**Keywords:** TDOA; AOA; Least square solution (LS solution); Combined position algorithm; Position precision

### 0 引言

在军事系统中, 准确定位地面辐射源目标有助于使用精确打击武器, 为最终摧毁对方提供有力的保障; 就民用系统来说, 准确定位地面辐射源目标可以为目标提供可靠的服务, 起到安全保障作用[1-2]。

对地面辐射源目标的定位方法大致分为到达时间差 (Time Difference Of Arrival, TDOA)、到达角度 (Angle Of Arrival, AOA)、到达频率差 (Frequency Difference Of Arrival, FDOA)。利用 TDOA 对目标实施三维定位需要 4 个合理分布的传感器, 并且会出现定位模糊问题。FDOA 通过测量目标信号到达多个传感器的频率, 然后进行频率差对目标进行定位, 它需要传感器与辐射源之间有相对运动; 若对目标进行三维空间定位, 至少需要 4 个运动平台接受辐射源的频率差, 而且接受平台的几何配置对定位精度影响较大。AOA 定位方法的精度依赖于目标与传感器间的距离, 距离越大误差越大<sup>[3-4]</sup>。

为了克服上述各种方法的缺点并提高定位精

度, 诸多学者研究了基于上述几种方法的联合定位方法<sup>[3-5]</sup>, 但其基本思路都是利用多平台对同一时刻的量测量进行处理, 以对地面辐射源进行定位, 这里的多平台主要包括利用 2 个或 2 个以上的平台获得一个或多个 TDOA 量测量等, 这样会增加系统的复杂性。故提出了利用一个运动平台和一个静止平台对地面目标实现 TDOA/AOA 联合定位的方法。

### 1 TDOA 与 AOA 的定位方程

#### 1.1 TDOA 方法

设  $(x_e, y_e, z_e)$  为辐射源的位置, 而  $(x_i, y_i, z_i)$  为传感器  $i$  的位置, 则辐射源与传感器  $i$  之间的距离为:

$$r_i = \sqrt{(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2 + (z_e - z_i)^2} \quad (1)$$

设辐射源在时刻  $T_r$  发射的脉冲信号被 2 个平台上的传感器分别接收, 接收时刻分别为  $t_i$ 、 $t_j$ , 电磁波的传播速度为  $c$ , 于是有时差观测方程为<sup>[6]</sup>:

$$\Delta t_{i,j} = t_i - t_j = \frac{1}{c}(r_i - r_j) \quad (2)$$

收稿日期: 2010-01-25; 修回日期: 2010-03-17

基金项目: 国家自然科学基金 (60874112) (基于尺度的综合导航系统信息融合方法研究), “泰山学者”建设工程专项经费资助  
作者简介: 林雪原 (1970-), 男, 山东人, 副教授, 博士, 从事卫星定位与信息融合研究。

假设以平台 1 上的传感器为基准, 并考虑到时差观测误差, 则有:

$$\Delta t_{i,1} = \frac{r_i - r_1}{c} + n_{\Delta t_{i,1}} \quad (3)$$

1.2 AOA 方法

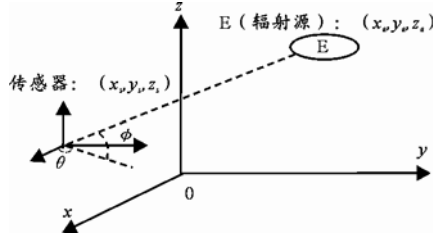


图 1 AOA 测量示意图

如图 1, 假设可测量 AOA 的某一传感器的位置为  $(x_s, y_s, z_s)$ , 则有方位角  $\theta_0$  与俯仰角  $\phi_0$  的方程:

$$\begin{cases} \theta_0 = \tan^{-1} \left( \frac{y_e - y_s}{x_e - x_s} \right) \\ \phi_0 = \tan^{-1} \left( \frac{z_e - z_s}{\sqrt{(x_e - x_s)^2 + (y_e - y_s)^2}} \right) \end{cases} \quad (4)$$

考虑到角度测量误差  $n_\theta$ 、 $n_\phi$ , 则可得到角度测量值  $\theta$ 、 $\phi$  的如下方程:

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 + n_\theta \\ \phi = \phi_0 + n_\phi \end{cases} \quad (5)$$

或者:

$$\begin{cases} n_\theta = \theta - \theta_0 \\ n_\phi = \phi - \phi_0 \end{cases} \quad (6)$$

根据式 (6) 可得:

$$\begin{cases} L_1 \cdot \sin n_\theta = L_1 \cdot \sin(\theta - \theta_0) \\ L_2 \cdot \sin n_\phi = L_2 \cdot \sin(\phi - \phi_0) \end{cases} \quad (7)$$

其中: 
$$\begin{cases} L_1 = \sqrt{(x_e - x_s)^2 + (y_e - y_s)^2} \\ L_2 = \sqrt{(x_e - x_s)^2 + (y_e - y_s)^2 + (z_e - z_s)^2} \end{cases}$$

根据图 1, 也可以得到如下方程:

$$\begin{cases} x_e - x_s = L_1 \cdot \cos \theta_0 \\ y_e - y_s = L_1 \cdot \sin \theta_0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} x_e - x_s = L_2 \cdot \cos \phi_0 \cdot \cos \theta_0 \\ y_e - y_s = L_2 \cdot \cos \phi_0 \cdot \sin \theta_0 \\ z_e - z_s = L_2 \cdot \sin \phi_0 \end{cases} \quad (9)$$

结合式 (7)、式 (8)、式 (9), 可得:

$$\begin{cases} L_1 \cdot \sin n_\theta = (x_e - x_s) \cdot \sin \theta - (y_e - y_s) \cdot \cos \theta \\ L_2 \cdot \sin n_\phi = (x_e - x_s) \cdot \frac{\sin \phi}{\cos \theta} - (z_e - z_s) \cdot \cos \phi \end{cases} \quad (10)$$

假设  $n_\theta$ 、 $n_\phi$  很小, 则有  $\cos \theta_0 = \cos \theta$ 、 $\sin n_\theta = n_\theta$ 、 $\sin n_\phi = n_\phi$ , 则式 (10) 可以变为如下方程:

$$\begin{cases} L_1 \cdot n_\theta - (x_e - x_s) \cdot \sin \theta + (y_e - y_s) \cdot \cos \theta \cong 0 \\ L_2 \cdot n_\phi - (x_e - x_s) \cdot \frac{\sin \phi}{\cos \theta} + (z_e - z_s) \cdot \cos \phi \cong 0 \end{cases} \quad (11)$$

即:

$$\begin{cases} n_\theta - \frac{(x_e - x_s) \cdot \sin \theta}{L_1} + \frac{(y_e - y_s) \cdot \cos \theta}{L_1} \cong 0 \\ n_\phi - \frac{(x_e - x_s) \cdot \sin \phi}{L_2 \cdot \cos \theta} + \frac{(z_e - z_s) \cdot \cos \phi}{L_2} \cong 0 \end{cases} \quad (12)$$

2 TDOA/AOA 联合定位的算法模型

假设传感器 1 放置在坐标原点处, 即  $(x_s, y_s, z_s) = (0,0,0)$ , 同时, 传感器 2 放置于一个移动平台上, 如无人机等。根据式 (2) 可得:

$$r_{i,1} = \Delta t_{i,1} \cdot c = r_i - r_1 \quad (13)$$

即:

$$r_i^2 = (r_{i,1} + r_1)^2 \quad (14)$$

其中:  $r_1^2 = x_e^2 + y_e^2 + z_e^2$ ,  $r_i^2 = (x_{i,2} - x_e)^2 + (y_{i,2} - y_e)^2 + (z_{i,2} - z_e)^2$ , 而  $(x_{i,2}, y_{i,2}, z_{i,2})$  代表传感器 2 在时刻  $i$  所处的位置 ( $i = 2, 3, 4, \dots$ ),  $r_i$  ( $i \neq 1$  以区别于  $r_1$ ) 为传感器 2 与辐射源间的距离。

则式 (14) 经过整理后可得:

$$\frac{1}{2}(r_{i,1}^2 - K_i) = -x_{i,2} \cdot x_e - y_{i,2} \cdot y_e - z_{i,2} \cdot z_e - r_{i,1} \cdot r_1 \quad (15)$$

其中:  $K_i = x_{i,2}^2 + y_{i,2}^2 + z_{i,2}^2$ 。

考虑到量测噪声, 则式 (15) 写成向量的形式为:

$$M_1 = H_1 \times X + n_1 \quad (16)$$

其中: 
$$M_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_{2,1}^2 - K_2 \\ r_{3,1}^2 - K_3 \\ \vdots \\ r_{k,1}^2 - K_k \end{bmatrix},$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} -x_{2,2} & -y_{2,2} & -z_{2,2} & -r_{2,1} \\ -x_{3,2} & -y_{3,2} & -z_{3,2} & -r_{3,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -x_{k,2} & -y_{k,2} & -z_{k,2} & -r_{k,1} \end{bmatrix}, X = [x_e \ y_e \ z_e \ r_1]^T$$

根据上述假设以及式 (11), 可得:

$$\begin{cases} 0 \approx L_{i,1} \cdot n_{\theta_i} - x_e \cdot \sin \theta_i + y_e \cdot \cos \theta_i \\ 0 \approx L_{i,2} \cdot n_{\phi_i} - x_e \cdot \frac{\sin \phi_i}{\cos \theta_i} + y_e \cdot \cos \phi_i \end{cases} \quad (17)$$

则式 (17) 写成向量的形式为:

$$M_2 = H_2 \cdot X + n_2 \tag{18}$$

其中:  $M_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$ ,

$$H_2 = \begin{bmatrix} -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_2 / \cos \theta_2 & 0 & \cos \phi_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ -\sin \phi_i / \cos \theta_i & 0 & \cos \phi_i & 0 \end{bmatrix}$$

$$n_2 = [L_{2,1} \cdot n_{\theta_2} \quad L_{2,2} \cdot n_{\phi_2} \quad \cdots \quad L_{i,1} \cdot n_{\theta_i} \quad L_{i,2} \cdot n_{\phi_i}]^T$$

把式 (16)、式 (18) 联立后, 可得:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \cdot X + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \tag{19}$$

对式 (19) 采用加权最小二乘算法, 求得辐射源的位置估计值为<sup>[7]</sup>:

$$\hat{X} = \left( \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}^T \cdot W \cdot \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}^T \cdot W \cdot \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \tag{20}$$

其中,  $W = E \left( \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}^T \right)$ , 而在实际过程中,  $W$

的上述统计值很难求得, 因此取  $W = I$  (其中  $I$  代表单位矩阵)。

### 3 仿真试验与结论

为了对上述算进行性能评估, 进行了计算机模拟仿真试验。试验中各传感器与辐射源的位置示意图如图 2, 其中, 传感器 1 的位置为(0,0,0), 用“☆”表示; 传感器 2 处于一个运动的平台上, 其位置用“\*”表示; 而辐射源的位置为(7 km,15 km,2 km), 用“o”表示。在下面的试验中, 由于传感器 1 处于静止平台上, 因此在式 (19) 中只取一次 AOA 测量。为了表明 TDOA 测量次数对定位精度的影响, 在保持 TDOA 与 AOA 测量精度的前提下, 分别取 5 次 TDOA 测量与 15 次 TDOA 测量, 其定位误差曲线如图 3。

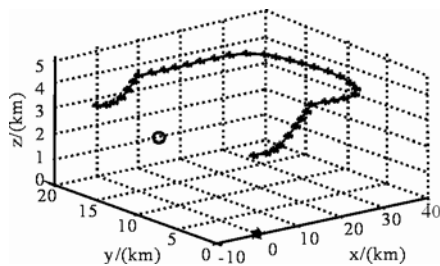


图 2 传感器与辐射源位置示意图

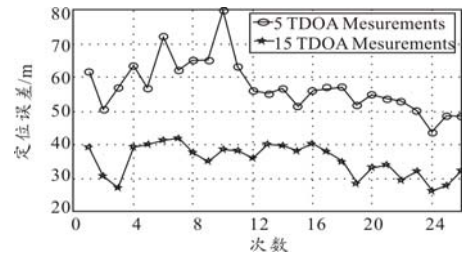


图 3 TDOA 精度为 10 ns, AOA 精度为 0.2°

为表明 TDOA 测量精度对定位精度的影响, 在保持其他条件不变的条件下(时差测量次数为 5 次, AOA 精度为 0.2°), 分别取 TDOA 测量精度为 10 ns、30 ns, 其仿真结果如图 4。

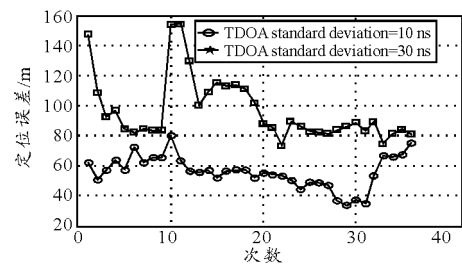


图 4 时差测量次数为 5 次, AOA 精度为 0.2°

为表明 AOA 测量精度对定位精度的影响, 在保持其他条件不变的前提下, 分别取 AOA 的测量精度为 0.2°、0.4°, 其仿真结果如图 5。

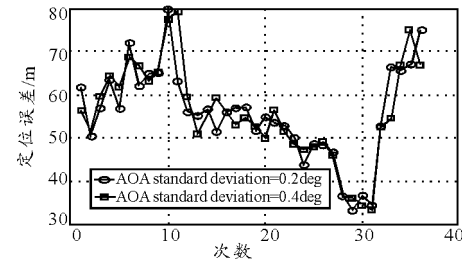


图 5 TDOA 精度为 10 ns, 时差测量次数为 5 次

为说明 AOA 测量在定位算法中的重要性, 在系统定位算法中仅仅采用 TDOA 对目标进行定位, 即定位算法采用式 (16), 当取 15 次 TDOA 测量值, 且 TDOA 测量的精度为 10 ns 时, 其定位误差仿真结果如图 6。

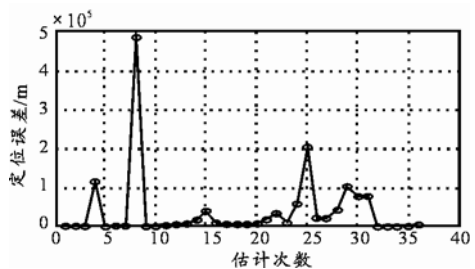


图 6 仅采用 TDOA 定位, 其精度 10 ns

(下转第 7 页)

纵习惯。

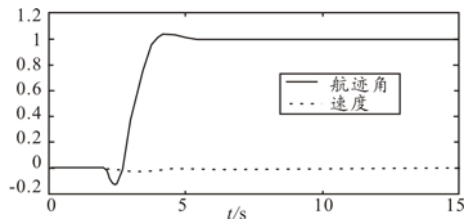


图 5 航迹角阶跃响应

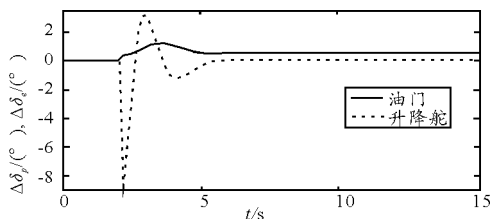


图 6 控制器的输出

#### 4.2 鲁棒性检验

为验证系统的鲁棒性, 把被控对象系统矩阵中的气动系数分别增加和减小 10%, 航迹角的阶跃响应如图 7。

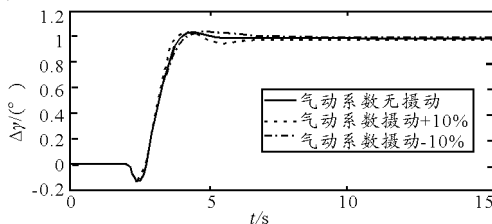


图 7 气动系数摄动时的航迹角阶跃响应

可见, 系统对气动系数的摄动具有较好鲁棒性。

### 5 结束语

基于混合灵敏度理论设计了着舰飞行/推力综

合控制系统, 不但使航迹角的阶跃响应性能良好, 而且较好地实现了航迹角和空速之间的解耦。仿真结果表明, 该系统对于气动系数的不确定性具有一定的鲁棒性, 这是控制系统能够实际应用的前提和保证。针对混合灵敏度理论设计的控制器阶次偏高的问题, 采用主导极点法进行了降阶, 取得了一定得效果。但如何进一步降低控制器的阶次仍然是值得探讨的问题。

#### 参考文献:

- [1] 鲁道夫 布罗克豪斯. 飞行控制[M]. 金长江 译. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [2] 王新华, 杨一栋, 朱华. 低动压着舰状态下飞机的操纵特性研究[J]. 飞行力学, 2007, 25(4): 29-32.
- [3] 彭兢. 舰载飞机进舰着舰的自动引导和控制研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2001.
- [4] 吴敏, 桂卫华, 何勇. 现代鲁棒控制[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2006.
- [5] M.B.Subrahmanyam.  $H_\infty$  Design of F/A-18A Automatic Carrier Landing System[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1994, 17(1): 187-191.
- [6] 胡兆丰. 人机系统和飞行品质[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994.
- [7] 李群明, 朱伶, 徐震. 磁悬浮球的鲁棒控制器设计[J]. 中南大学学报, 2007, 38(5): 922-927.
- [8] 吴旭东, 解学书.  $H_\infty$ 鲁棒控制中的加权阵选择[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1997, 37(1): 27-30.
- [9] Urnes J M, Hess R K. Development of the F/A-18A Automatic Carrier Landing System[J]. Journal of Guidance, 1985, 8(3): 289-295.
- [10] 王强, 杨胜荣, 贾致红. 某型无人机飞行控制系统[J]. 四川兵工学报, 2009(2): 82-86.

\*\*\*\*\*

(上接第 3 页)

#### 4 结束语

从上述仿真结果可以得出如下结论:

1) 从图 3 可以看出, 当 TDOA 测量次数增加时, 定位精度大幅度提高; 2) 从图 4 可以看出, TDOA 测量精度对定位精度影响很大, TDOA 测量精度越高则定位精度越高; 3) 从图 5 可以看出, AOA 测量精度对系统定位精度影响不大; 4) 对比图 6 与图 3 最下面的曲线可以看出: 采用本系统提出的算法时, 系统的定位精度比较稳定, 而且定位精度不受传感器与辐射源间几何分布的影响; 而仅采用 TDOA 时, 系统的定位误差变换特别大, 这主要是受运动传感器与辐射源间几何分布的影响。

#### 参考文献:

- [1] S. Rehnmark. Passive Precision Direction Finding [J]. Journal of Electronic Defense, 1990, 13(8): 77-80.
- [2] K.C. Ho and Y.T. Chan. Geolocation of a known altitude object from TDOA and FDOA measurements [J]. IEEE Trans on Aerosp Electron Syst, 1997, 33(3): 770-783.
- [3] 陶新. 无源定位方法与性能分析[D]. 成都: 电子科技大学, 2002.
- [4] 张正明. 辐射源无源定位研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2000.
- [5] 林雪原, 何友, 史佩. 利用二星 TDOA、FDOA 测量以及辅助高度信息对地面目标的定位算法及精度分析[J]. 空间科学学报, 2006, 26(4): 277-281.
- [6] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.
- [7] Y. Bar-Shalom, T.E.Fortmann. Tracking and data association [M]. New York: Academic press, 1988.
- [8] 李黎, 苏强, 叶和军. 基于无电离层模型的动态精密单点定位[J]. 四川兵工学报, 2009(1): 47-50.